

О существовании замощения в конечных группах

Бильданов Р. Р., Горяченко В. А.

Специализированный учебно-научный центр НГУ, г. Новосибирск

Замощением n -мерного пространства в геометрии называется разбиение n -мерного пространства n -мерными многогранниками без перекрытия (см., например, [1,2]). Понятие замощения переносится на теорию групп, где замощением называется разбиение группы на два (или больше) множества таких, что каждый элемент группы единственным образом представляется в виде произведения элемента первого множества и элемента второго множества.

Для абелевых (коммутативных) групп задача описания ее замощений с заданными свойствами изучалась многими авторами (см. [3]). Однако в случае произвольных (не коммутативных) конечных групп неизвестен даже ответ на следующий вопрос: верно ли, что для любой группы порядка n и любых натуральных чисел a и b таких, что $n=ab$, найдутся два множества мощности a и b , которые являются замощением данной группы.

В данной работе мы даем положительный ответ на этот вопрос для конечных разрешимых групп, т.е. для групп, обладающих конечным рядом нормальных подгрупп с абелевыми факторами (см., например, [4]).

Теорема. Пусть G – конечная разрешимая группа порядка n , и натуральные числа a и b таковы, что $n=ab$. Тогда в группе G найдутся подмножества A и B мощностей a и b соответственно, для которых $G=AB$.

-
1. Колмогоров А. Н. Паркеты из правильных многоугольников // Квант. 1970. № 3.
 2. Coxeter H. S. M. Regular Polytopes. London: Methuen. 1948.
 3. Szabo S., Sands A. D. Factoring Groups into Subsets. London: Taylor Francis. 2009.
 4. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. М.: Наука, 1982.
- Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, проф. Васильев А. В.