О 3-периодических бильярдных траекториях в эллипсе

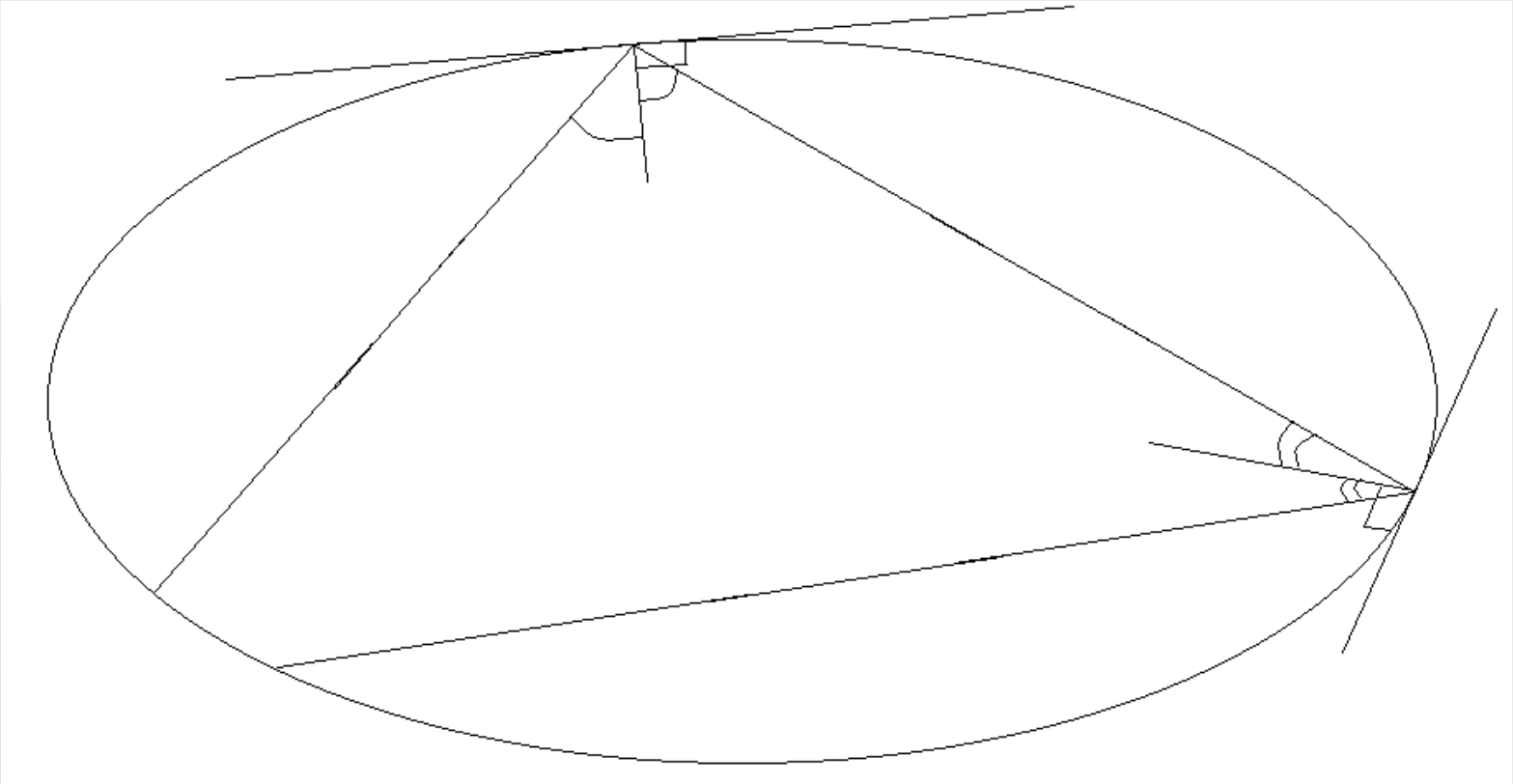
Александр Муралев

СУНЦ НГУ, 9 – класс

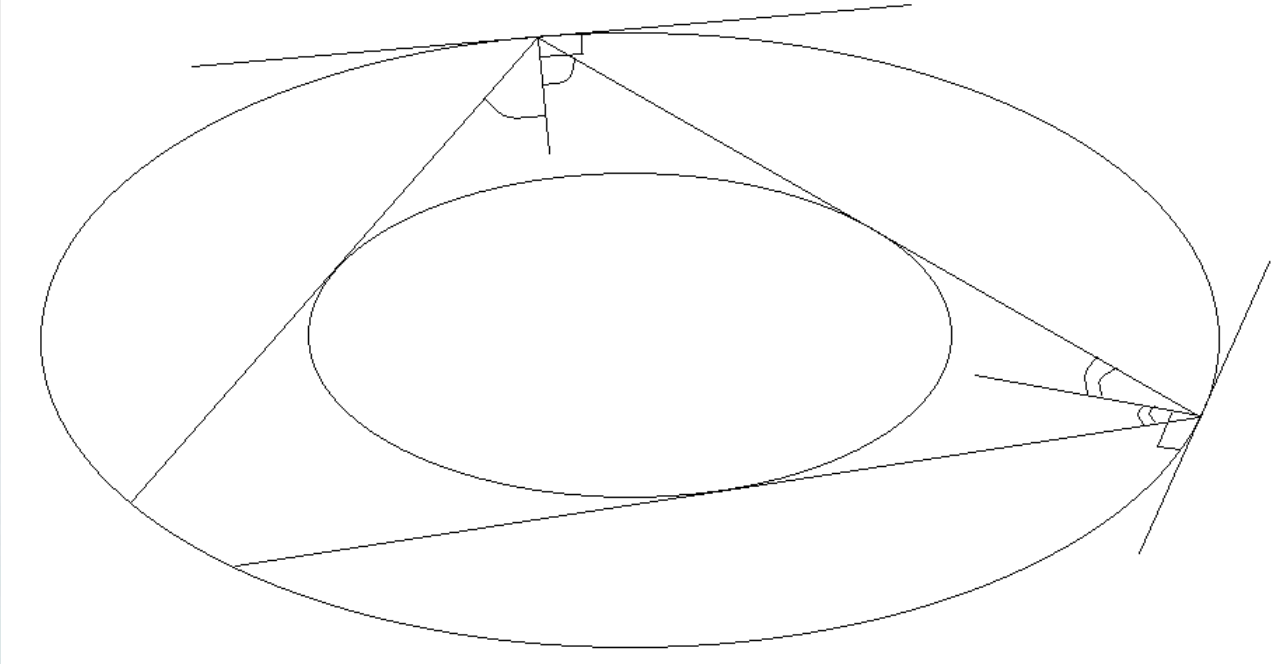
Научный руководитель – д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН А.Е. Миронов

МНСК – 2019

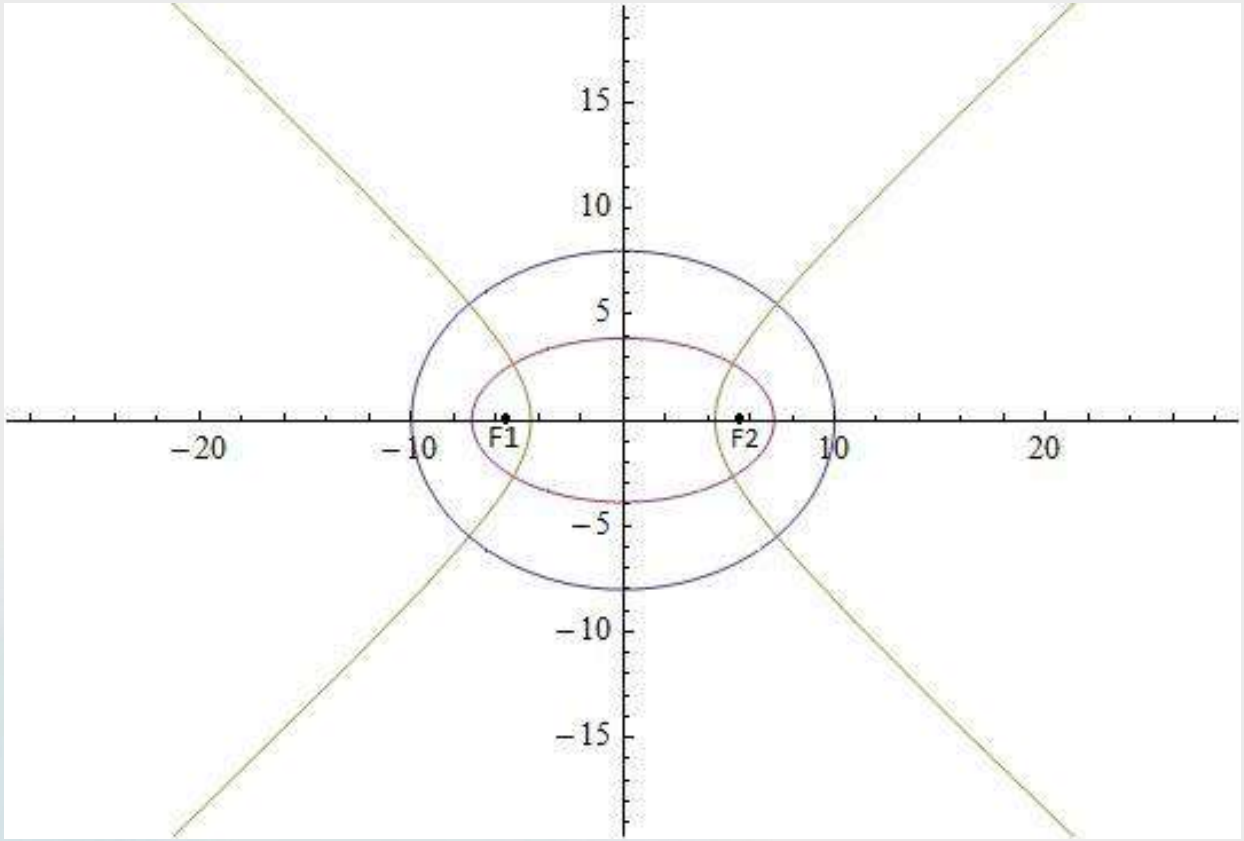
Бильярд Биркгофа



Каустика



<u>Теорема Лазуткина.</u> В окрестности кривой существует бесконечно много каустик.



Эллипс

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Софокусный эллипс

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}=1$$

является каустикой.

Теорема 1.

Пусть эллипс задан уравнением

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1.$$

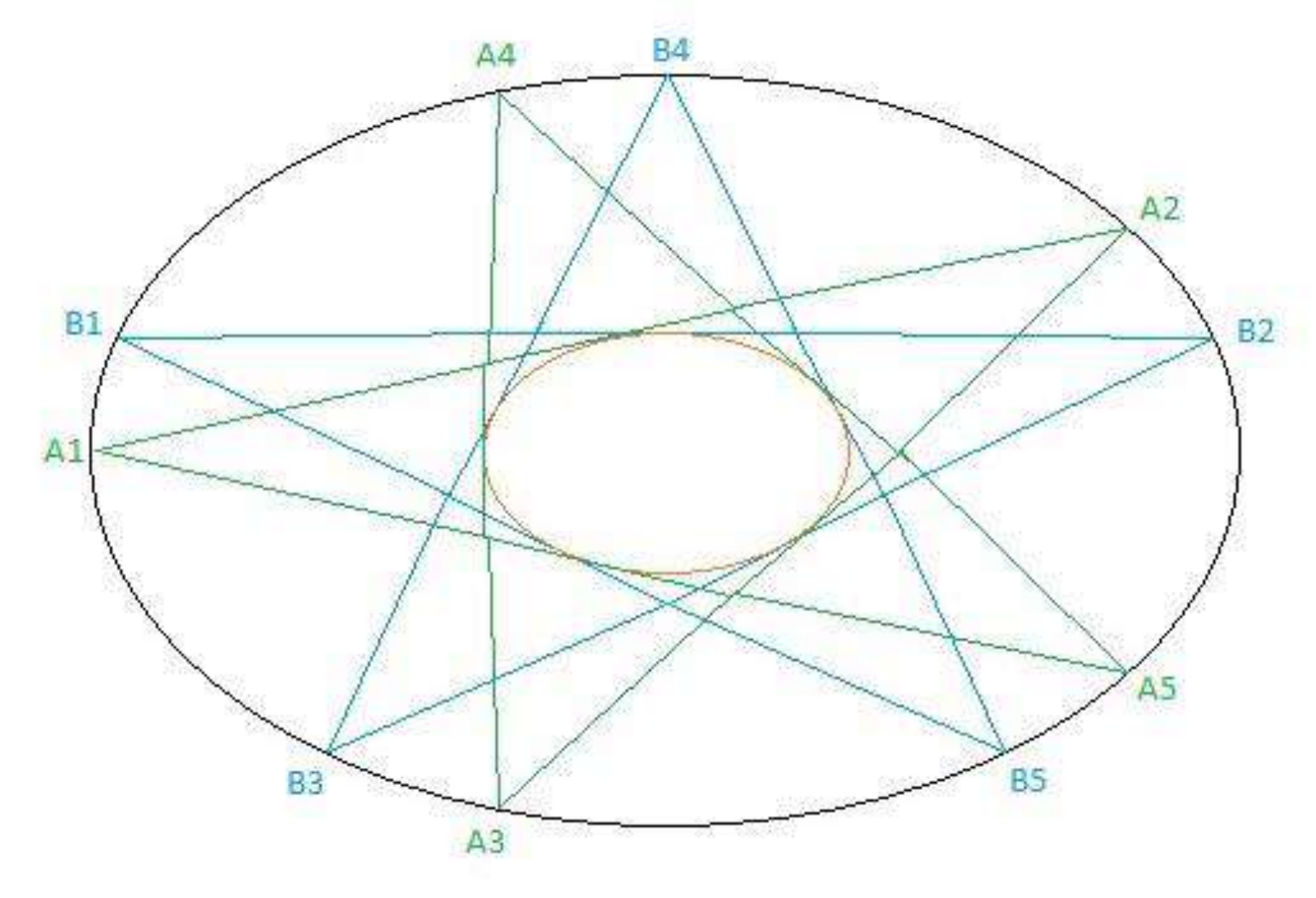
Тогда все звенья любой 3-периодической бильярдной траектории внутри эллипса касаются эллипса, заданного уравнением

$$\frac{x^2}{a^2+\lambda}+\frac{y^2}{b^2+\lambda}=1,$$

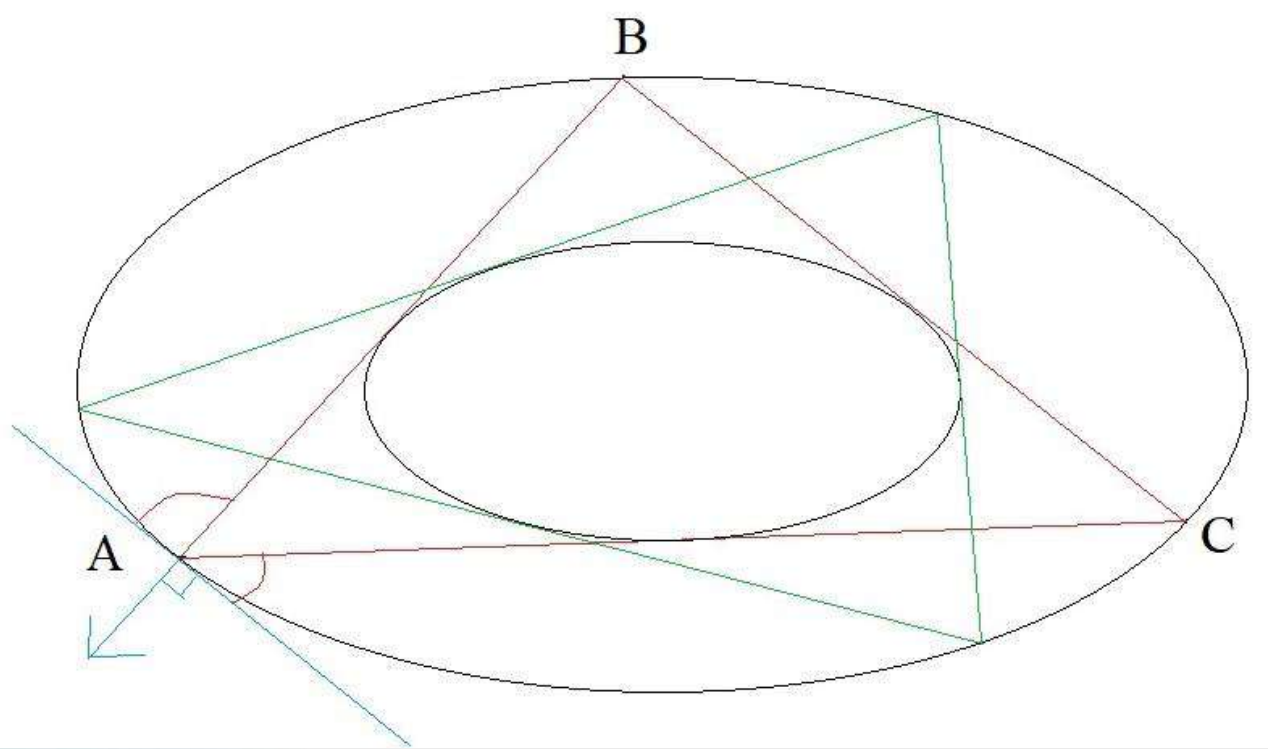
где

$$\lambda=\frac{a^2b^2\left(a^2-2\left(b^2+\sqrt{a^4-a^2b^2+b^4}\right)\right)}{a^4-a^2b^2+2b^2\left(b^2+\sqrt{a^4-a^2b^2+b^4}\right)}.$$

Теорема (поризм Понселе)



Доказательство теоремы 1



Спасибо за внимание!