

## О корнях многочлена второй степени, коэффициенты которого зависят от комплексного параметра

Е.И. Еремеев  
СУНЦ НГУ

Научный руководитель — д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН А.Е. Миронов

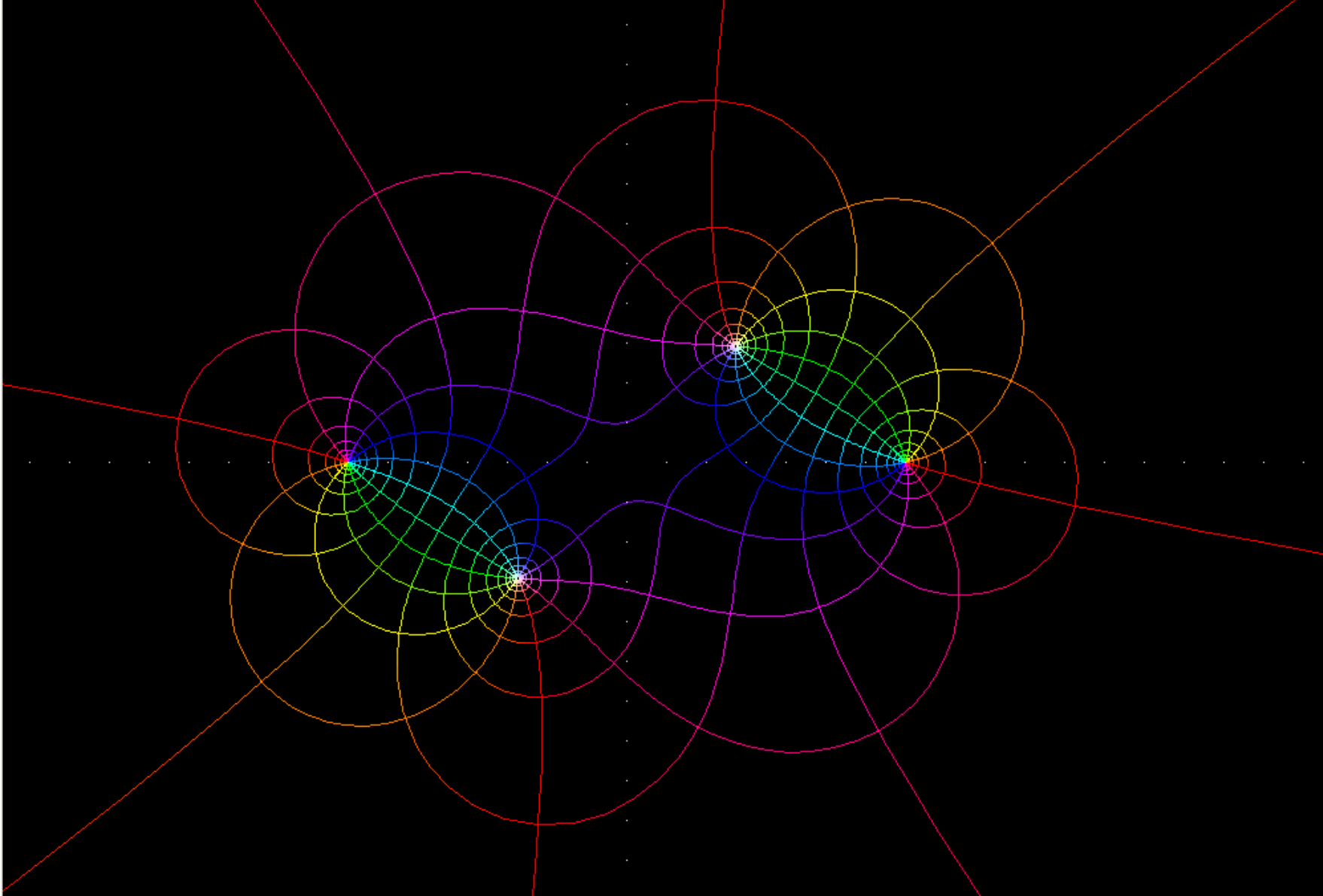
# Введение

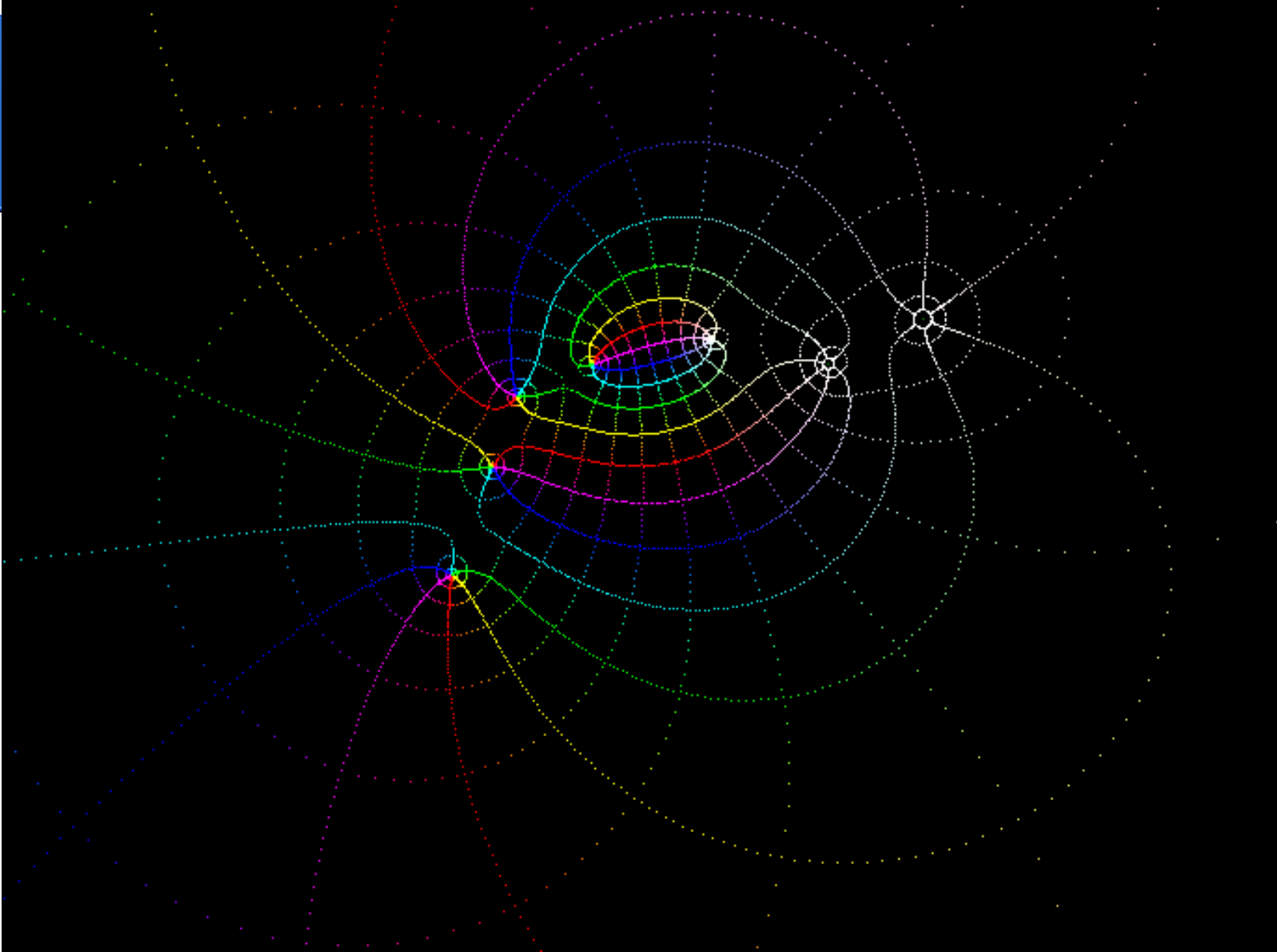
$$P = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_0$$

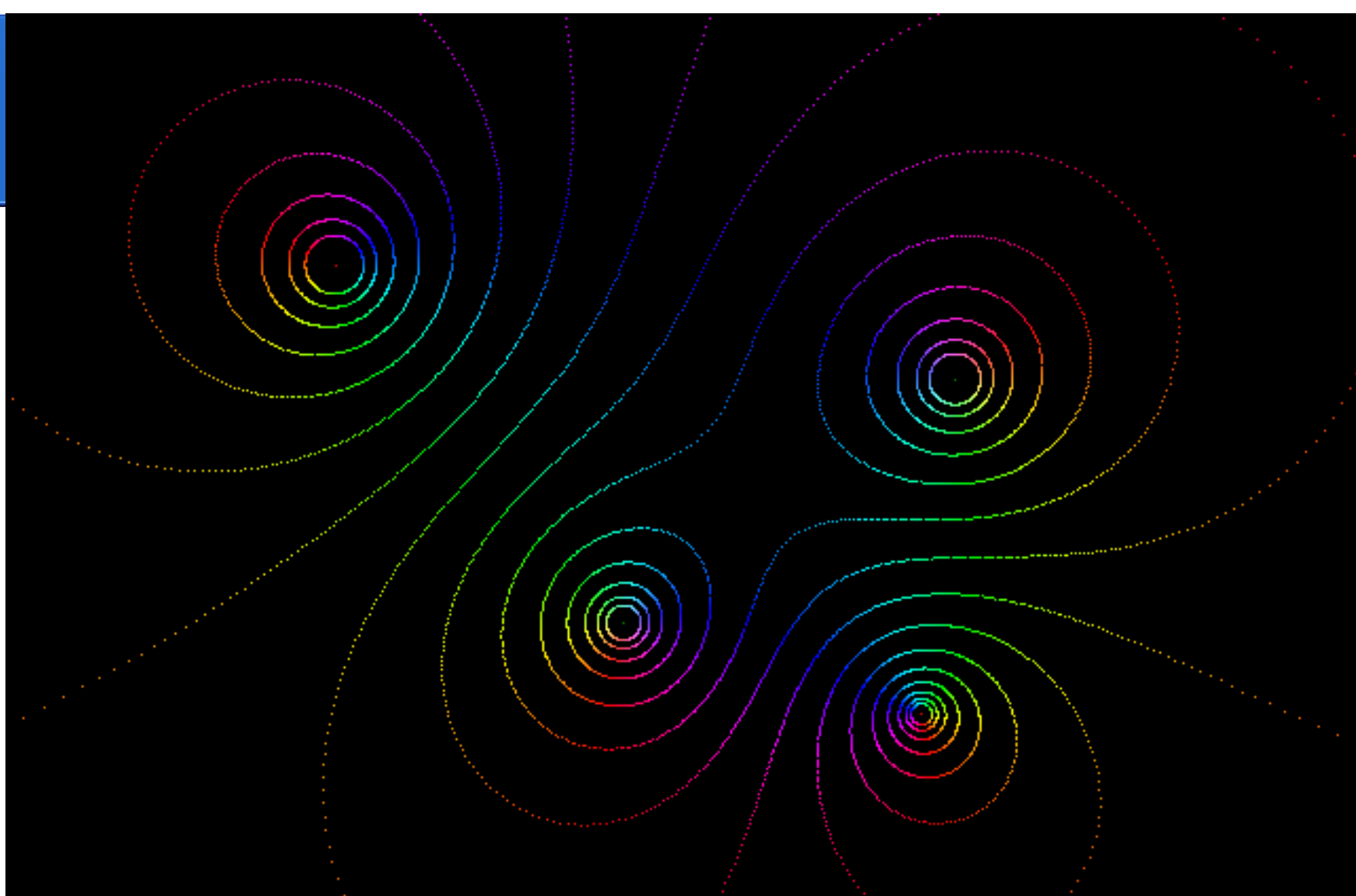
$$Q = x^m + a_{m-1}x^{m-1} + \dots + b_0$$

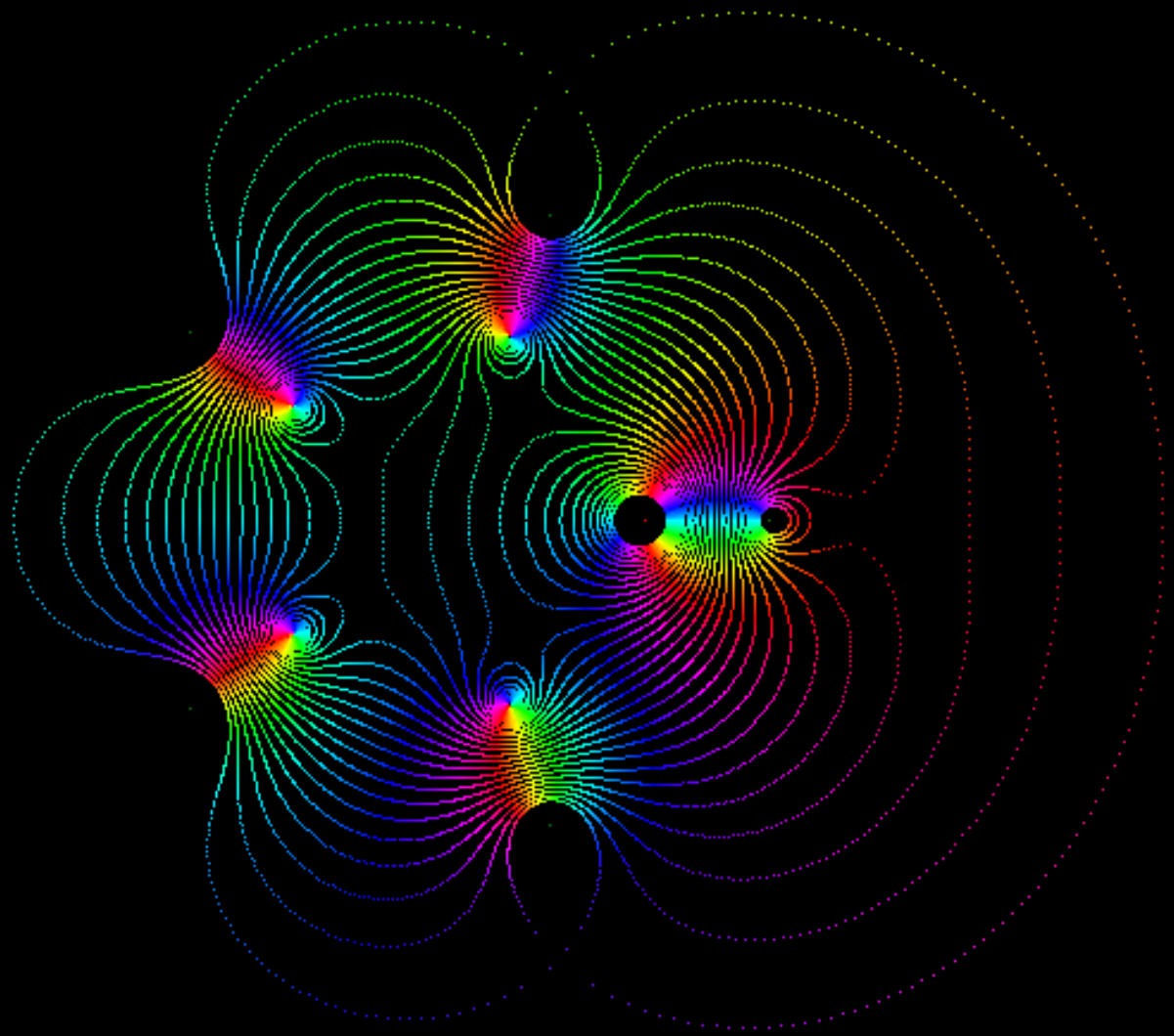
$$F(x) = P(x) + r e^{it} \cdot Q(x) = 0 \quad t, r \in \mathfrak{R}$$

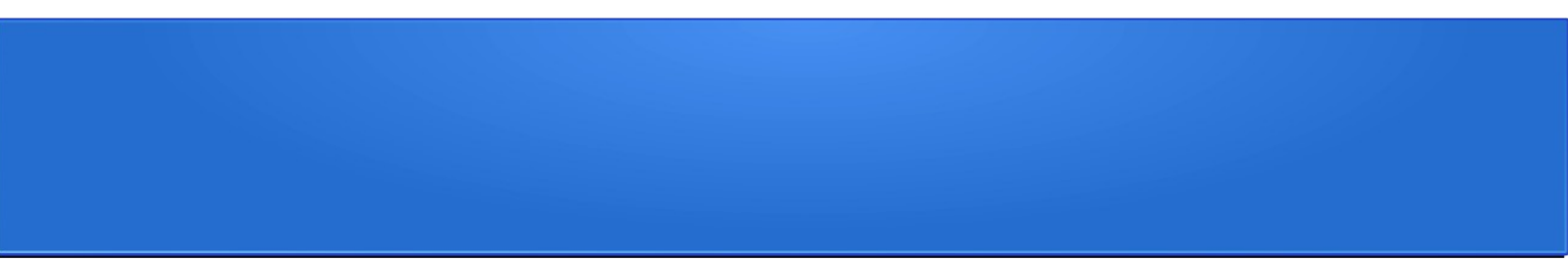
Задача проекта – исследовать поведение корней  $F(x)$









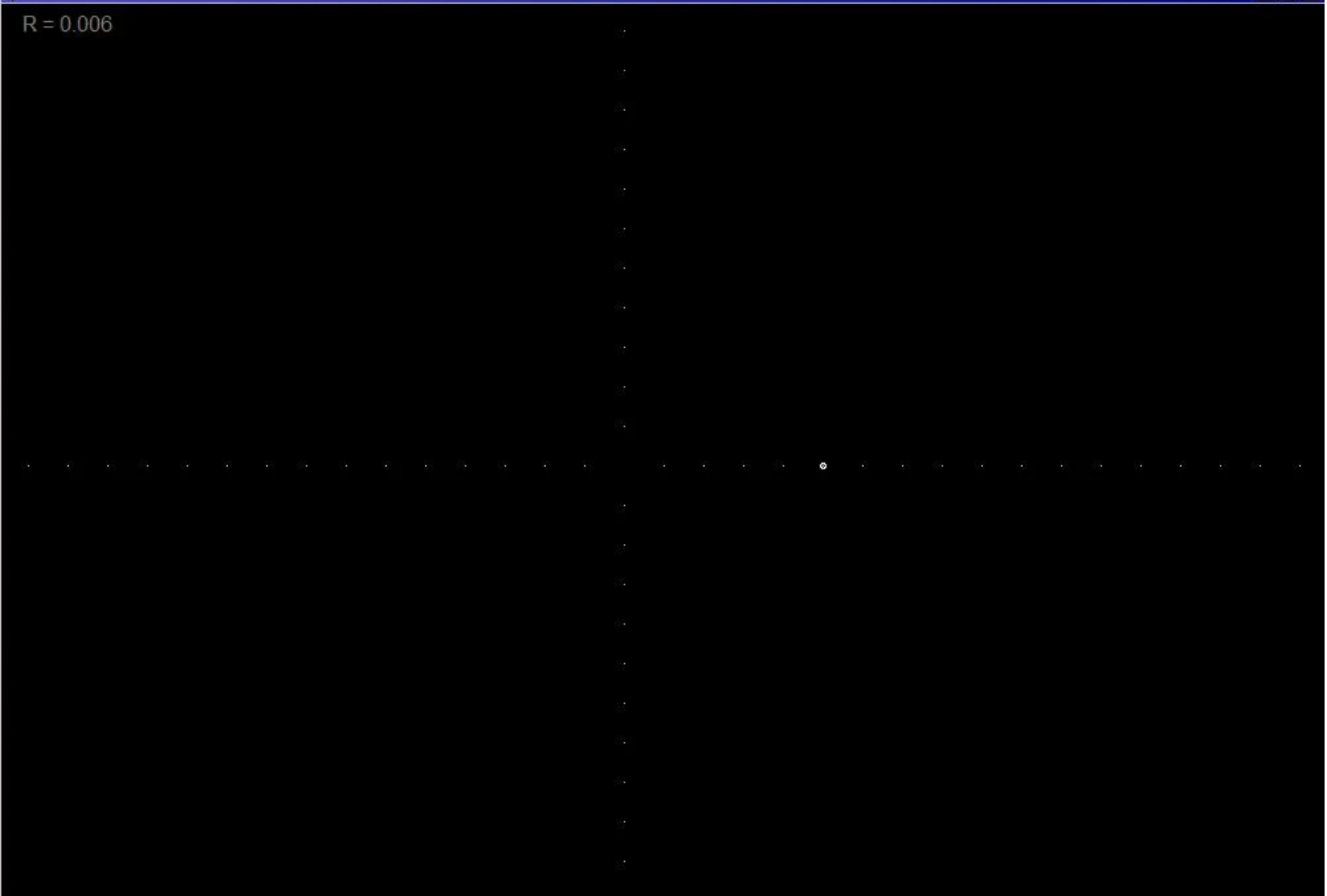


Зафиксируем  $r$  и будем менять  $t$  в интервале  $[0, 2\pi]$ ,  
в итоге из корней  $F(x)$  получаются замкнутые кривые .

Roots

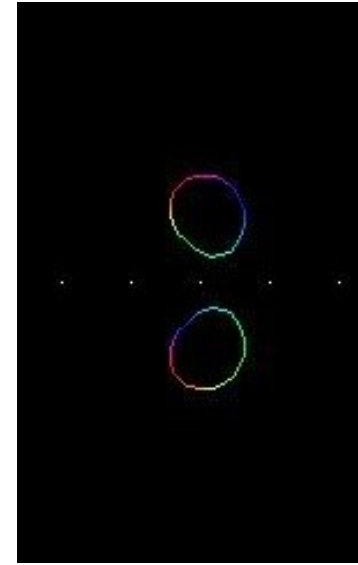
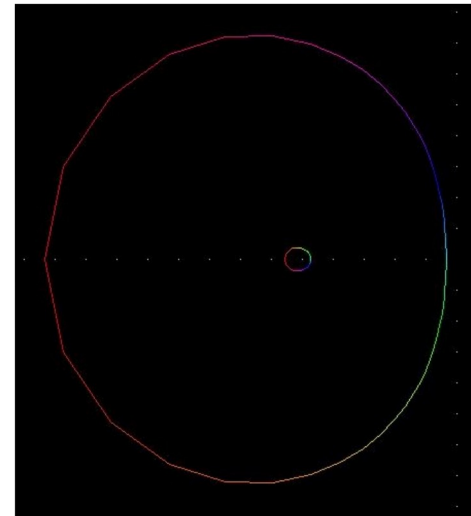
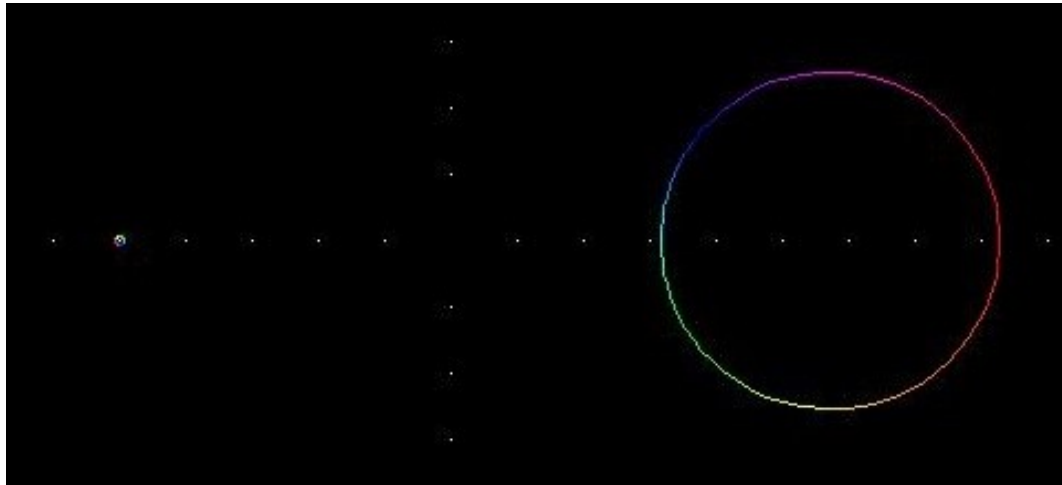


R = 0.006





*Заметим, что в некоторых случаях количество кривых и их расположение относительно друг друга отличается*



# Задача

Определить как могут располагаться эти замкнутые кривых относительно друг друга, и что на это влияет.

# Теорема

Есть два числа, характеризующие поведение данных кривых:  $\alpha$  и  $\beta$  ( $\alpha > \beta$ ), что при увеличении  $R$  с 0 до  $\infty$

1. если  $1 > \alpha$ : Два кружка  $\xrightarrow{\beta}$  Одна кривая  $\xrightarrow{\alpha}$  Круг в круге  $\xrightarrow{1}$  Два кружка
2. если  $\alpha > 1 > \beta$ : Два кружка  $\xrightarrow{\beta}$  Одна кривая  $\xrightarrow{\alpha}$  Два кружка
3. если  $\beta > 1$ : Два кружка  $\xrightarrow{1}$  Круг в круге  $\xrightarrow{\beta}$  Одна кривая  $\xrightarrow{\alpha}$  Два кружка

# Решение

Если  $d_1 = x_{11} - x_{12}$  и  $d_2 = x_{12} - x_{22}$ , а

$d_L = (x_{11} + x_{12}) - (x_{21} + x_{22})$ , то

$$\alpha = \frac{1}{2} \left| \left( \frac{d_L}{d_2} \right)^2 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 - 1 + \sqrt{\left( \left( \frac{d_L}{d_2} \right)^2 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 - 1 \right)^2 - 4 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2} \right|$$

$$\beta = \frac{1}{2} \left| \left( \frac{d_L}{d_2} \right)^2 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 - 1 - \sqrt{\left( \left( \frac{d_L}{d_2} \right)^2 - \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 - 1 \right)^2 - 4 \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2} \right|$$