Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
14 марта 2021 г.
Задачи 10 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Груз присоединили к двум гвоздикам, расположенным на одной высоте на расстоянии $2l$ друг от друга. С одним гвоздиком его соединили нитью длиной l, а с другим – пружиной жесткостью k, имеющей в недеформированном состоянии длину l. Груз отпустили. Определите его массу, если при равновесии груза нить и пружина образовали угол 90º. Нить и пружина невесомые, нить нерастяжимая. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

1) Поскольку катет образованного прямоугольного треугольника в 2 раза меньше гипотенузы, пружина находится под углом 30º к горизонтали. Длина растянутой пружины $l\sqrt{3}$ и сила ее натяжения $T_1 = kl(\sqrt{3}-1)$. <2 балла>

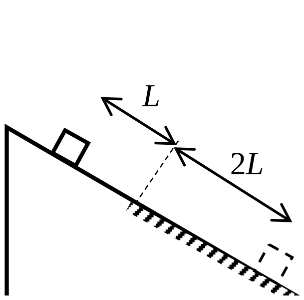
2) Если сила натяжения нити T_2, то баланс сил, действующих на груз по горизонтали $T_1 \cos 30^\circ = T_2 \cos 60^\circ$ <3 балла>

3) Баланс сил по вертикали $T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 60^\circ - mg = 0$. <2 балла>

Ответ: $m = 2kl(\sqrt{3}-1)/g$. <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение углов нити и пружины к горизонтали и длины пружины и ее силы натяжения	$T_1 = kl(\sqrt{3}-1)$	2
2	Баланс сил по горизонтали	$T_1 \cos 30^\circ = T_2 \cos 60^\circ$	3
3	Баланс сил по вертикали	$T_1 \sin 30^\circ + T_2 \sin 60^\circ - mg = 0$	2
4	Получение ответа	$m = 2kl(\sqrt{3}-1)/g$	3



2. Маленький кубик отпускают на гладком участке наклонной плоскости на расстоянии L от начала шероховатого участка. Он скользит без трения, достигая на границе шероховатого участка наибольшую скорость v, затем замедляется и останавливается на расстоянии $2L$ от начала этого участка. Насколько увеличится температура газа внутри кубика, если газу достается половина теплоты, выделяемой в результате трения? Кубик представляет собой жесткий тонкостенный контейнер, наполненный одноатомным газом с молярной массой μ. Теплоемкостью и массой контейнера, а также теплообменом между газом внутри кубика и воздухом атмосферы пренебречь. Кубик не опрокидывается. Силой сопротивления воздуха атмосферы при движении кубика пренебречь.

Возможное решение

1) Предположим, что скатывающая сила *F*, а масса кубика *m*. В таком случае $\frac{mv^2}{2} = FL$.

<2 балла>

2) На шероховатом участке дополнительно действует сила трения $F_{тр}$, так что изменение кинетической энергии центра масс кубика $-\frac{mv^2}{2} = -A_{тр} + F \cdot 2L$, где $A_{тр}$ – работа силы трения.<2 балла>

3) Работа силы трения $A_{тр} = \frac{3mv^2}{2}$ <2 балла>

4) В контейнере содержится $\nu = m / \mu$ молей газа, его внутренняя энергия увеличивается на величину полученного в результате трения тепла $\Delta E_{вн} = Q = A_{тр}/2$, $\Delta E_{вн} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$.

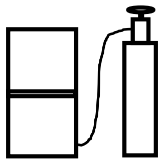
<2 балла>

Подставив значения величин, получим $\frac{3mR\Delta T}{2\mu} = \frac{3mv^2}{4}$.

Ответ: $\Delta T = \frac{\mu v^2}{2R}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение работы скатывающей силы	$\frac{mv^2}{2} = FL$	2
2	Определение работы сил на шероховатом участке	$\frac{mv^2}{2} = A_{тр} - F \cdot 2L$	2
3	Вычисление работы силы трения	$A_{тр} = \frac{3mv^2}{2}$	2
4	I начало термодинамики для газа	$\Delta E_{вн} = Q = A_{тр}/2$, $\Delta E_{вн} = \frac{3m}{2\mu} R\Delta T$	2
5	Получение ответа	$\Delta T = \frac{\mu v^2}{2R}$	2



3. Вертикально стоящий закрытый цилиндр объемом $2V$ разделен подвижным поршнем на два заполненных воздухом отсека. Поршень находится в равновесии посредине цилиндра при давлении воздуха в верхнем отсеке P и в нижнем – $2P$. К нижнему отсеку через трубку и запертый вентиль подключен баллон объемом V, содержащий сжатый воздух под давлением $10P$. Какие давления установятся в отсеках цилиндра после того, как откроют вентиль? Объемом трубки пренебречь. Температура не меняется.

Возможное решение

1) Предположим, что равновесное давление в верхнем отсеке после открытия вентиля P_1', а в нижнем – P_2'. Механическое равновесие поршня обеспечивается как до открытия вентиля, так и после него: $(P_2' - P_1')S = (P_2 - P_1)S = mg$, где m и S – масса и площадь поршня, а $P_1 = P$ и $P_2 = 2P$ –ё первоначальные давления в отсеках. <2 балла>

2) После открытия вентиля в нижнем отсеке цилиндра и баллоне установится одинаковое давление, при этом суммарное количество газа в соединенных объемах не изменится. Первоначальное количество молей газа в нижнем отсеке $\nu_2 = \dfrac{2PV}{RT}$, в баллоне $\nu_3 = \dfrac{10PV}{RT}$, конечное число молей в соединенном объеме $\nu = \nu_2 + \nu_3$ <2 балла>

3) Предположим, что объем верхнего отсека после открытия вентиля V_1. Закон Бойля-Мариотта для верхнего отсека $P_1'V_1 = PV$. <1 балл>

4) Уравнение Клапейрона-Менделеева для соединенного объема нижнего отсека и баллона $P_2'(3V - V_1) = \nu RT = 12PV$. <2 балла>

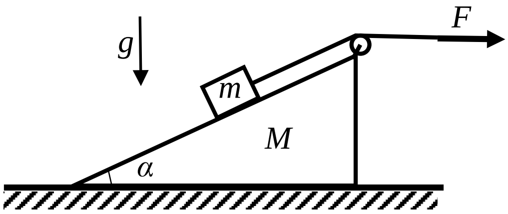
Исключая V_1 и P_2', получаем уравнение $P_1'^2 - \dfrac{10}{3}P_1' \cdot P - \dfrac{1}{3}P^2 = 0$, положительное решение которого дает значение $P_1' = \dfrac{5 + 2\sqrt{7}}{3}P$. Из уравнения $P_2' = P_1' + P$ получаем $P_2' = \dfrac{8 + 2\sqrt{7}}{3}P$.

Ответ: $P_1' = \dfrac{5 + 2\sqrt{7}}{3}P$, $P_2' = \dfrac{8 + 2\sqrt{7}}{3}P$. <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия поршня до и после открытия вентиля	$(P_2' - P_1')S = (P_2 - P_1)S = mg$	2
2	Условие сохранения количества газа в соединяемых объемах	$\nu = \nu_2 + \nu_3 = \dfrac{12PV}{RT}$	2
3	Закон Бойля-Мариотта для верхнего объема после открытия вентиля	$P_1'V_1 = PV$	1
3	Уравнение Клапейрона-Менделеева для соединяемых вентилем объемов	$P_2'(3V - V_1) = \nu RT = 12PV$	2

5	Получение ответа	$P_1' = \dfrac{5+2\sqrt{7}}{3}P \approx 3,4305P$, $P_2' = \dfrac{8+2\sqrt{7}}{3}P \approx 4,4305P$	3



4. Клин массой M с углом наклона α скользит по горизонтальной поверхности. На нем находится тело массой m, к которому привязана невесомая нерастяжимая нить, переброшенная через легкий блок, закрепленный на клине. За второй конец нити тянут с некоторой горизонтальной силой. При какой величине этой силы брусок не будет скользить по клину? Ускорение свободного падения g, трения нет, клин в процессе движения не опрокидывается.

Возможное решение

Тело и клин движутся как целое с горизонтальным ускорением a, которое можно найти из II закона Ньютона

$(M+m)a = F$.   (1)   <3 балла>

На тело действует сила F, направленная вдоль нити, и сила реакции со стороны клина N, которая направлена перпендикулярно клину. Уравнения для компонент ускорения тела

$$ma = F\cos\alpha - N\sin\alpha,$$
$$0 = F\sin\alpha + N\cos\alpha - mg.$$
(2)   <4 балла>

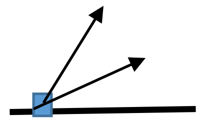
Решая систему уравнений (1)–(2), получаем искомую силу.

Ответ: $F = \dfrac{mg(M+m)\sin\alpha}{M+m(1-\cos\alpha)}$.   <3 балла>

Разбалловка по этапам

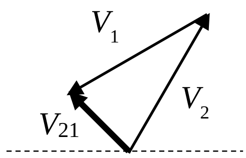
	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорения клина и тела	$(M+m)a = F$	3
2	II закон Ньютона для тела	$ma = F\cos\alpha - N\sin\alpha,$ $0 = F\sin\alpha + N\cos\alpha - mg.$	4
4	Получение ответа	$F = \dfrac{mg(M+m)\sin\alpha}{M+m(1-\cos\alpha)}$	3

5. После взрыва лежащей на горизонтальной поверхности земли гранаты один осколок полетел под углом 30°, второй – 60°. Начальные скорости осколков одинаковы и равны *v*. Определите максимальное расстояние, на которое они удалятся друг от друга. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения *g*.



Возможное решение

1) Горизонтальная скорость осколков $v_{1г} = v\cos 30^\circ; v_{2г} = v\cos 60^\circ$; вертикальная скорость $v_{1в} = v\sin 30^\circ - gt; v_{2в} = v\sin 60^\circ - gt$. До падения первого осколка второй осколок удаляется от первого с относительной скоростью



$$v_{21} = \sqrt{\left(v\cdot\cos 60^\circ - v\cdot\cos 30^\circ\right)^2 + \left(v\cdot\sin 60^\circ - v\cdot\sin 30^\circ\right)^2} = v\sqrt{2-\sqrt{3}} = \frac{v\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{2}}$$, которая не зависит от времени. <3 балла>

2) Падение первого осколка происходит через время $t_1 = \dfrac{2v\sin 30^\circ}{g}$. <1 балл>

3) Второй осколок при этом имеет скорость с составляющими $v_x = v\cos 60^\circ; v_y = v\sin 60^\circ - gt_1 = v\dfrac{\sqrt{3}}{2} - 1 < 0$. При меньшей горизонтальной скорости второй осколок в момент падения первого сделает меньшее чем первый горизонтальное перемещение, и после падения первого будет приближаться к нему. Поскольку дистанция осколков по вертикали также будет сокращаться, расстояние между осколками после падения первого осколка будет уменьшаться. <2 балла>

4) Максимальное расстояние между осколками достигается в момент падения первого осколка, и оно равно $S_{\max} = v_{21}t_1$. <2 балла>

Ответ: $S_{\max} = \dfrac{v^2\left(\sqrt{3}-1\right)}{g\sqrt{2}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение относительной скорости летящих осколков	$v_{12} = \sqrt{\left(v\cdot\cos 60^\circ - v\cdot\cos 30^\circ\right)^2 + \left(v\cdot\sin 60^\circ - v\cdot\sin 30^\circ\right)^2} = v\sqrt{2-\sqrt{3}} = \dfrac{v\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{2}}$	3

2	Определение времени падения первого осколка	$t_1 = \frac{2v\sin 30^\circ}{g}$	1
3	Утверждение о том, что после падения первого осколка расстояние между осколками уменьшается		2
4	Определение максимального расстояния	$S_{\max} = v_{21}t_1$	2
5	Получение ответа	$S_{\max} = \frac{v^2\sqrt{2-\sqrt{3}}}{g} = \frac{v^2\left(\sqrt{3}-1\right)}{g\sqrt{2}}$	2