

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Новосибирский государственный университет  
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР УНИВЕРСИТЕТА

УТВЕРЖДАЮ:  
Председатель Ученого совета СУНЦ НГУ  
д.ф.- м.н., профессор Н.И. Яворский

---

**Программа спецкурса «Нестандартные задачи (часть С ЕГЭ )» по математике  
для учащихся 10-11 классов СУНЦ НГУ  
на 2014-2015 уч. г.**

Лектор к.ф.-м.н. доцент Воронина Т.А.

Аннотация.

Спецкурс предназначен для дополнительного математического образования школьников, планирующих участие в открытых математических олимпиадах, подготовку к ЕГЭ (часть С), поступление в НГУ и другие ВУЗы РФ. Целью данного спецкурса является развитие самостоятельности мышления учащихся, формирование у школьников навыков исследовательской работы при решении задач. Занятия проводятся в классической схеме, в виде вводных лекций и практических занятий. Материал, излагаемый на занятиях, в целом соответствует программе по математике СУНЦ НГУ. Верификация навыков проводится в форме регулярных итоговых контрольных работ, соответствующих вариантам ЕГЭ и открытых олимпиад.

Акцент делается на развитие у школьников аналитического мышления, повышение общей математической культуры, необходимой при выполнении заданий повышенного уровня сложности.

Предполагается изучение нестандартных подходов к решению сложных задач, в основе которых лежат знания, полученные в курсе начал анализа, аналитической геометрии. В процессе обучения слушатели познакомятся с базовыми математическими идеями, лежащими в основе заданий повышенной сложности, и с тем, как эти идеи реализованы в различных задачах. Четкое понимание этих фундаментальных идей позволит слушателям классифицировать так называемые «нестандартные» задачи и выработать эффективные алгоритмы поиска решения. Длительная и напряженная работа над достаточно трудной задачей полезнее десятка одноходовых и стереотипных примеров. Даже чисто технические навыки лучше отрабатывать на содержательном материале, чем посредством специально подобранных упражнений.

Большое внимание уделяется методам решения уравнений и неравенств, основанным на наглядно-геометрических интерпретациях, в том числе, и задач с параметром. Предполагается разбор высокого уровня сложности задач по геометрии.

Программа спецкурса рассчитана на 64 часа (2 семестра).

## Содержание программы.

### Тематический план занятий I семестр

- 2.1. Использование графического представления при решении уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств (4 час)**
- графическое изображение функций, графики целой части, дробной части, графики их суперпозиций с различными функциями
  - преобразования графиков функций
  - множества точек на плоскости и их применение при решении задач с параметром.
- 2.2 Решение уравнений и неравенств с использованием свойств входящих в них функций (4 часа)**
- использование О.Д.З.
  - использование ограниченности функций
  - использование монотонности
  - использование графиков
  - метод областей, обобщенный метод интервалов для непрерывных функций
  - применение теоремы Лагранжа
- 2.3 Необходимость и достаточность (2 час)**
- равносильные преобразования
  - преобразования, приводящие к сужению области определения и возможной потере решений
  - расщепление уравнений и неравенств, совокупность условий
  - переход к следствию, условия для отбора решений
  -
- 2.4 Исследование множества значений функции (4 часа)**
- замены переменных, приводящие к ограничениям на область определения
  - нахождение множества значений функции как задача о существовании решений уравнения с параметром
  - построение обратных функций
  - сечение графиков функций горизонтальными прямыми
  - исследование функции на экстремум без использования производной: выделение полного квадрата, введение вспомогательного угла, выделение целой части
  - использование производной, касательной и методов поиска экстремумов при решении различных задач
  - наименьшее и наибольшее значения функции, оценки;
  - задачи с использованием ограниченности функции, переход от уравнения к системе
- 2.5 Количество решений уравнения или системы уравнений (2 часа)**
- монотонность функции, обоснование существования и единственности корня, «отбрасывание» монотонных функций при решении неравенств
  - «угадывание» корня уравнения на основе анализа ОДЗ
  - четность (нечетность) функции и количество корней
  - симметрия системы уравнений и количество ее решений
  -
- 2.6 Нестандартные задачи (4 часа)**
- нестандартные тригонометрические уравнения с аргументом, выраженным функцией, отбор корней в сложных случаях, решение тригонометрических уравнений с модулями и с радикалами.
  - использование экстремальных свойств функций, оценки
  - геометрическая интерпретация
  - нестандартные по формулировке задачи, связанные с равенствами или неравенствами
  - задачи, основанные на применении некоторых неравенств
- 2.7 Зачетная контрольная домашняя работа по всем темам**

## **2.8 Аналитические приемы решения задач с параметром**

**(8 часов)**

- задачи, связанные с исследованием условий на корни квадратичной функции, расположение корней относительно фиксированных точек;
- параметр как равноправная переменная, решение относительно параметра
- задачи, решаемые с использованием симметрий аналитических выражений
- задачи с требованием выполнения (или невыполнения) неравенства для всех значений параметра
- использование числовых неравенств в задачах с параметром
- решение линейных систем с параметром, метод определителей
- Решение задач типа С5-ЕГЭ с параметрами.

## **2.9 Графические приемы решения задач с параметром**

**(6 часов)**

- координатно-параметрический метод
- выпуклость параболы и окружности, нахождение точек касания с прямой без производной
- уравнение касательной к кривой, сечения графиков функций горизонтальными и наклонными прямыми
- семейства кривых, зависящих от параметра, взаимное расположение графиков функций

### **2.9.1 Контрольная работа по задачам ЕГЭ предыдущих лет**

**(2 часа)**

## **II семестр**

### **2.10 Геометрия**

**(10 часов)**

- обоснование геометрической конфигурации, неоднозначность в условии, неоднозначность в ответе, решение задач типа С4-ЕГЭ с многозначной интерпретацией условия
- отношения длин, площадей
- задачи на максимум и минимум в геометрических приложениях
- решение планиметрических задач с окружностями
- свойства сферы, задачи на комбинацию сфер с многогранниками
- задачи с конусами и цилиндрами, комбинации тел вращения
- вычисление объемов и площадей через комбинацию стандартных тел вращения
- окружности и поверхности вращения, касание окружностей (сфер), «скелетные чертежи»
- многогранники в различных сочетаниях с телами вращения, задачи на объемы
- геометрические задачи с элементами алгебры

### **2.11 Применение производной**

**(6 часов)**

- касательная к кривой
- критические точки
- монотонность
- наибольшие и наименьшие значение функции, оценки

### **2.11 Аналитическая геометрия**

**(8 часов)**

- основные понятия и формулы, необходимые для анализа и решения задач
- решение геометрических задач векторными и координатными методами аналитической геометрии.

### **2.7 Задачи с целыми числами**

**(8 часов)**

- эквивалентность по модулю, признаки делимости
- задачи на рациональные и иррациональные числа; арифметика остатков
- линейные Диофантов уравнения, алгоритм Евклида
- основная теорема арифметики, НОД и НОК
- целая и дробная части числа, десятичная запись числа
- решение задач типа С6-ЕГЭ относительно свойств наборов чисел

### **2.7.1 Домашняя контрольная работа**

**Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:**

**а) основная литература:**

1. Пособие по математике для поступающих в вузы. под редакцией Г.Н.Яковлева Москва, » Наука», 1982, С.600.
2. Шарыгин И.В., Голубев В.И. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. М.: Просвещение, 1991.
3. Математика. Учебное пособие для школ физико-математического профиля / под редакцией А.А. Никитина. М.: Научный мир, 2001
4. Никитин А. А., Михеев Ю. В. Математика. Теория и практика. В 2-х частях. Новосибирск, СУНЦ НГУ, 2001, 2005.
5. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия. Планиметрия. 7-9 кл. М., Дрофа, 1995.
6. Киселев А. П. Геометрия. Стереометрия. 10-11 кл. М., Дрофа, 1995.
7. Задачи с параметром.- К.:РИА »ТЕКСТ»; МП «ОКО»,1992.-290с. Горенштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С.
8. С.Н. Олехник, М.К. Потапов, П.И. Пасиченко. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств. М. Издательство московского университета, 1991.
9. И.Н. Сергеев. ЕГЭ. Математика. Задания типа С, «Экзамен», 2009.
10. П.В. Семенов. Как подготовиться к ЕГЭ. Математика. Выпуски 1-4. М. Издательство МЦНМО, 2008.

**б) дополнительная литература**

1. В.В. Прасолов. Задачи по планиметрии. Части 1, 2. М., МЦНМО, 2007.
2. В.В. Ткачук. Математика абитуриенту. М. Издательство МЦНМО, разные годы

**интернет-ресурсы:**

1. ЕГЭ 2014 — математика, <http://www.alleng.ru/edu/math3.htm>

Согласовано:

Заведующий кафедрой математических наук

Академик РАО

Никитин А.А.

\_\_\_\_\_ 2014 г.