Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
14 марта 2021 г.
Задачи 11 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Идеальная батарейка с ЭДС $\mathcal{E}$ подключена к трем последовательно соединенным резисторам. При этом в цепи выделяется мощность N_1. Если закоротить первый резистор, выделяющаяся мощность равна N_2, а если закоротить второй, мощность будет N_3. Найдите сопротивление каждого резистора.

Возможное решение

Запишем выделяющуюся в каждом случае мощность

$$\begin{cases} N_1 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_1 + R_2 + R_3}, \\ N_2 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_2 + R_3}, \\ N_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_1 + R_3}. \end{cases}$$

<5 баллов>

Выражаем из каждого уравнения сумму сопротивлений

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{\varepsilon^2}{N_1},$$

$$R_2 + R_3 = \frac{\varepsilon^2}{N_2},$$

<3 балла>

$$R_1 + R_3 = \frac{\varepsilon^2}{N_3}.$$

Из этой системы получаем ответ.

Ответ: $R_1 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_1} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_2}$, $R_2 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_1} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_3}$, $R_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_2} + \dfrac{\varepsilon^2}{N_3} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_1}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение мощностей во всех случаях	$\begin{cases} N_1 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_1+R_2+R_3}, \\ N_2 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_2+R_3}, \\ N_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{R_1+R_3}. \end{cases}$	5
2	Получение выражений для сумм сопротивлений	$R_1+R_2+R_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_1}$, $R_2+R_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_2}$, $R_1+R_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_3}$.	3
3	Получение ответа	$R_1 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_1} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_2}$, $R_2 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_1} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_3}$, $R_3 = \dfrac{\varepsilon^2}{N_2} + \dfrac{\varepsilon^2}{N_3} - \dfrac{\varepsilon^2}{N_1}$	2

2. На реке имеются две пристани, А и В, к каждой из которых пришвартован почтовый катер. Заправка катера №1 на пристани А позволяет ему только дойти до пристани В, затратив на это $t_1 = 4$ часа, а заправки катера №2 на пристани В едва хватит, чтобы за $t_2 = 8$ часов дойти до пристани А. Несмотря на дефицит горючего, катера без дополнительных заправок смогли доставить почту из А в В, и из В в А, причем, каждый катер вернулся на свою пристань своим ходом. Катер №1 отправился в $t_A = 12$ часов. В какой самый поздний момент времени t_B должен был отправиться катер №2, чтобы такая доставка почты могла состояться? Скорость катеров относительно воды и расход топлива одинаковые. Перекачка горючего из одного катера в другой невозможна. Движение катера с выключенным двигателем не допускается.

Возможное решение

1) Доставить почту можно только перебросив ее из одного катера в другой в промежуточном пункте, удаленном на расстоянии *x* от А и *y* от В. Пусть скорость катеров относительно воды *v*, а скорость течения – *u*. <1 балл>

2) При движении первого катера из А в В

$$x+y=(v+u)t_1 \qquad (1),$$

при движении второго из В в А

$$x+y=(v-u)t_2 . \qquad (2). \qquad \text{<2 балла>}$$

3) Время движения до точки встречи и обратно определяется количеством горючего:
$\frac{x}{v+u}+\frac{x}{v-u}=\frac{x\cdot 2v}{v^2-u^2}=t_1$, $\frac{y}{v-u}+\frac{y}{v+u}=\frac{y\cdot 2v}{v^2-u^2}=t_2$, откуда

$$\frac{x}{y}=\frac{t_1}{t_2} \qquad (3) \qquad \text{<2 балла>}$$

4) Обозначив t_B искомое время, получим: $t_A+\frac{x}{v+u}=t_B+\frac{y}{v-u}$, <2 балла>

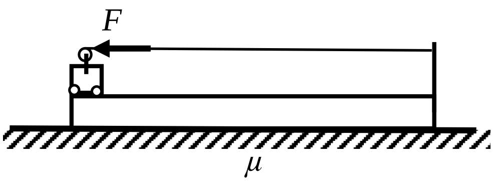
$$t_B=t_A+\frac{x}{v+u}-\frac{y}{v-u}=t_A+\frac{x}{(x+y)}\frac{(x+y)}{(v+u)}-\frac{y}{(x+y)}\frac{(x+y)}{(v-u)} .$$

Учитывая (1), (2) и (3), получаем $t_B=t_A+\frac{t_1^2}{t_1+t_2}-\frac{t_2^2}{t_1+t_2}=t_A+t_1-t_2$.

Ответ: $t_B=8$ час. <3 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение сценария доставки почты		1
2	Вывод формулы для времени движения первого и второго катера	$x+y=(v+u)t_1$, $x+y=(v-u)t_2$	2
3	Определение отношения расстояний от пристаней до точки встречи	$\frac{x}{y}=\frac{t_1}{t_2}$	2
4	Выражение времени отправления второго катера через расстояния и скорости	$t_A+\frac{x}{v+u}=t_B+\frac{y}{v-u}$	2
5	Получение ответа	$t_B=8$ час.	3



3. Тележка массой m находится на левом краю гладкой платформы массой $2m$ и перемещает себя к правому краю платформы с помощью лебедки, которая натягивает горизонтальную веревку с силой F. Другой конец веревки зафиксирован на правом краю платформы. Длина платформы L. Платформа лежит на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между платформой и поверхностью μ. Тележка катится по платформе без трения и, достигнув правого края платформы, резко прекращает катиться, удерживаемая механическими захватами, смонтированными на платформе. Найти смещение платформы после окончания движения, если в начальный момент тележка и платформа покоились. Тележка не переворачивается, а платформа не отрывается от основания. $F > 3\mu mg$.

Возможное решение

1) Запишем проекцию на ось x, направленную вправо. На тележку действует сила F, а на платформу – F и сила трения $F_{тр} = 3\mu mg$. Ускорение тележки $a_1 = \frac{F}{m}$.

Поскольку $F > 3\mu mg$, ускорение платформы направлено влево, и $a_2 = \frac{F-3\mu mg}{2m}$.

<2 балла>

2) За время качения тележки тележка и платформа суммарно переместятся на длину платформы

$L = (a_1 + a_2)\frac{t_1^2}{2}$, откуда $t_1 = \sqrt{\frac{2L}{(a_1+a_2)}}$. <2 балла>

3) После захвата тележки система будет иметь импульс, создаваемый единственной внешней силой, силой трения $3mu = F_{тр}t_1$. Скорость системы после соударения $u = \mu g t_1$ и направлена вправо, так как внешняя сила трения действует вправо. Вкладом силы трения в импульс силы за время удара пренебрегаем, так как считаем, что удар практически мгновенный. <2 балла>

4) До захвата тележки платформа проходит расстояние $l_1 = \frac{a_2 t_1^2}{2}$ влево от начального положения. После захвата тележки платформа пройдет расстояние $l_2 = \frac{u^2}{2\mu g}$ вправо.

<2 балла>

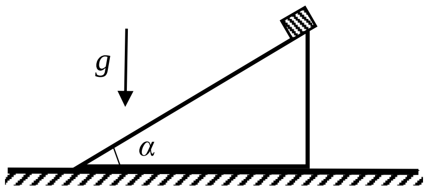
Значит, смещение от начального положения

$$l_\Sigma = l_2 - l_1 = \frac{u^2}{2\mu g} - \frac{a_2 t_1^2}{2} = \frac{(\mu g - a_2)t_1^2}{2} = L\frac{5\mu mg - F}{3(F - \mu mg)}$$

Ответ: $l = L\dfrac{5\mu mg - F}{3(F - \mu mg)}$ <2 балла>

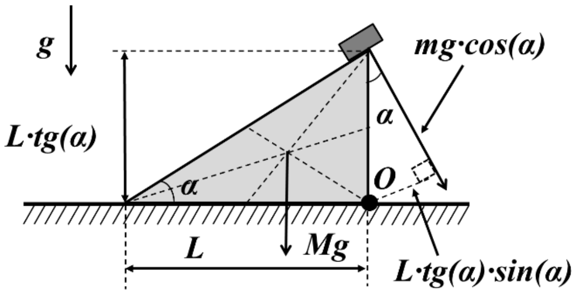
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорений тележки и платформы при качении тележки	$a_1 = \frac{F}{m}, a_2 = \frac{F-3\mu mg}{2m}$	2
2	Определение времени качения тележки	$t_1 = \sqrt{\frac{2L}{(a_1 + a_2)}}$	2
3	Определение скорости платформы при захвате тележки	$u = \mu g t_1$	2
4	Определение перемещения платформы до и после захвата тележки	$l_1 = \frac{a_2 t_1^2}{2}, l_2 = \frac{u^2}{2\mu g}$	2
5	Получение ответа	$l = L\frac{5\mu mg - F}{3(F - \mu mg)}$	2



4. На горизонтальной поверхности покоится однородный прямоугольный клин. Угол при основании клина равен $\alpha = 30^{o}$, как показано на рисунке. На вершину клина аккуратно кладут брусок. При каком максимальном отношении массы бруска к массе клина клин не начнёт переворачиваться? Трения между бруском и клином нет. Коэффициент трения между клином и горизонтальной поверхностью большой и не позволяет клину скользить. Размером бруска пренебречь.

Возможное решение



1) Если положить достаточно массивный брусок на вершину клина, то клин может начать вращение вокруг точки *O*, где он касается поверхности своим прямым углом. Клин будет покоиться при условии равенства нулю суммарного момента сил, действующего на него. Запишем это равенство относительно точки *O*:

$$Mg\frac{L}{3} = mg\cos(\alpha) \cdot L \cdot tg(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + K ,$$ <4 балла>

где *K* – момент силы реакции опоры, действующей на клин со стороны поверхности, *L* – длина основания клина.

2) Предельно большая масса бруска отвечает нулевому моменту силы реакции опоры *K*. В написанной формуле учтено, что центр масс клина находится в точке пересечения медиан, которая делит каждую медиану в соотношении 2:1, считая от вершины. Брусок действует на клин только своим весом, так как трение между бруском и клином полностью отсутствует.

Условие отсутствия начала переворота клина имеет, таким образом, вид:

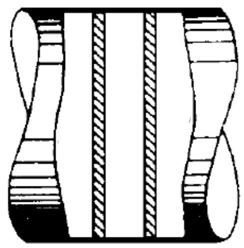
$$Mg\frac{L}{3} - mg\cos(\alpha) \cdot L \cdot tg(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \geq 0 \qquad \text{<4 балла>}$$

Максимальная масса бруска: $m_{max} = \frac{M}{3 \cdot sin^2(\alpha)}$., а искомое отношение 4/3.

Ответ: $m/M = 4/3$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Установлен критерий начала переворота	$Mg\frac{L}{3} = mg\cos(\alpha) \cdot L \cdot tg(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + K$	4
2	Записано уравнение для моментов сил	$Mg\frac{L}{3} - mg\cos(\alpha) \cdot L \cdot tg(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \geq 0$	4
3	Получение ответа	$m/M = 4/3$	2



+Q -Q

5. Два проводящих поршня площадью S расположены в горизонтальной трубе из непроводящего материала. Промежуток между ними заполнен воздухом. Если на поршни поместить заряды $\pm Q$, напряжение между ними будет V. Если заряды на поршнях равны $\pm 2Q$, напряжение будет $0.8V$. Найти атмосферное давление. Расстояние между поршнями много меньше их радиуса. Температура постоянна. Трения нет.

Возможное решение

1) Обозначим равновесное расстояние между поршнями h_0, атмосферное давление P_0. Когда на поршнях находятся заряды $\pm Q$, электростатическая сила взаимодействия равна $F_1 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$ <2 балла>.

2) Эта сила уравновешивается добавочным давлением между поршнями $P_1 = P_0 + \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$ <1 балл>.

3) По закону Бойля–Мариотта расстояние между поршнями будет $h_1 = h_0 P_0 / P_1$, и напряжение $V_1 = \frac{Qh_1}{\varepsilon_0 S}$ <3 балла>.

4) В случае, когда на поршнях находятся заряды $\pm 2Q$, получаем аналогично $P_2 = P_0 + \frac{4Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$, $h_2 = h_0 P_0 / P_2$, и напряжение $V_2 = \frac{2Qh_2}{\varepsilon_0 S}$ <2 балла>.

Разделив одно напряжение на другое, получаем $\dfrac{P_0 + \dfrac{4Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}}{2\left(P_0 + \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}\right)} = \dfrac{5}{4}$, откуда $P_0 = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$

Ответ: $P_0 = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$. <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение электрической силы притяжения поршней	$F_1 = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$	2
2	Определение давления из баланса сил	$P_1 = P_0 + \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$	1
3	Определение расстояния между поршнями и напряжения при заряде Q	$h_1 = h_0 P_0 / P_1, \quad V_1 = \dfrac{Qh_1}{\varepsilon_0 S}$	3
4	Определение расстояния между поршнями и напряжения при заряде $2Q$	$P_2 = P_0 + \dfrac{4Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}, \quad h_2 = h_0 P_0 / P_2,$ $V_2 = \dfrac{2Qh_2}{\varepsilon_0 S}$	2
5	Получение ответа	$P_0 = \dfrac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$	2