УДК 512.542

О замощениях конечных некоммутативных групп

Р.Р. Бильданов
СУНЦ НГУ
В.А. Горяченко
НГУ

Замощением n-мерного пространства в геометрии называется разбиение n-мерного пространства n-мерными многогранниками без перекрытия. Понятие замощения переносится на теорию групп, где замощением называется разбиение группы на два множества таких, что каждый элемент группы единственным образом представляется в виде произведения элементов из первого и второго множеств.

Для абелевых (коммутативных) групп задача описания ее замощений с заданными свойствами изучалась многими авторами (см. [1]). Однако в случае произвольных (неабелевых) конечных групп открытым является даже следующий вопрос: верно ли, что для любой группы порядка n и любых натуральных чисел a и b таких, что n=ab, найдутся два множества мощности a и b, которые являются замощением данной группы.

Напомним (см. [2]), что в соответствии с классической теоремой Жордана – Гёльдера (теоретико-группового аналога основной теоремы арифметики) каждая конечная группа имеет композиционный ряд подгрупп, факторы которого – простые группы, причем набор этих факторов не зависит от выбора ряда (хотя и не определяет группу однозначно в отличие от разложения натурального числа на простые сомножители).

В данной работе мы показываем, что минимальным контрпримером к гипотезе о замощении должна быть неабелева простая группа, и доказываем следующее утверждение.

Теорема. Если порядок любого неабелева фактора композиционного ряда группы G порядка n не превосходит 8 000, то для любых натуральных чисел a и b таких, что n=ab, в группе G найдутся подмножества A и B мощностей a и b соответственно, для которых G=AB.

---

1. Szabo S., Sands A. D. Factoring Groups into Subsets. London: Taylor Francis. 2009.
2. Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И. Основы теории групп. М.: Наука, 1982.

Научный руководитель - д-р физ.-мат. наук, проф. Васильев А. В.