

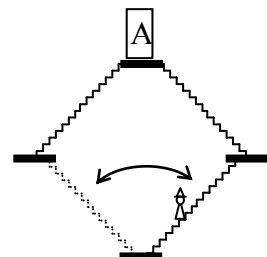
Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике (27 марта 2011 г.) 7 класс

Условия, возможные решения и разбалловка

Все задачи оцениваются из 10 баллов. Решения могут быть иными и с иными этапами. Тогда нужно провести подгонку разбалловки с учётом ключевых моментов.

1. Подъём по лестнице

Гарри Поттер спешил с первого на третий этаж в кабинет А (см. рис.). Обычно на это у него уходило 20 секунд. Но в этот раз, когда Гарри дошел до середины лестницы с первого этажа, она стала поворачиваться к другой площадке на втором этаже. Сколько времени поворачивалась эта лестница, если на весь подъём Гарри затратил 25 секунд, а все лестницы со второго этажа на третий одинаковы?



Решение и разбалловка

Гарри спешил, поэтому нужно отыскать вариант, при котором затраты времени минимальны (+1), т.е. Гарри шел всегда, когда была возможность (+1). Время движения по одной лестнице - 10 сек (+1), т.е. он шел 5 сек до ее верхнего края пока лестница двигалась (+3). Известно, что 5 секунд было потрачено лишних, т.е. эти 5 сек Гарри не двигался. (+2). Значит, лестница поворачивалась 10 секунд (+2). За (правильное) решение, в котором принято, что Гарри стоит до тех пор, пока лестница не остановится – 5 баллов.

2. Встречные поезда

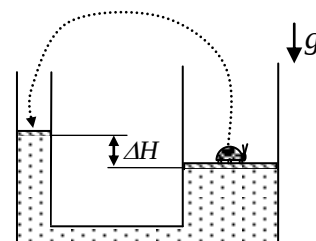
Два поезда с длинами $L_1=300$ м и $L_2=400$ м движутся навстречу друг другу по соседним железнодорожным путям со скоростями $v_1=72$ км/ч и $v_2=54$ км/ч, соответственно. Какое время пройдет от встречи локомотивов до того, как разъедутся последние вагоны?

Решение и разбалловка

Возможны различные решения. По-видимому, самое простое получится при переходе в систему отсчета, связанную с одним из поездов (+3). Тогда в момент встречи локомотивов расстояние между концами поездов 700м (+2), а скорость их сближения 126 км/ч = 35 м/с (+3). Тогда искомое время составляет 20 сек (+2).

3. Перелёт тяжёлого жука

Имеются сообщающиеся сосуды в форме цилиндров, наполненные жидкостью. Сверху цилиндры закрыты подвижными невесомыми поршнями с сечениями S и $3S$, которые могут перемещаться без трения. На поршень площадью $3S$ сел тяжёлый жук, и этот поршень стал располагаться ниже другого на ΔH . На сколько сдвинется большой поршень после того, как жук перелетит на меньший поршень?



Решение и разбалловка

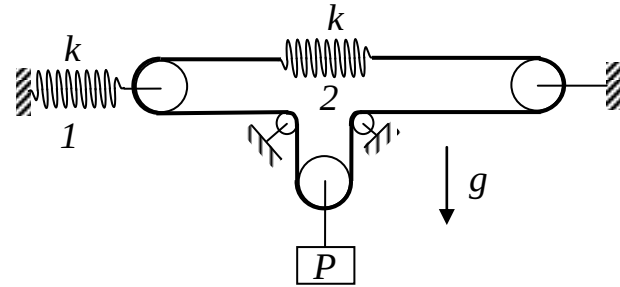
Введем обозначения для плотности жидкости (ρ) и массы жука (m). Тогда условие равновесия жука на правом поршне имеет вид $\frac{mg}{3S} = \rho g \Delta H$ (+2)

После перелета жука, правый поршень будет выше левого на ΔH_1 , которое определяется уравнением $\frac{mg}{S} = \rho g \Delta H_1$ (+2), т.е. $\Delta H_1 = \frac{m}{\rho S} = 3\Delta H$ (+1)

Если отсчитывать смещения большого и малого поршней относительно того положения, при котором поршни находятся на одной высоте (т.е. до первого прилета жука), то эти смещения относятся как 1:3 (+2), соответственно. Значит, искомое смещение большого поршня вверх составит $(\Delta H + \Delta H_1)/4$ (+2), т.е. оно равно ΔH (+1).

4. Система блоков и пружин

Имеется система блоков и пружин, к которой подвешен груз с весом $P=10$ Н (см. рисунок). Пружина №1 удерживает левый блок, а пружина №2 соединяет концы нити, охватывающей блоки. Коэффициенты жесткости пружин равны $k=200$ Н/м. На сколько растянута каждая из пружин? Обоснуйте ответ. Считать, что блоки невесомы, трением пренебречь.



Решение и разбалловка

Из условия равновесия груза следует, что натяжение нити в любой ее точке равно $P/2=5$ Н (+2). К концам пружины №2 приложены силы натяжения нити (+1). По закону Гука, растяжение этой пружины составляет $\Delta x_2 = 0.5P/k = 2.5$ см (+2). К концам пружины №1 приложены (в разные стороны) силы со стороны блока и стены (опоры) (+1). Величины этих сил равны P (+2), а растяжение пружины составляет $\Delta x_1 = P/k = 5$ см (+2).

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике (27 марта 2011 г.) 8 класс

Условия, возможные решения и разбалловка

Все задачи оцениваются из 10 баллов. Решения могут быть иными и с иными этапами. Тогда нужно провести подгонку разбалловки с учётом ключевых моментов.

1. Встречные поезда

Два поезда с длинами $L_1=300$ м и $L_2=500$ м движутся навстречу друг другу по соседним железнодорожным путям со скоростями $v_1=90$ км/ч и $v_2=54$ км/ч, соответственно. Какое время пройдет от встречи локомотивов до того, как разъедутся последние вагоны?

Решение и разбалловка

Возможны различные решения. По-видимому, самое простое получится при переходе в систему отсчета, связанную с одним из поездов (+3). Тогда в момент встречи локомотивов расстояние между концами – 800 м (+2), а скорость их сближения 144 км/ч = 40 м/с (+3). Тогда искомое время составляет 20 сек (+2).

2. Ведро с дырочкой

Мальчик наполняет бак объемом 100 л (V_1) водой из реки. У него есть ведро, в которое входит 5 л (V_0) воды, и обычно у него уходит на всю работу 40 минут (t_0). Однако на этот раз в дне ведра появилась дырочка, через которую вода вытекала с практически постоянной скоростью 1 м/с (u). Из-за этого работа длилась 1 час (t_1). Какова была площадь дырочки в ведре, если считать, что наш тренированный мальчик бежит с одной и той же скоростью и набирает и выливает воду очень быстро?

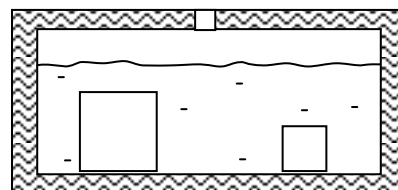
Решение и разбалловка

Из условия следует, что с целым ведром мальчик приносит $V_1/V_0=20$ полных ведер воды (+1), т.е. бежит туда-обратно 20 раз (+1), затратив по $\Delta t = t_0/40 = 1$ мин в одну сторону (+2). После появления дырочки ему пришлось набирать 30 ведер (+1), значит, до бочки он доносил только $2/3$ всей воды, т.е. треть ведра выливалась по дороге (+2). Искомая площадь отверстия определяется уравнением $Su\Delta t = \frac{1}{3}V_0$ (+1), т.е. $S=5/18$ см² ≈ 0.28 см². (+2)

За решение, в котором было упущено только то, что вода находится в ведре только половину всего времени, ставилось 7 баллов.

3. Медные кубики и вода

Внутри теплоизолированного сосуда находится два медных кубика с длинами сторон 2 см и 4 см, соответственно, причем меньший кубик имеет температуру на 90°C выше, чем больший. Для ускорения процессов теплового обмена школьник залил в сосуд воду комнатной температуры (25°C). Оказалось, что после установления теплового равновесия вода имела ту же температуру, что и вначале. Каковы были исходные температуры кубиков?



Решение и разбалловка

Из условия следует, что внутренняя энергия залитой воды не изменилась (+1). Значит, суммарная внутренняя энергия медных кубиков после установления теплового равновесия также осталась прежней, т.е. уравнение теплового баланса имеет вид

$$m_1 c T_1 + m_2 c T_2 = (m_1 + m_2) c T_0 \quad (+3), \text{ где } T_1 \text{ и } T_2 \text{ начальные температуры малого и}$$

большого кубиков, соответственно, т.е. $T_1 - T_2 = 90^\circ\text{C}$, конечные температуры кубиков равны $T_0 = 25^\circ\text{C}$ (+1). Преобразование уравнения теплового баланса дает

$$m_1(T_1 - T_0) = m_2(T_0 - T_2) \text{ или}$$

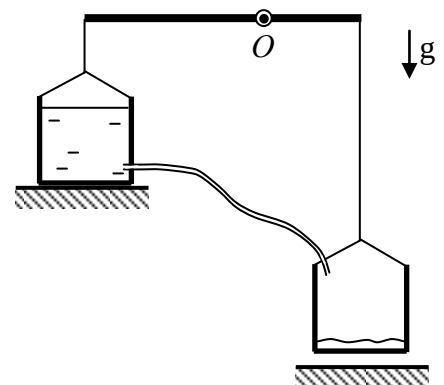
$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(T_1 - T_0)}{(T_0 - T_2)} = \frac{(90 - (T_0 - T_2))}{(T_0 - T_2)} = \frac{90}{(T_0 - T_2)} - 1 \quad (\text{возможны другие соотношения,}$$

которые могут быть использованы для определения температуры кубиков, +2 балла)

Массы кубиков отличаются в $(4/2)^3 = 8$ раз (+1), т.е. $T_2 = T_0 - 10 = 15^\circ\text{C}$ (+1), $T_1 = 105^\circ\text{C}$ (+1).

4. Текущее равновесие

Легкий рычаг, у которого одно плечо вдвое длиннее другого, может свободно поворачиваться вокруг точки крепления O . С обеих сторон к рычагу подвешены одинаковые очень легкие баки. Сначала бак, прикрепленный к длинному плечу, заполнен водой, а второй бак пуст. Из-за этого бак с водой стоит на земле, а второй висит в воздухе. Чтобы приподнять над землей оба бака, воду начинают переливать по тонкому шлангу из полного бака в пустой. Через какое время после начала переливания первый бак оторвется от земли, если известно, что полностью вода переливается за 1 час? Считать, что наличие шланга на равновесие рычага не влияет, и что скорость течения воды постоянна.

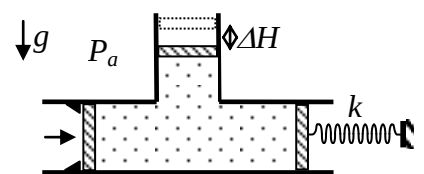


Решение и разбалловка

Верхний бак перестает давить на землю в момент, когда рычаг будет уравновешен (+2). Это случится, когда в нижнем баке окажется вдвое (+4) больше воды, чем в верхнем, т.е. перетечет $2/3$ всей воды (+2). Это займет время, равное $2/3$ часа = 40 минут (+2).

5. Труба с ответвлением

В цилиндрическую трубу с вертикальным боковым ответвлением вставлены поршни (см. рис.), между которыми находится несжимаемая жидкость с плотностью ρ . Все три поршня имеют одинаковую площадь S , могут двигаться в трубах без трения. Левый поршень удерживается на месте упорами, а правый поршень подпирается пружиной с коэффициентом жесткости k . На сколько надо вдвинуть левый поршень, чтобы верхний поршень сместился вверх на расстояние ΔH ? Считать, что внешнее давление постоянно.



Решение и разбалловка

При подъеме верхнего поршня на ΔH давление в каждой точке, на правом поршне в том числе, увеличится на $\Delta P = \rho g \Delta H$ (+3), т.е. пружина дополнительно сожмется на $\Delta x = \Delta P S / k$ (+3). Если ΔL – искомое смещение левого поршня, то из-за несжимаемости жидкости оно связано со смещениями других поршней соотношением $\Delta L S = \Delta H S + \Delta x S$ (+2),

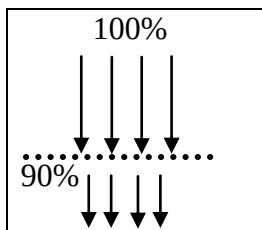
$$\text{т.е. } \Delta L = \Delta H (1 + \rho g S / k) \quad (+2).$$

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике (27 марта 2011 г.) 9 класс

Условия, возможные решения и разбалловка

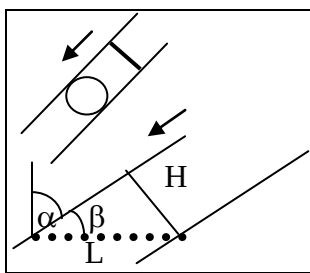
Все задачи оцениваются из 10 баллов. Решения могут быть иными и с иными этапами. Тогда нужно провести подгонку разбалловки с учётом ключевых моментов.

1. Свет и чёрные шарики



Чёрные шарики поглощают весь попавший на них свет. Их распределили равномерно по плоскости. При падении пучка света перпендикулярно плоскости поглощается 10% падающего света. На какой угол нужно изменить направление пучка, чтобы поглотилось 20% падающего света?

Решение



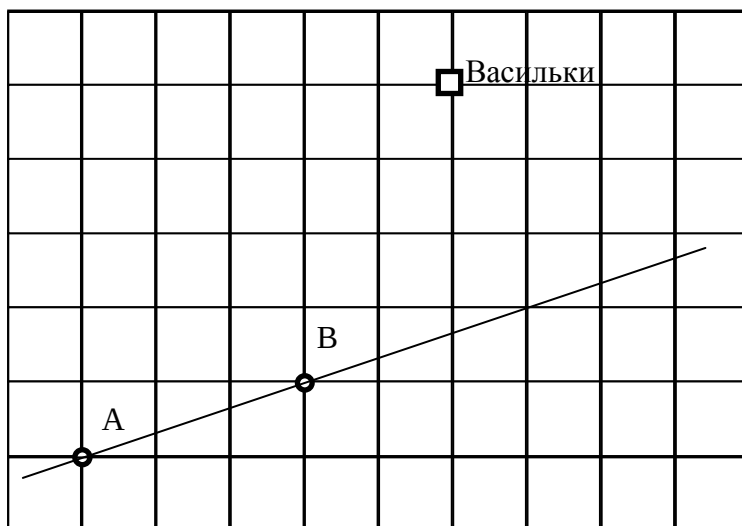
При любом направлении пучка шарик перекрывает одну и ту же площадь поперёк пучка (см. рис. слева сверху). При нормальном падении шарики суммарно перекрывают 10% площади сечения пучка. Пучок с квадратным поперечным сечением $H \times H$ при наклонном падении проходит через прямоугольник $L \times H$ на плоскости расположения шариков (см. рис. снизу). Число шариков на прямоугольнике, а значит и суммарная площадь перекрытия увеличена в L/H раз. Поскольку поглощение возросло вдвое, то $L = 2H$. В прямоугольном треугольнике с гипотенузой $L = 2H$ и противолежащим катетом H угол $\beta = 30^\circ$, а тогда угол образуемый пучком с перпендикуляром к плоскости $\alpha = 60^\circ$. (При случайном расположении шариков некоторые из них могут оказаться так близки, что часть поверхности одних шариков окажется в тени от других. Но при 90% прохождении и более-менее равномерном распределении шариков вероятность такого перекрытия мала и ею можно пренебречь.)

Разбалловка

- | | |
|--|-----|
| 1. Указание независимости от направления площади перекрытия поперёк пучка одним шариком | - 2 |
| 2. Связь поперечной площади пучка с площадью на плоскости шариков | - 2 |
| 3. Указание на пропорциональность перекрытия числу шариков, а то есть и площади на плоскости | - 2 |
| 4. Получение соотношения $L = 2H$ и нахождение отсюда искомого угла | - 3 |
| 5. Указание на пренебрежение взаимозатенением шариков | - 1 |

2. Прыжок с поезда

На карте изображены железная дорога и деревня Васильки. Поезд движется без остановок с постоянной скоростью. В момент времени $t_1 = 12$ часов 5 минут он проходит полустанок А, а в момент $t_2 = 12$ часов 11 минут – полустанок В. В какой момент нужно выпрыгнуть из поезда, чтобы добраться до Васильков по кратчайшему пути?

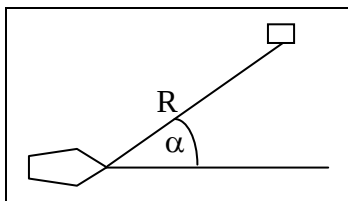


Решение

Кратчайший путь – перпендикуляр к дороге – три клеточки от Васильков вниз и одна вправо. Так найдётся место прыжка, точка С. Расстояние ВС равно расстоянию между АВ, тогда одинаковы времена прохождения $t_0 - t_2 = t_2 - t_1$ и $t_0 = 2t_2 - t_1 = 12$ часов 17 минут.

Разбалловка

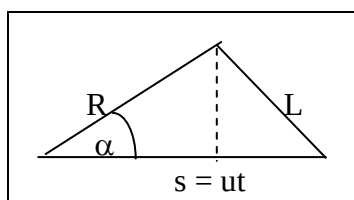
1. Указание кратчайшего пути к дороге и нахождение места прыжка С - 3
2. Нахождение отношений отрезков АВ и ВС - 2
3. Вывод об отношении времён прохождения этих отрезков - 2
4. Получения уравнения для моментов времени и нахождение искомого момента - 3



3. Спасение на море

На расстоянии R под углом α к курсу корабля заметили человека на плоту. С корабля сразу спустили катер, скорость которого v больше скорости корабля u . Через какое время от момента спуска катера человека доставят на корабль? Катер двигался прямо к неподвижному плоту, а затем по прямой к кораблю, курс которого не менялся. Временем погрузки человека на катер пренебречь.

Решение



За искомое время перемещение корабля $s = ut$. Катер проходит отрезок R под углом α к s , а затем отрезок длины $L = vt - R$ от плота до места встречи с кораблём (ведь весь путь катера за время t это vt). В треугольнике со сторонами R, L, s опустим из вершины высоту на основание s и рассмотрим прямоугольный треугольник с гипотенузой L. Его катеты равны $R\sin\alpha$ и $ut - R\cos\alpha$.

Из теоремы Пифагора $(vt - R)^2 = (ut - R\cos\alpha)^2 + R^2\sin^2\alpha$. Отсюда после раскрытия скобок и упрощений $t = 2R(v - u\cos\alpha)/(v^2 - u^2)$.

Разбалловка

1. Рассмотрение перемещений корабля и катера (треугольник со сторонами R, L, s) и получение выражений для величин перемещений через время и скорости - 3
2. Выделение прямоугольного треугольника с гипотенузой L, нахождение катетов - 2
3. Применение теоремы Пифагора и получение уравнения для t - 2
4. Преобразования и решение уравнения для t - 3

4. Кастрюля с неизвестной жидкостью

На весах стоит цилиндрическая кастрюля высоты H и площадью дна S, заполненная жидкостью до высоты h. Кастрюлю сняли с весов и аккуратно опустили в неё брусок массы m и объема V. Часть жидкости вытекла, а брусок плавает, погружившись на 4/5 своего объёма. Как изменятся показания весов, если снова поставить кастрюлю на весы?

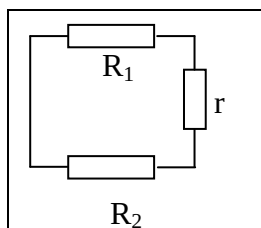
Решение

При аккуратном опускании бруска уровень жидкости плавно поднимается, когда он дойдёт до края, жидкость начнёт выливаться, а её уровень не будет меняться. Поскольку вес вытесненной жидкости равен весу плавающего тела (закон Архимеда), то суммарный вес бруска и оставшейся жидкости равен весу массы жидкости в цилиндре высоты H. Эта масса $M = \rho SH$, где ρ плотность жидкости. Начальная же масса жидкости $M_0 = \rho Sh$. Изменение массы $\Delta M = \rho S(H - h)$. (Этот результат можно сразу получить, приравняв изменение силы давления на дно из-за разницы высот столба, «суммарному» изменению силы

тяжести.) Но плотность жидкости неизвестна! Найдём её из условия плавания бруска $m = \rho(4/5)V$ и окончательно $\Delta M = 5mS(H - h)/4V$

Разбалловка

1. Указание, что конечный уровень жидкости совпадает с краем - 1
2. Нахождение суммарной массы бруска и оставшейся жидкости из закона Архимеда через плотность жидкости - 3
3. Определение начальной массы жидкости через её плотность - 1
4. Нахождение плотности жидкости из условия плавания бруска - 2
5. Нахождение изменения суммарной массы - 2



5. Три неизвестных сопротивления

Когда источник напряжения $V = 90 \text{ В}$ подсоединён к резистору R_2 указанной схемы, то на на резисторе R_1 напряжение $V_1 = 72 \text{ В}$. Когда источник подсоединён к резистору R_1 , то на на резисторе R_2 напряжение $V_2 = 75 \text{ В}$. Какими будут напряжения U_1 и U_2 на этих резисторах, если источник подключить к резистору r ? Напряжение источника неизменно при всех подключениях.

Решение

При первом подключении ток в R_1 и r один и тот же, а напряжение V равно сумме напряжений. Тогда $IR_1 = V_1$ и $I(R_1 + r) = V$. Откуда $R_1 = 4r$. При втором подключении последовательно соединены резисторы R_2 и r , и аналогичным образом найдём, что $R_2 = 5r$. При подключении источника к r , ток i через резисторы R_1 и R_2 один и тот же, тогда $U_1 = iR_1$ и $U_2 = iR_2$, а $U_1 + U_2 = V$, откуда $U_1 = 40 \text{ В}$ и $U_2 = 50 \text{ В}$.

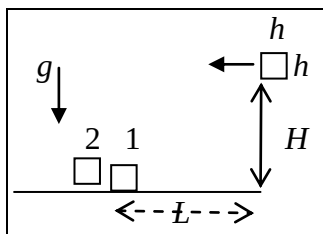
Разбалловка

1. Указание какие резисторы оказываются подключены последовательно, а какие параллельно при каждом из трёх подсоединений источника - 3
2. Нахождение соотношения для сопротивлений $R_1 = 4r$ и $R_2 = 5r$ из закона Ома и равенства суммарного напряжения напряжению источника - 4
3. Нахождение искомых напряжений при третьем подключении источника - 3

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике (27 марта 2011 г.) 10 класс

Условия, возможные решения и разбалловка

Все задачи оцениваются из 10 баллов. Решения могут быть иными и с иными этапами. Тогда нужно провести подгонку разбалловки с учётом ключевых моментов.



1. Бросание коробок

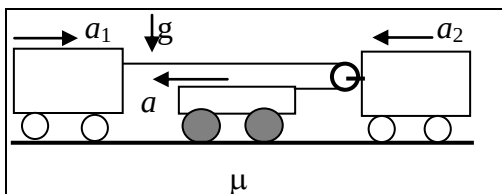
Коробки в форме куба с ребром h выбрасывают из окна по горизонтали с высоты H над землёй, как показано на рисунке. Они летят поступательно, при ударе о землю останавливаются. Первая коробка упала на землю на расстоянии L по горизонтали. С какой наименьшей скоростью нужно бросить вторую коробку, чтобы она перелетела над первой, не зацепив её?

Решение

Критический случай – задний нижний угол 2-й коробки касается верхнего переднего угла первой. Тогда 2-я коробка пролетает по горизонтали расстояние $L + h$, а по вертикали на $H - h$. Откуда $v = (L + h)/t$, $(H - h) = gt^2/2$ и окончательно для наименьшей скорости $v = (L + h) \sqrt{g/2(H - h)}$.

Разбалловка

- | | |
|--|-----|
| 1. Указание критического случая с наименьшей скоростью | - 3 |
| 2. Нахождение перемещений по горизонтали и вертикали за время полёта | - 3 |
| 3. Получение выражения для наименьшей скорости | - 4 |



2. Тягач между тележек

Тележки, массы которых равны массе тягача, прицеплены к нему лёгким нерастяжимым тросом, пропущенным через блок без трения. Каковы модули ускорений a_1 и a_2 левой и правой тележки, если тягач движется с ускорением a ? Трения в осях колёс тележек нет. Каково максимально возможное ускорение a , если все колёса тягача ведущие, а коэффициент трения их с дорогой μ ? Ускорение свободного падения g .

Решение

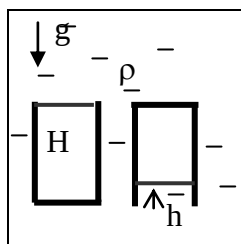
Из 2-го закона Ньютона в применении к левой и правой тележке $ma_1 = T$; $ma_2 = 2T$, здесь T натяжение троса, тогда $a_2 = 2a_1$. Из неизменности длины троса $a_1 + 2a_2 = a$. Отсюда $a_1 = a/5$; $a_2 = 2a/5$.

Сила трения $F_{тр} \leq \mu mg$, из 2-го закона Ньютона в применении к тягачу $ma = F_{тр} - T$. Подставляя сюда наибольшее значение силы трения и заменяя T на $ma_1 = ma/5$, находим максимальное $a = 5\mu g/6$.

Разбалловка

- | | |
|---|---------------|
| 1. Установление связи ускорений из неизменности длины троса | - 2 |
| 2. Второй закон Ньютона в применении к тележкам | (1 + 1) = - 2 |
| 3. Нахождение ускорения тележек при данном ускорении тягача | - 2 |
| 4. Второй закон Ньютона в применении к тягачу при максимальном трении | - 2 |
| 5. Нахождение максимального ускорения тягача | - 2 |

3. Подводные измерения



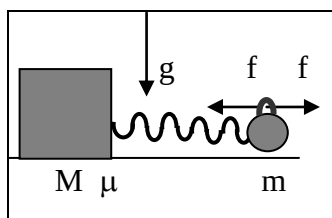
Два одинаковых цилиндра высоты H удерживаются под водой на одной и той же неизвестной глубине. Один цилиндр перекрыт поршнем сверху, а другой – снизу. В них одинаковое количество воздуха при одинаковой температуре. Найдите давление воздуха в каждом из цилиндров, если в первом поршень находится на уровне открытого конца цилиндра, а во втором опрокинутом цилиндре поршень вдвинут в цилиндр на h . Трения нет, поршень тонкий и невесомый. Плотность воды ρ , ускорение свободного падения g .

Решение

Из уравнения состояния при равенстве числа молей и температуры $P_1 H = P_2 (H - h)$. Разность давлений $P_2 - P_1 = \rho g (H - h)$ – перепаду давления в жидкости. Отсюда находим искомые давления $P_1 = \rho g (H - h)^2 / h$; $P_2 = \rho g (H - h) H / h$.

Разбалловка

- | | |
|---|-----|
| 1. Связь давлений и объёмов при неизменной температуре | - 3 |
| 2. Связь разности давлений газа с перепадом давления в жидкости | - 3 |
| 3. Нахождение искомых давлений | - 4 |



4. Качнём вправо, качнём влево...

На полу стоит ящик массы $M = 200$ кг, коэффициент трения его с полом $\mu = 0,5$. К ящику прикреплена длинная пружина с гирей массы $m = 10$ кг на конце. Удерживая гирю на постоянной высоте над полом, прикладывают к ней горизонтальную силу f , направленную вправо. В момент наибольшего растяжения пружины меняют направление этой силы на противоположное. При достижении наибольшего сжатия снова, не меняя величины силы, тянут груз вправо с той же силой... Сколько таких качаний понадобится, чтобы ящик стронулся? Рассмотрите случаи $f = 10$ Н и $f = 100$ Н. Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Пусть при n -м качании максимальное отклонение от исходного положения x_n , соответственно упругая сила $F_n = kx_n$, а при следующем качании в противоположную сторону x_{n+1} и $F_{n+1} = kx_{n+1}$. Приrost упругой энергии равен работе силы f на пути $x_n + x_{n+1}$. То есть $F_{n+1}^2 / 2k - F_n^2 / 2k = f(x_n + x_{n+1})$. Отсюда $F_{n+1} - F_n = 2f$, а $F_n = 2nf$. Тогда при числе качаний $N = \mu Mg / 2f$ (50 и 5 качаний) упругая сила обеспечит сдвиг тела с места.

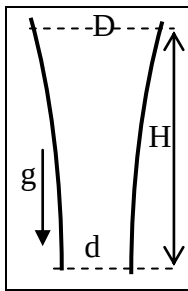
Разбалловка

- | | |
|--|-----|
| 1. Связь максимальных упругих сил с максимальными отклонениями | - 2 |
| 2. Равенство работы приращению потенциальной энергии при одном качании | - 3 |
| 3. Вывод об одинаковом приращении упругой силы за одно качание | - 2 |
| 4. Нахождение числа качаний (формула и числа) | - 3 |

5. Объёмный расход

Сечения вертикальной струи воды из крана на расстоянии $H = 10$ см имеют близкие диаметры: $D = 1,0$ см и $d = 0,9$ см. Оцените объём воды, вытекающей за единицу времени в мл/с. Принять ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².

Решение



При данных условиях скорость воды можно считать почти вертикальной, рассматривая движение объёмчиков жидкости как свободное падение. При стационарной струе объёмный расход q одинаков в любом сечении. Тогда $q = V\pi D^2/4$ (V скорость в верхнем сечении) и $q = v\pi d^2/4$ (v скорость в нижнем сечении). При свободном падении $v^2 - V^2 = 2gH$. Выразая скорости через q , получим $q^2 = \pi^2 g H D^4 d^4 / 8(D^4 - d^4)$ и $q \approx 150$ мл/с. Возможно решение из уравнения Бернулли.

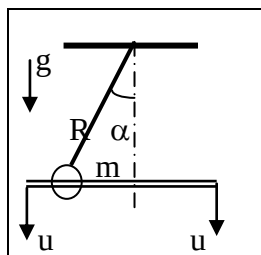
Разбалловка

- | | |
|--|-----|
| 1. Идея о рассмотрении движения как свободного падения | - 2 |
| 2. Постоянство объёмного расхода | - 1 |
| 3. Связь скоростей с диаметрами сечений | -2 |
| 4. Связь скоростей с перепадом высоты | -2 |
| 5. Нахождение объёмного расхода (формула и число) | -3 |

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике (27 марта 2011 г.) 11 класс

Условия, возможные решения и разбалловка

Все задачи оцениваются из 10 баллов. Решения могут быть иными и с иными этапами. Тогда нужно провести подгонку разбалловки с учётом ключевых моментов.



1. Бусина на спице

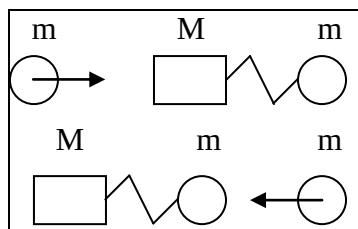
Бусина массы m привязана к потолку невесомой нитью длины R и надета на горизонтальную спицу. Трения между спицей и бусиной нет. Спицу опускают с постоянной скоростью u , при этом нить не провисает. Найдите натяжение нити в момент, когда она образует угол α с вертикалью.

Решение

Бусина движется по окружности радиуса R . Вертикальная проекция её скорости равна скорости спицы u . Если её скорость в рассматриваемый момент v , то $u = v \sin \alpha$, а тогда $v = u / \sin \alpha$. Так как ускорение по вертикали нулевое, то $T \cos \alpha + N = mg$. Здесь T натяжение нити, N сила нормального давления со стороны спицы. Центробежное ускорение v^2/R вызывается силами, поперечными скорости. Из 2-го закона Ньютона имеем: $mv^2/R = T + N \cos \alpha - mg \cos \alpha$. После подстановок находим окончательно $T = mu^2 / R \sin^4 \alpha$. Возможно решение с нахождением зависимости от времени смещения бусины и дифференцированием – ускорения с последующим исключением времени.

Разбалловка

- | | |
|---|-----|
| 1. Указание на движение по окружности и нахождение скорости бусины | - 2 |
| 2. Равновесие сил по вертикали | - 2 |
| 3. Использование 2-го закона Ньютона для выражения центростремительного ускорения | - 3 |
| 4. Нахождение натяжения нити | - 3 |



2. Удар слева, удар справа

Система состоит из тел масс m и $M = 100\text{ м}$, соединенных недеформированной упругой пружиной. Если третье тело массы m с некоторой скоростью налетит на систему слева (см. рис.), то после абсолютно неупругого удара максимальное сжатие пружины равно x_1 . Каким будет максимальное сжатие пружины x_2 после абсолютно неупругого удара, если тело налетает на систему справа с той же скоростью?

Решение

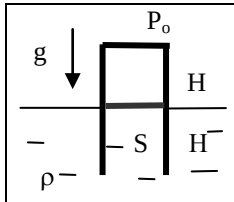
Скорость после удара находим из сохранения импульса: $v_1 = p/(m + M)$ в первом случае и $v_2 = p/2m$ во втором, здесь p импульс налетающего тела. В момент наибольшего сжатия скорости всех тел одинаковы и равны $w = p/(2m + M)$. Из сохранения энергии имеем $p^2/2(M + m) - p^2/2(M + 2m) = kx_1^2/2$ и $p^2/4m - p^2/2(M + 2m) = kx_2^2/2$.

$$\text{Отсюда } x_2 = x_1 \sqrt{M(M + m)/2m^2} = \sqrt{5050} x_1 \approx 71 x_1.$$

Разбалловка

- | | |
|--|-----|
| 1. Использование сохранения импульса при неупругих ударах | - 2 |
| 2. Использование сохранения импульса в момент наибольшего сжатия | - 2 |
| 3. Применение сохранения энергии с учётом упругой | - 4 |
| 4. Нахождение x_2 | - 2 |

3. Вытеснение жидкости



В открытом снизу цилиндре высоты $2H$, погружённом в жидкость плотности ρ наполовину, выше тонкого невесомого поршня сечения S одноатомный газ, а ниже жидкость. Исходно поршень находится посередине цилиндра. Сколько тепла Q нужно передать газу, чтобы вытеснить жидкость из цилиндра? Атмосферное давление неизменно и равно P_0 . Ускорение свободного падения g .

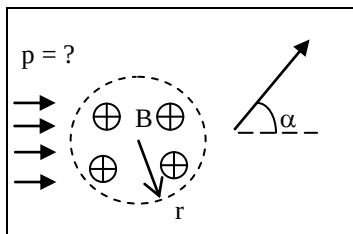
Решение

Давление газа в конечном состоянии $P = P_0 + \rho gH$ равно давлению жидкости на глубине H . Тепло, полученное газом идёт на увеличение внутренней энергии и работу: $Q = \Delta U + A$. Для одноатомного газа $U = (3/2)\nu RT = (3/2)PV$; тогда $\Delta U = (3/2)(PV - P_0V_0)$, где $V_0 = HS$, $V = 2HS$. Работа находится по площади на PV диаграмме $A = (P + P_0)\Delta V/2$, где $\Delta V = HS$. После всех подстановок и упрощений находим $Q = (5/2)P_0SH + (7/2)\rho gSH^2$.

Разбалловка

- | | |
|---|-----|
| 1. Нахождение давления в конечном состоянии | - 1 |
| 2. Идея применения первого начала | - 1 |
| 3. Выражения для внутренней энергии и её приращения | - 3 |
| 4. Нахождение работы газа | - 3 |
| 5. Нахождение тепла | - 2 |

4. Отклонение магнитным полем



Пучок частиц с зарядом q , имеющих одинаковый, но неизвестный импульс, налетает на область магнитного поля, перпендикулярного скорости частиц в пучке. Граница области – цилиндр радиуса r , вектор магнитной индукции B направлен по его оси. Найдите импульс частиц p , если наибольший угол отклонения скорости $\alpha < 180^\circ$.

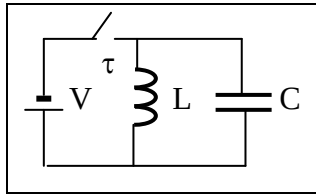
Решение

Траектории в магнитном поле – дуги окружности радиуса $R = p/qB$, где p импульс частицы. (Это можно получить из 2-го закона Ньютона и выражения для магнитной силы: $mv^2/R = qvB$ ($p = mv$).) Угол отклонения – угловая мера дуги. При угле отклонения φ длина хорды дуги $2R\sin(\varphi/2)$, которая для $\varphi \leq \alpha < 180^\circ$ монотонно растёт с углом, так что максимальной хорде отвечает максимальный угол и наоборот. Максимальная длина хорды – диаметр области, откуда $\sin(\alpha/2) = r/R$, а $p = qBr/\sin(\alpha/2)$. Если $R < r$, то угол отклонения может быть любым от 0 до 360° .

Разбалловка

- | | |
|---|-----|
| 1. Связь величины импульса с радиусом траектории в магнитном поле | - 3 |
| 2. Вывод, что при максимальном отклонении хорда дуги равна диаметру области | - 4 |
| 3. Нахождение искомого импульса | - 3 |

5. Подключение к батарее



Источник постоянного напряжения V , катушка индуктивности L и конденсатор ёмкости C соединены по указанной схеме. Исходно ключ разомкнут и ток нулевой. Ключ замыкают на время τ . Найдите максимальное напряжение на конденсаторе после размыкания ключа, если омическим сопротивлением можно пренебречь.

Решение

На конденсаторе во время замыкания ключа напряжение $U = V$, ток в катушке растёт линейно со временем: $LdI/dt = V$ и конечный ток $I = V\tau/L$. В момент размыкания энергия $W = CV^2/2 + LI^2/2$. При максимальном напряжении она полностью переходит к конденсатору, тогда $W = CV_{\max}^2/2$ и $V_{\max} = V\sqrt{1 + \tau^2/LC}$.

Разбалловка

1. Нахождение напряжения на конденсаторе при замкнутом ключе - 1
2. Нахождение тока в катушке к моменту размыкания ключа - 3
3. Выражение для энергии в момент размыкания - 3
4. Идея нахождения максимального напряжения из сохранения энергии - 2
5. Получение ответа - 1