УДК 517.43

О коммутирующих разностных операторах

С. С. Еловацкий
СУНЦ НГУ, Новосибирск

Данная работа посвящена построению новых примеров одноточечных коммутирующих разностных операторов введенных в работе [1]. Разностный оператор имеет следующий вид

$$T^k + v_{k-1}(n)T^{k-1} + \ldots + v_0(n),$$

где T — оператор сдвига, то есть

$$Tf(n) = f(n+1), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Разностный оператор естественным образом действует на множестве функций {f: Z $\to \mathbb{R}$}.

Основной результат этой работы заключается в следующем.

Теорема 1. *Оператор*

$$L_2 = T^2 + \big(c_3n^3 + c_2n^2 + c_1n + c_0\big)T+$$

$$\frac{c_3^2}{4}n^6 + \frac{c_3}{4}\big(2c_2 - 3c_3\big)n^5 + \frac{1}{16}\big(4c_2^2 - 20c_2c_3 + c_3(8c_1 + 9c_3)\big)n^4$$

$$+\frac{1}{8}\big(4c_1(c_2 - 2c_3) + 6c_2c_3 + c_3(4c_0 + c_3) - 4c_2^2\big)n^3$$

$$+\frac{1}{16}\big(4(c_1^2 - 3c_1c_2 + c_2(2c_0 + c_2)) + 2(3c_1 + c_2 - 6c_0)c_3 - 3c_3^2\big)n^2+$$

$$\frac{1}{8}(c_1 - c_2)(4c_0 - 2c_1 + c_3)n,$$

где $c_j,\ j = 1, 2, 3$ — произвольные константы, коммутирует с некоторым оператором третьего порядка, который имеет полиномиальные коэффициенты по n.

Теорема 1 позволяет построить новые примеры коммутирующих элементов в первой алгебре Вейля. А именно, если в L_2, L_3 сделать замену $T \to x,\ n \to (-x\partial_x)$, тогда получим коммутирующие дифференциальные операторы с полиномиальными коэффициентами по x.

[1] Г. С. Маулешова, А. Е. Миронов. Одноточечные коммутирующие разностные операторы ранга один // Доклады академии наук, 2016, Т. 466, № 4. Р. 399–401.

Научный руководитель – д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. РАН А.Е.Миронов

Миронов