

Заочный тур 2014-2015
9 класс

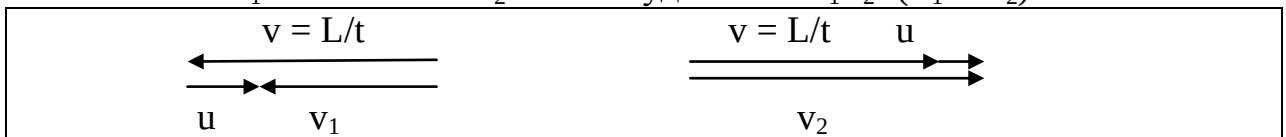
Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Вдоль железной дороги в противоположных направлениях движутся два автомобиля. Первый едет от станции А до станции В время $T_1 = 30$ минут, а второй – от В до А время $T_2 = 20$ минут. Однако, оба они за одинаковое время $t = 16$ с проехали мимо поезда длины $L = 400$ м. Каково в метрах расстояние между станциями? Скорости автомобилей и поезда постоянны.

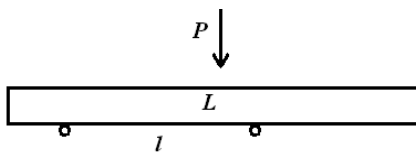
Возможное решение

Пусть скорости автомобилей v_1 и v_2 , а поезда u . Тогда для первого автомобиля, едущего навстречу поезду, время проезда $t = L/(v_1 + u)$. Таково же время проезда и для второго автомобиля, обгоняющего поезд, и $t = L/(v_2 - u)$. Отсюда $L/t = v_1 + u$ и $L/t = v_2 - u$, это можно получить и сразу, исходя из равенства скоростей относительно поезда (см. схему внизу).

Если искомое расстояние x , то: $v_1 = x/T_1$; $v_2 = x/T_2$. Таким образом $L/t = x/T_1 + u$ и $L/t = x/T_2 - u$. Откуда $x = 2LT_1T_2/t(T_1 + T_2) = 3600$ м.



Ответ: 3600 м.

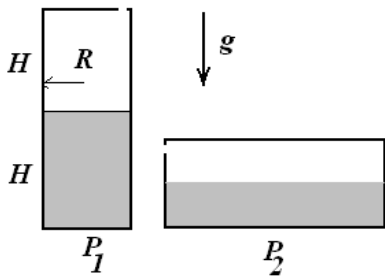


2. Однородная балка веса $P = 800$ Н и длины $L = 2,4$ м лежит горизонтально на двух стержнях. Какова наибольшая возможная нагрузка на один из стержней (в ньютонах), если расстояние между ними $l = 1,6$ м? 1 м?

Решение

Нагрузка на стержни зависит от положения центра балки. Пусть он находится на расстоянии x от левого стержня. Тогда из равновесия моментов сил относительно этого стержня имеем $Nl = Px$ и $N = Px/l$. Наибольшему возможному x отвечает наибольшая нагрузка N на правый стержень. В первом случае $x_{\max} = L/2$ (левый конец балки дошёл до левого стержня, а центр балки находится между стержнями). Во втором случае $x_{\max} = l$ (центр балки дошёл до правого стержня, а левый конец балки левее левого стержня). Итак в первом случае $N = PL/2l = 600$ Н, а во втором $N = P = 800$ Н.

Ответ: 600 Н; 800 Н.



3. Бочка высоты $2H$ и радиуса $R = H/2$ заполнена неизвестной жидкостью наполовину. При этом большее давление в жидкости $P_1 = 1,21 \cdot 10^5$ Па. Когда бочку положили на бок, то наибольшее давление стало $P_2 = 1,13 \cdot 10^5$ Па. Найдите давление воздуха P в паскалях.

Решение

$$P_1 = P + \rho g H; P_2 = P + \rho g R = P + \rho g H/2; P = 2P_2 - P_1 = 1,05 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $1,05 \cdot 10^5$ Па.

4. По горизонтальному столу со скоростью $v_0 = 12$ м/с двигалось тело. Слетев с него, оно ударилось о пол со скоростью $v = 13$ м/с. Какое время (в секундах) тело пролетело до удара? Ускорение свободного падения g округить до 10 м/с². Влиянием воздуха пренебречь.

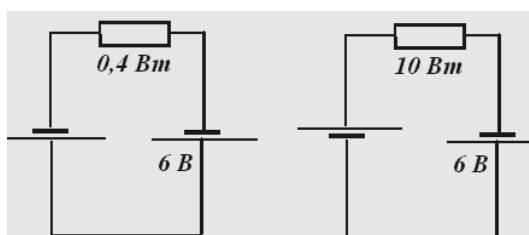
Решение

$$v^2 = v_0^2 + (gt)^2; t = 0,5 \text{ с.}$$

Ответ: 0,5 с.

5. Основное свойство радиоактивного распада в том, что доля распавшихся за определённое время ядер не зависит от их количества. За один год распалось 36% от исходного количества ядер. Какой процент ядер распадается за $1/2$ года? За 2 года? Ответ округлите до целого числа процентов.

Ответ: 20%; 59%.

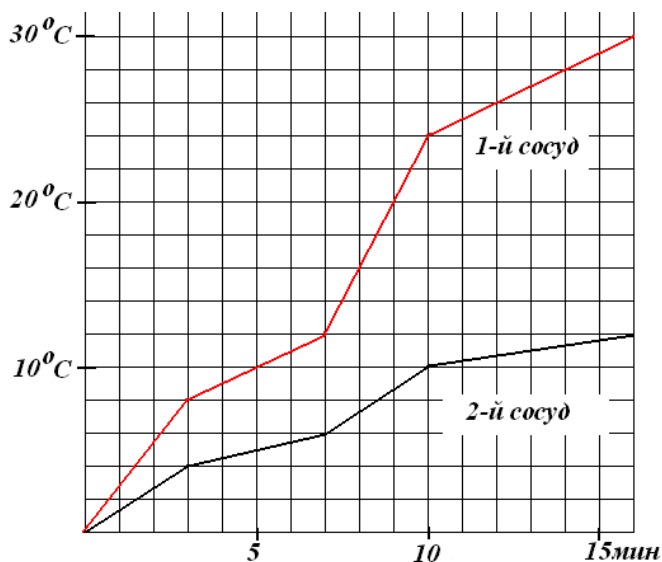


6. К резистору подключили две батареи с малым внутренним сопротивлением. В зависимости от схемы соединения на резисторе выделяется мощность $N_1 = 0,4$ Вт или $N_2 = 10$ Вт. Напряжение на правой батарее $U_1 = 6$ В. Какими могут быть значения напряжения на левой? Ответ в вольтах.

Решение

Общая формула мощности $N = RI^2$. В правой схеме напряжения батарей складываются. Так как $U_1 + U_2 = RI$, то $N_2 = (U_1 + U_2)^2/R$. В левой схеме напряжения батарей встречные и направление тока зависит от того, на какой батарее большее напряжение. Поэтому возникнут два решения! Для мощности в любом случае $N_1 = (U_1 - U_2)^2/R$. Тогда $N_2/N_1 = (U_1 + U_2)^2/(U_1 - U_2)^2 = 25$ и $(U_1 + U_2)/(U_1 - U_2) = \pm 5$. Откуда $U_2 = 4$ В или $U_2 = 9$ В.

Ответ: 9 В; 4 В.

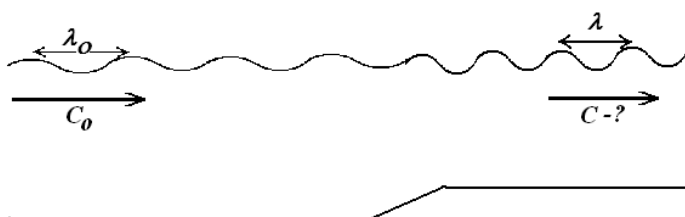


7. В двух сосудах находилась вода с начальной температурой 0°C . В них на 3 минуты включили нагреватели с одинаковой мощностью. Затем мощности стали менять. Зависимость температуры воды от времени в этих сосудах указана на графике. Известно, что наименьшая мощность нагревателя во втором сосуде $N_{\min} = 25$ Вт. Какова наибольшая мощность нагревателя в первом сосуде? Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь. Ответ в ваттах.

Решение

По участку графиков нагрева за время от 0 до 3 минут можно сделать вывод, что теплоёмкости сосудов отличаются в 2 раза: $N_0 \Delta t = C_1 \Delta T_1 = C_2 \Delta T_2$. Мощность $N = C \Delta T / \Delta t$ можно определить по наклону графика. Для 2-го сосуда наибольший наклон совпадает с наклоном начального участка, который в 4 раза больше наиболее пологого участка. Поэтому наибольшая мощность для нагревателя во 2-м сосуде $N_0 = 4N_{\min} = 100$ Вт. Для первого сосуда наибольший наклон $\Delta T / \Delta t$ достигается в интервале времени от 7 до 10 минут и он наклон в 1,5 раз больше начального. Таким образом искомая наибольшая мощность $N = 1,5N_0 = 150$ Вт у нагревателя в 1-м сосуде.

Ответ: 150 Вт.



8. Скорость волн на воде зависит от глубины дна. Пока волна идёт по глубокой воде, расстояние между вершинами волн $\lambda_0 = 10$ м, а её скорость $C_0 = 20$ м/с. Когда она проходит по мелководью, расстояние между вершинами $\lambda = 6$ м. Какова тогда скорость волны на мелководье?

Решение

$$\lambda_0 / C_0 = T = \lambda / C; C = (\lambda / \lambda_0) C_0 = 0,6 C_0 = 12 \text{ м/с.}$$

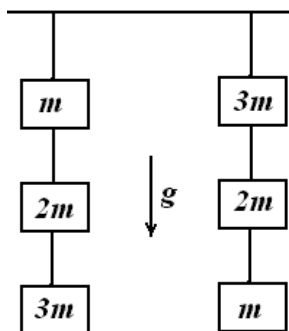
Ответ: 12 м/с.

9. С первого этажа многоэтажного дома поднимаются два жильца. Оба идут по лестнице с постоянными скоростями. Первый начал подъём на 30 секунд раньше второго. Но до второго этажа он добрался раньше второго лишь на 28 секунд. На каком этаже второй жилец догонит первого?

Решение

$$T_1 + h/v - h/u = T_2; T_1 + H/v - H/u = 0; N = H/h + 1 = T_1 / (T_1 - T_2) + 1 = 16.$$

Ответ: 16.



10. Грузы, одинаковых размеров и указанных на рисунке масс, связаны одинаковыми упругими резинками и подвешены к потолку на таких же резинках. Тщательные измерения показали, что средний груз справа выше на $h = 8$ мм среднего груза слева. Насколько миллиметров нижний груз справа выше нижнего груза слева?

Решение

Сила натяжения пропорциональна удлинению резинки $T = kx$. Самые верхние резинки растягиваются одинаковой силой, отвечающей суммарной массе $6m$. Поэтому $h = x_2 - x_1$, где x_2 и x_1 удлинение вторых сверху резинок справа и слева. $kx_2 = 5mg$, $kx_1 = 3mg$. Для нижних резинок имеем $kx_3 = 3mg$, $kx_4 = mg$. Тогда искомое $H = x_2 - x_1 + x_3 - x_4 = 2h = 16$ мм.

Ответ: 16 мм.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

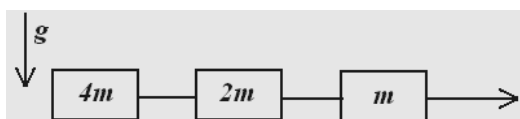
№ задачи	Ответы
1.	3600 м (здесь и далее указанные в условии единицы измерения могут быть опущены)
2.	600 Н; 800 Н
3.	$1,05 \cdot 10^5$ Па
4.	0,5 с
5.	20%; 59%
6.	9 В; 4 В
7.	150 Вт
8.	12 м/с
9.	16
10.	16 мм

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников

2014-2015

11 класс

Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Ответ в общем виде представляется в системе СИ. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

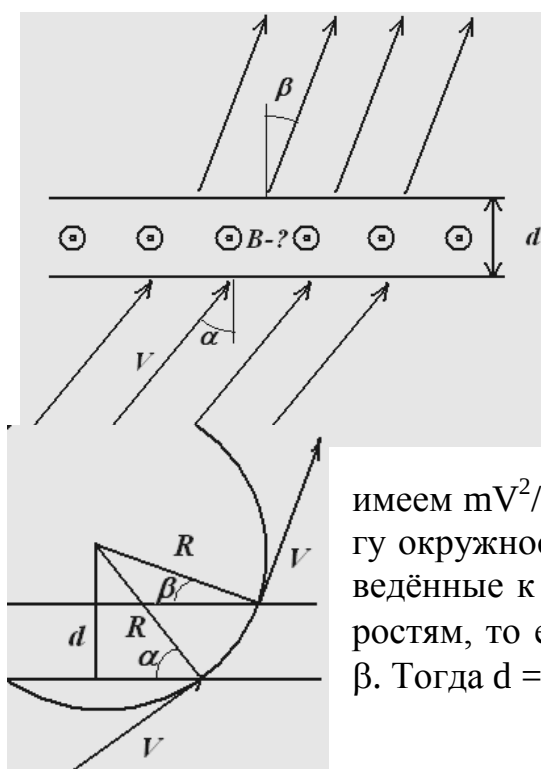


1. Три тела, указанных на рисунке масс, связаны нерастяжимыми невесомыми нитями. Под действием силы F , приложенной к телу массы m , система двигалась вправо. Коэффициенты трения тела массы m с полом $\mu_1 = 0,4$, а тела массы $2m$ – $\mu_2 = 0,2$. Найдите наименьшее значение коэффициента трения тела массы $4m$ с полом, при котором нити останутся натянутыми после прекращения действия силы F .

Решение

Если нити натянуты, то ускорения тел одинаковы, из 2-го закона Ньютона в применении ко всей системе $a = (\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2 + \mu_3 m_3)g / (m_1 + m_2 + m_3)$. Из 2-го закона Ньютона в применении к m_1 : $m_1 a = \mu_1 m_1 g + T_1$ находим натяжение правой нити $T_1 = m_1 a - \mu_1 m_1 g$, а в применении к m_3 : $m_3 a = \mu_3 m_3 g - T_2$ и натяжение левой нити $T_2 = \mu_3 m_3 g - m_3 a$. Условие, что обе нити натянуты, положительность натяжений, то есть $T_1 \geq 0$ и $T_2 \geq 0$. Эти условия после подстановок значений масс дают для μ_3 неравенства: $\mu_3 \geq (6\mu_1 - 2\mu_2)/4 = 0,5$ и $\mu_3 \geq (\mu_1 + 2\mu_2)/3 = 8/30$. Так как второе число меньше, то ответ $\mu_3 = 0,5$.

Ответ: $\mu_3 = 0,5$.



2. Однородное магнитное поле в зазоре d между параллельными плоскостями направлено перпендикулярно плоскости рисунка. Пучок электронов влетает в область поля со скоростью V под углом α с нормалью к границе области, а вылетает под углом β . Найдите величину вектора магнитной индукции B . Заряд электрона $-e$, масса m .

Решение

При скорости, перпендикулярной магнитному полю, траектория электрона окружность. Из 2-го закона Ньютона и выражения магнитной силы имеем $mV^2/R = eVB$, откуда радиус $R = mV/eB$. Рассмотрим дугу окружности между граничными плоскостями. Радиусы, проведённые к точкам пересечения границ, перпендикулярны скоростям, то есть образуют с граничными плоскостями углы α и β . Тогда $d = R(\sin\alpha - \sin\beta)$; а $B = mV(\sin\alpha - \sin\beta)/ed$.

Ответ: $B = mV(\sin\alpha - \sin\beta)/ed$.

3. В начальный момент покоящиеся позитрон и два протона находятся в вершинах равностороннего треугольника. Их одновременно отпускают и они разлетаются. Найдите отношение кинетических энергий позитрона и одного из протонов после разлёта. Масса позитрона равна массе электрона, а заряд равен заряду протона. Значение масс протона и электрона отыщите в литературе.

Решение

Масса протона примерно в 2000 раз больше массы электрона, а то есть и позитрона. Поэтому разлёт можно считать происходящим в два этапа. 1-й этап. Позитрон быстро улетает на очень большое расстояние, а протоны остаются практически на месте. 2-й этап. Покинутые позитроном протоны разлетаются друг от друга уже без влияния позитрона. Из применения сохранения энергии к 1-му этапу имеем $K_{\text{позитрон}} = 2e^2/4\pi\epsilon_0 r$; а в применении к 2-му этапу $2K_{\text{протон}} = e^2/4\pi\epsilon_0 r$. Откуда $K_{\text{позитрон}}/K_{\text{протон}} = 4$.

Ответ: 4.

4. Отыщите в справочной литературе плотности золота и серебра при 20°C. У какого из веществ объём приходящийся на один атом больше? На какую долю в процентах? Результат округлите до одной значащей цифры.

Решение

$\mu_{\text{Ag}} = 107,88$; $\mu_{\text{Au}} = 197,2$; $N_A V_{\text{Ag}} = \mu_{\text{Ag}}/\rho_{\text{Ag}} = 10,28 \text{ см}^3$; $N_A V_{\text{Au}} = \mu_{\text{Au}}/\rho_{\text{Au}} = 10,21 \text{ см}^3$; $\Delta V/V = 0,7\%$.

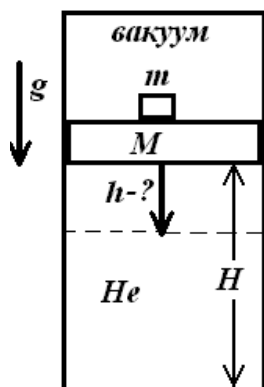
Ответ: У серебра больше на 0,7%.

5. Шарик массы m после упругого удара с исходно неподвижным телом отскочил назад со скоростью $u = 0,99v$, где v его начальная скорость. Какова масса тела?

Решение

Из сохранения импульса с учётом направлений: $m(v + u) = Mw$. Из сохранения энергии: $m(v^2 - u^2) = Mw^2$. Возведём первое уравнение в квадрат и поделим на второе, тогда $M = m(v + u)/(v - u) = 199m$.

Ответ: 199m.



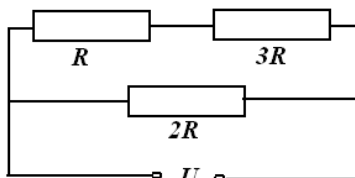
6. Поршень массы M удерживается в равновесии гелием на высоте H от дна цилиндра. На поршень сверху положили груз массы m . Насколько после этого опустится поршень? Над поршнем вакуум, трения со стенками цилиндра нет, теплообменом гелия с цилиндром и поршнем пренебречь.

Решение

Внутренняя энергия гелия $U = (3/2)\nu RT = (3/2)PV$. В начальном состоянии тогда $U_0 = (3/2)P_0V_0 = (3/2)MgH$, а в конечном $U = (3/2)(M + m)g(H - h)$. При отсутствии теплообмена приращение внутренней энергии гелия равно убыли потенциальной энергии поршня с грузом в поле тяжести: $U - U_0 = (M + m)gh$.

Откуда $h = 3mH/5(M + m)$.

Ответ: $h = 3mH/5(M + m)$.

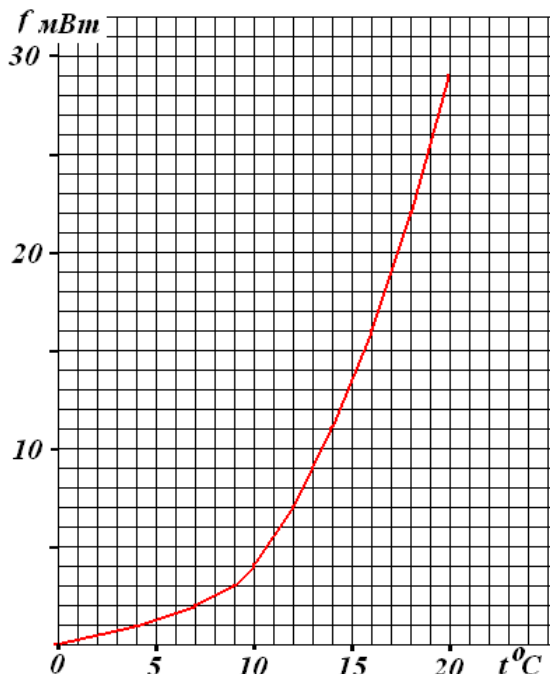


7. Найдите отношение максимальной мощности, выделяющейся на одном из резисторов, к минимальной. Сопротивления резисторов указаны на схеме.

Решение

$$U^2/2R : (1/4)U^2/4R = 8.$$

Ответ: 8.



8. Для тепловой изоляции используют многослойный материал, состоящий из листов тонкой фольги, разделённых вспененным веществом. В стационарном режиме поток тепла q через один слой зависит от температур фольги на его границах t_1 и t_2 следующим образом:

$$q = f(t_2) - f(t_1),$$

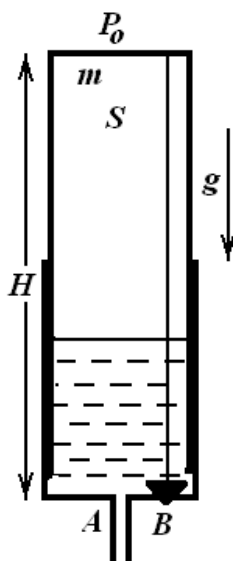
где функция $f(t)$ задана на графике. Определите поток тепла через 50 слоёв, если температуры фольги на границах 9°C и 20°C . Ответ привести в милливаттах.

Решение

В стационарном режиме поток тепла через любой из 50 слоёв один и тот же. Тогда искомый поток $q = \Delta f_1 = \Delta f_2 \dots = \Delta f_{50}$, где Δf_k приращение функции f на k -том слое. Заметим, что

$\Delta f_1 = f(t_1) - f(9^\circ\text{C})$, $\Delta f_2 = f(t_2) - f(t_1)$, $\Delta f_3 = f(t_3) - f(t_2)$, ... $\Delta f_{50} = f(20^\circ\text{C}) - f(t_{49})$, где $t_1, t_2, \dots, t_{49}$ температуры на 49 внутренних листах фольги. Эти температуры заранее неизвестны, но если сложить все приращения, то неизвестные слагаемые сократятся, а в сумме получится $\Delta f = f(20^\circ\text{C}) - f(9^\circ\text{C})$, а тогда искомый поток $q = \Delta f/50 = (f(20^\circ\text{C}) - f(9^\circ\text{C}))/50 = 0,52 \text{ мВт}$.

Ответ: 0,52 мВт.

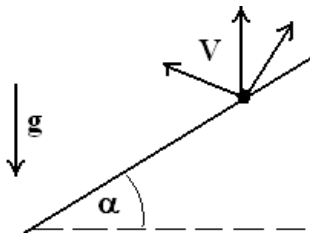


9. Цилиндрическая труба массы $m = 100 \text{ кг}$, высоты $H = 2,2 \text{ м}$ и сечения $S = 0,1 \text{ м}^2$ закрыта сверху. Она вставлена в открытый сверху цилиндр и может двигаться в нём без трения. Исходно труба заполнена воздухом при атмосферном давлении $P_0 = 10^5 \text{ Па}$. По трубке А в дне цилиндра начинают медленно закачивать жидкость, она не проходит через стык нижнего края трубы и дна цилиндра. При поступлении некоторого объёма жидкости V труба чуть приподнимается и открывается клапан В в дне цилиндра. Найдите объём V в литрах. Температура неизменна. Считать ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение

Условие отрыва трубы $PS = mg + P_0S$. Нахождение конечного объёма воздуха $V_k = SH - V$. Выражение неизменности температуры воздуха $PV_k = P_0SH$. Получение уравнения для V : $P_0SH = (P_0 + mg/S)(SH - V)$; нахождение V , формула и число $V = mgHS/(P_0S + mg) = 20 \text{ л}$.

Ответ: 20 л.



10. На склоне горы с углом наклона α взрывается бомба. Осколки бомбы летят во все стороны с одинаковой начальной скоростью V . Через какое время после взрыва и на каком расстоянии от места взрыва упадёт самый последний осколок? Ускорение свободного падения g .

Решение

Для времени падения на наклонную плоскость не существенно движение вдоль неё. Перемещение по перпендикуляру к наклонной плоскости за время полёта равно нулю, то есть $v_n t - g \cos \alpha t^2 / 2 = 0$, где v_n проекция начальной скорости осколка на перпендикуляр к склону, а $-g \cos \alpha$ проекция ускорения на это направление. Отсюда $t = 2v_n / g \cos \alpha$. Наибольшее время получится при $v_n = v$, для осколка, вылетающего перпендикулярно склону. Тогда $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$. Поскольку в этом случае начальная скорость вдоль склона равна нулю, то перемещение вдоль склона $L = g \sin \alpha t_{\max}^2 / 2 = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$. Это и есть расстояние от места взрыва до места падения последнего осколка.

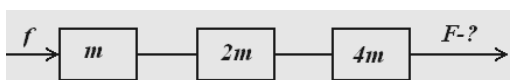
Ответ: $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице задача не будет оценена!

№ задачи	Ответ
1.	$\mu_z = 0,5$ (здесь и далее обозначение искомой величины может быть опущено, как и указанные в условии единицы измерения)
2.	$B = mV(\sin \alpha - \sin \beta) / ed$
3.	4
4.	У серебра больше на 0,7%
5.	199m
6.	$h = 3mH / 5(M + m)$
7.	8
8.	0,52 мВт
9.	20 л
10.	$t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$

**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2014-2015
10 класс**

Задача оценивается в 5 баллов только при наличии полного решения и правильного ответа в указанных в условиях единицах. Если ответом в задаче является несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Ответ должен быть внесён в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Три тела, указанных на рисунке масс, связаны нерастяжимыми невесомыми нитями. К крайнему левому телу приложена сила f , направленная вправо. При какой наименьшей силе F , приложенной к крайнему правому телу, нити не будут провисать?

Решение

Критическое условие обращение в ноль натяжения нити между массами m и $2m$. При этом ускорения этих масс должны быть равны. То есть $f/m = F/6m$;
 $F = 6f$.

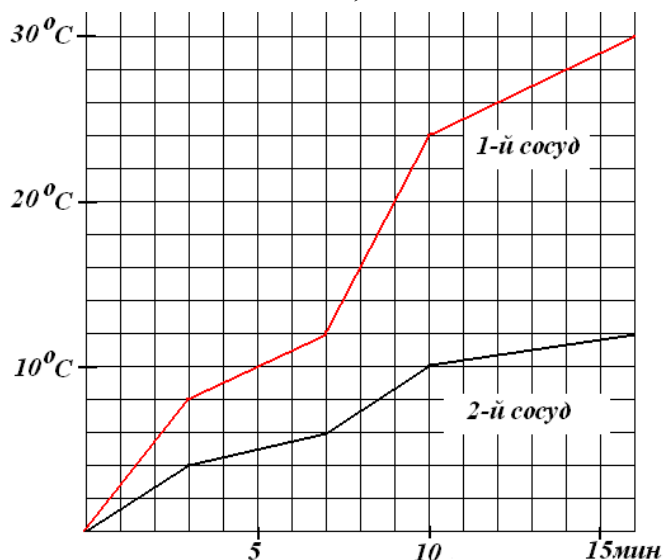
Ответ: $F = 6f$.

2. По горизонтальному столу со скоростью $v_0 = 12$ м/с двигалось тело. Слетев с него, оно ударилось о пол со скоростью $v = 13$ м/с. Какое время тело пролетело до удара? Принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Влиянием воздуха пренебречь.

Решение

$$v^2 = v_0^2 + (gt)^2; t = 0,5 \text{ с.}$$

Ответ: 0,5 с.



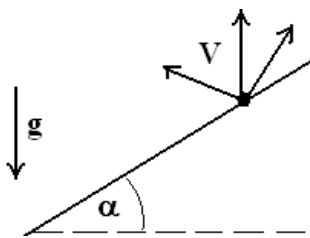
3. В двух сосудах находилась вода с начальной температурой 0°C . В них на 3 минуты включили нагреватели с одинаковой мощностью. Затем мощности стали менять. Зависимость температуры воды от времени в этих сосудах указана на графике. Известно, что наименьшая мощность нагревателя во втором сосуде $N_{\min} = 25$ Вт. Какова наибольшая мощность нагревателя в первом сосуде? Теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

Решение

По участку графиков нагрева за

время от 0 до 3 минут можно сделать вывод, что теплоёмкости сосудов отличаются в 2 раза: $N_0 \Delta t = C_1 \Delta T_1 = C_2 \Delta T_2$. Мощность $N = C \Delta T / \Delta t$ можно определить по наклону графика. Для 2-го сосуда наибольший наклон совпадает с наклоном начального участка, который в 4 раза больше наиболее пологого участка. Поэтому наибольшая мощность для нагревателя во 2-м сосуде $N_0 = 4N_{\min} = 100$ Вт. Для первого сосуда наибольший наклон $\Delta T / \Delta t$ достигается в интервале времени от 7 до 10 минут и он наклон в 1,5 раз больше начального. Таким образом искомая наибольшая мощность $N = 1,5N_0 = 150$ Вт у нагревателя в 1-м сосуде. Наименьшая же мощность у нагревателя в 1-м сосуде равна 37,5 Вт.

Ответ: 150 Вт



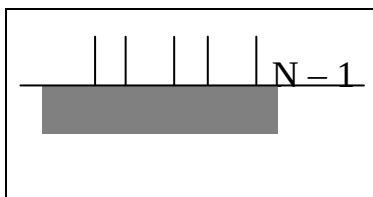
4. На склоне горы с углом наклона α взрывается бомба. Осколки бомбы летят во все стороны с одинаковой начальной скоростью V . Через какое время после взрыва и на каком расстоянии от места взрыва упадёт самый последний осколок? Ускорение свободного падения g .

Решение

Для времени падения на наклонную плоскость не существенно движение вдоль неё. Перемещение по перпендикуляру к наклонной плоскости за время полёта равно нулю, то есть $v_n t - g \cos \alpha t^2 / 2 = 0$, где v_n проекция начальной скорости осколка на перпендикуляр к склону, а $-g \cos \alpha$ проекция ускорения на это направление. Отсюда $t = 2v_n / g \cos \alpha$. Наибольшее время получится при $v_n = v$, для осколка, вылетающего перпендикулярно склону. Тогда $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$. Поскольку в этом случае начальная скорость вдоль склона равна нулю, то перемещение вдоль склона $L = g \sin \alpha t_{\max}^2 / 2 = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$. Это и есть расстояние от места взрыва до места падения последнего осколка.

Ответ: $t_{\max} = 2v / g \cos \alpha$; $L = 2v^2 \sin \alpha / g \cos^2 \alpha$.

5. Брусок плавает в воде. В него втыкают одинаковые стальные иглы. При 99 как угодно воткнутых иглах часть бруска торчит из воды. Наименьшее число игл, при котором брусок погружается ниже уровня воды, $N = 100$. Сколько ещё игл можно воткнуть, чтобы брусок продолжал оставаться на плаву? Плотность стали $\rho = 7,8\rho_0$, где ρ_0 плотность воды. Объёмом воткнутой части иглы и изменением объёма бруска при втыкании игл пренебречь.



Решение

Погружение бруска от втыкания одной иглы, зависит от того, куда она втыкается. Если игла остаётся целиком в воздухе, то масса вытесненной бруском воды равна массе иглы m , а объём погружения бруска увеличится на $v_0 = m / \rho_0$. Если игла целиком в воде, то объём погружения бруска меньше на объём иглы $v = m / \rho$, то есть он тогда равен $m / \rho_0 - m / \rho$. Суммарный вытесненный объём остаётся, конечно,

прежним. Понятно поэтому, что брусок сильнее всего погружается если иглы втыкаются сверху и они целиком в воздухе.

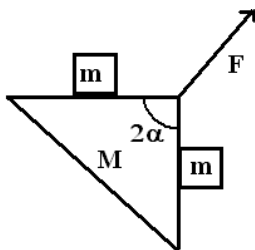
Рассмотрим предельную ситуацию, когда при N иглах в воздухе верхняя грань бруска точно на уровне поверхности воды. Втыкание дополнительных игл приведёт к тому, что они частично окажутся в воде. Какое число игл полностью находящихся в воде способен удержать брусок? Поскольку масса дополнительно вытесненной воды $(N + \Delta N)\rho_0 v$ равна массе дополнительных игл $\Delta N \rho v$, то $(N + \Delta N)\rho_0 v = \Delta N \rho v$, и $\Delta N = N\rho_0/(\rho - \rho_0) = 100/6,8 \cong 14,7$.

Если иглы не ломать, то их число должно быть целым. Понятно, что при $\Delta N = 15$ масса вытесненной воды $(N + \Delta N)\rho_0 v$ меньше массы 15 игл и брусок вместе с иглами уйдёт на дно. При $\Delta N = 14$ иглы просто частично останутся в воздухе.

Однако условия задачи не исключают другой предельной ситуации. При $N - 1$ игле, остающихся в воздухе, брусок ещё не полностью погружён в воду, но его верхняя грань почти на уровне поверхности воды. Тогда при N иглах масса теперь вытесненной иглами воды равна массе одной иглы. Поэтому масса дополнительно вытесненной воды теперь будет $(N + \Delta N)\rho_0 v - \rho v$. Приравнявая её массе дополнительных игл $\Delta N \rho v$ получим соотношение $(N + \Delta N)\rho_0 - \rho = \Delta N \rho$, откуда $\Delta N = (N\rho_0 - \rho)/(\rho - \rho_0) = 92,2/6,8 \cong 13,5$.

Итак при $\Delta N = 13$ брусок с иглами заведомо не утонет, может не утонуть при 14 иглах, но при 15 утонет заведомо.

Ответ: $\Delta N = 13$, может быть 14, но не больше.

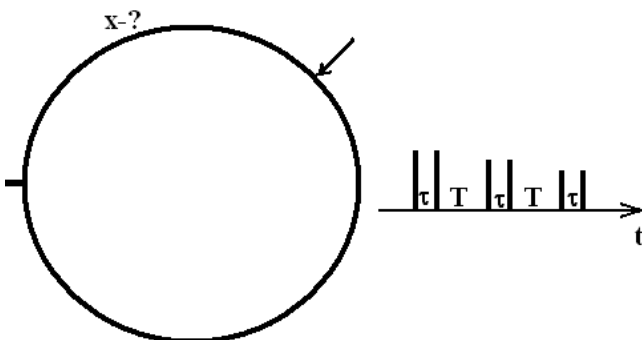


6. На столе находится равнобедренный клин массы M с углом 2α при вершине. Он соприкасается с симметрично расположенными брусками массы m каждый. Клин начали тянуть с силой F , направленной по биссектрисе угла при вершине. Найдите ускорение клина, если трения нет.

Решение

Ускорения брусков A направлены по нормали к сторонам клина, из условия соприкосновения имеем $A = a \sin \alpha$, где a ускорение клина, направленное по биссектрисе. Сила нормального давления, действующая на брусок, по 2-у закону Ньютона $N = mA = masin\alpha$. Для клина: $Ma = F - 2Nsin\alpha$. После подстановки N находим $a = F/(M + 2msin^2\alpha)$.

Ответ: $a = F/(M + 2msin^2\alpha)$.



7. На кольце длины $L = 1$ м есть датчик, фиксирующий приход звуковых импульсов по материалу кольца. После удара по кольцу датчик зарегистрировал череду импульсов: сначала два импульса почти равной силы с интервалом времени $\tau = 0,1$ мс, затем через время $T = 0,9$ мс ослабленный третий импульс, а почти такой же четвёртый импульс – ещё спустя

время τ ... и т.д. Объясните, почему так происходит и найдите расстояние вдоль кольца от датчика до места удара. (Укажите меньшее расстояние в сантиметрах.)

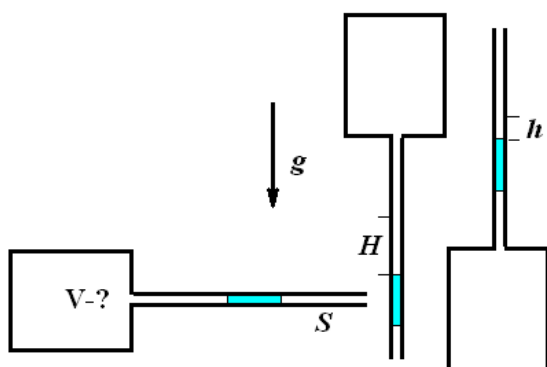
$$< x < L/2; \tau = (L - x)/c - x/c; T + \tau = L/c; x = LT/2(T + \tau) = 45 \text{ см. } >$$

8. Заряженные шарики движутся по одной вертикали. В некоторый момент ускорение верхнего шарика направлено вверх и равно $g/2$, где g ускорение свободного падения. У нижнего шарика в этот момент ускорение равно $2g$. Во сколько раз сила электрического отталкивания больше силы тяжести, действующей на верхний шарик?

Решение

$$< mg/2 = F - mg; M2g = F + Mg; F = (3/2)mg = Mg; M = (3/2)m. >$$

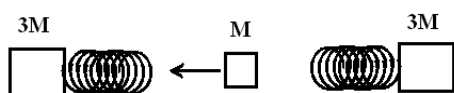
Ответ: 3/2



9. От сосуда с воздухом отходит горизонтальная трубка сечения S , запёртая столбиком воды. Когда сосуд повернули на 90° трубкой вниз, столбик сместился по трубке на расстояние H . Когда сосуд повернули трубкой вверх, то столбик воды сместился на расстояние h . Найдите объём воздуха, запёртый столбиком воды при горизонтальном положении трубки. Температура и атмосферное давление неизменны.

Решение

$$(V + SH)(P - \rho gL) = PV; (V - Sh)(P + \rho gL) = PV; V = SHh/(H - h).$$



10. На горизонтальной опоре без трения расположены по прямой три бруска: средний массы M , а слева и справа бруски масс $3M$ с прикрепленными к ним упругими пружинами. Средний брусок толкнули влево, при наибольшем сжатии пружины левого бруска его скорость оказалась равна $V = 0,6$ м/с. Брусок M отскакивает и налетает на пружину правого бруска. Какова скорость правого бруска в момент наибольшего сжатия прикрепленной к нему пружины? Ответ в м/с.

Решение

Из сохранения импульса для момента наибольшего сжатия получаем, что начальная скорость $V_0 = 4V$. Из сохранения энергии и импульса для разлёта находим, что скорость средней массы меняет направление на противоположное и уменьшается вдвое, а именно $V_1 = V_0/2 = 2V$. Из сохранения импульса для момента наибольшего сжатия получаем $V_2 = V_1/4 = V/2 = 0,3$ м/с.

Ответ: 0,3 м/с.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов, если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице задача не будет оценена!

№ задачи	Ответ
1.	$F = 6f$ (здесь и далее обозначение искомой величины может быть опущено, как и указанные в условии единицы измерения)
2.	0,5 с
3.	150 Вт
4.	$2v/g\cos\alpha$; $2v^2\sin\alpha/g\cos^2\alpha$
5.	$\Delta N = 13$, может быть 14, но не больше
6.	$F/(M + 2m\sin^2\alpha)$
7.	45 см
8.	3/2 или 1,5
9.	$V = SHh/(H - h)$
10.	0,3 м/с

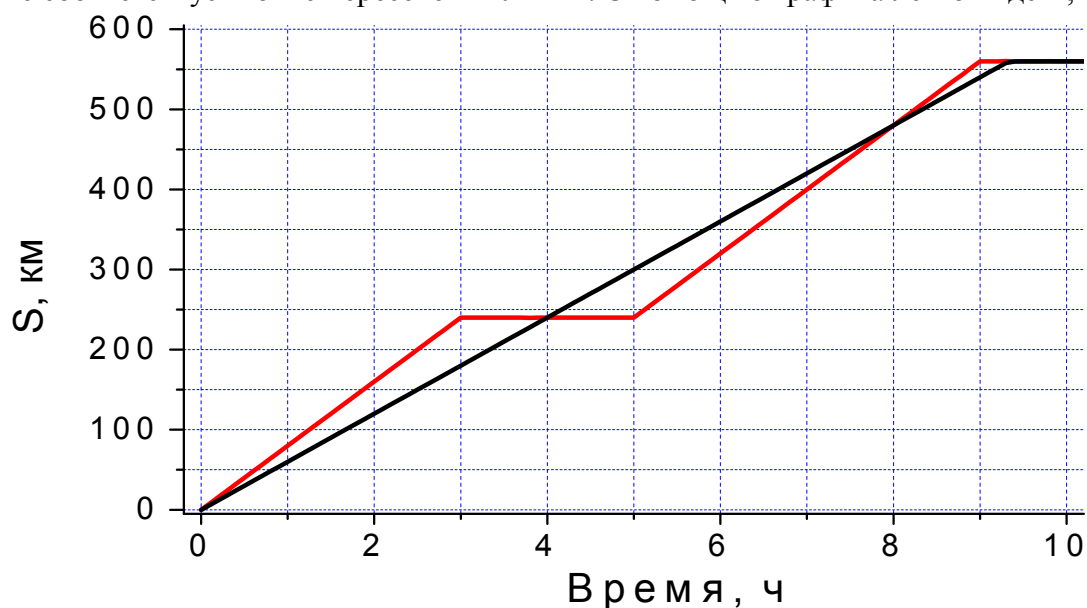
Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2014-2015.

Физика, 7 класс

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) Из города М в город N ведет дорога длиной 560 км. Из города М одновременно выехали две машины. Водитель одной из них ехал со скоростью 80 км/ч три часа подряд, потом постоял на обочине 2 часа и с прежней скоростью продолжил движение. Во второй машине было два водителя, и они ехали без остановок со скоростью 60 км/ч. Сколько раз по пути между городами машины проезжали мимо друг друга? В какие моменты времени, считая от начала движения, это происходило? Ответы найти, построив графики зависимости перемещения машин от времени.

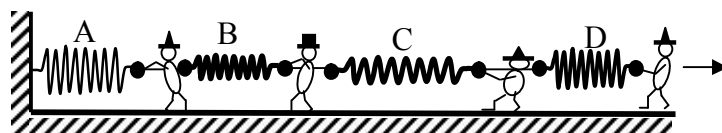
Решение. Построив зависимость расстояния, на которое каждая из машин отъехала вдоль дороги, от времени. Получим график, показанный ниже (по 3 балла за правильный график для каждой из машин). Момент, когда одна машина проезжает мимо другой на таком графике соответствует точке пересечения линий. С помощью графика легко видеть, что



машины за время пути между городами проезжают мимо друг друга 2 раза (+2), и происходило это через 4 и 8 часов после начала движения (+2).

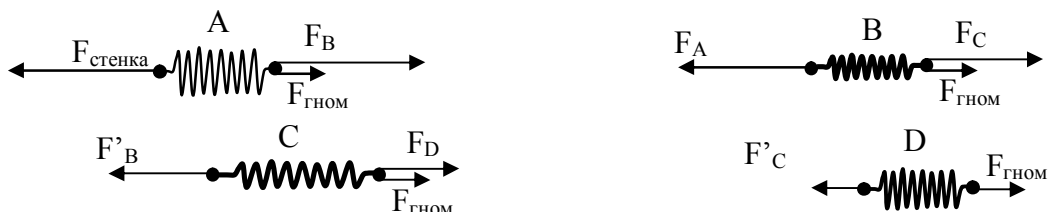
2) У каждого из 4-х гномов есть своя пружина. Пружины все разные – их коэффициенты жесткости равны 1, 2, 3, 4 Н/см.

Гномы решили соединить все пружины концами одну за другой и, прикрепив с одной стороны за стенку, растянуть систему пружин на максимально возможную длину. Считать, что максимальная сила, с которой гном может что-нибудь тянуть или толкать, равна 4 Н. Как им нужно расположиться, чтобы выполнить задуманное, если каждый гном хочет тянуть за конец именно своей пружины? Насколько они смогут увеличить общую длину пружин?



Решение:

Обозначим пружины буквами A, B, C, D, считая от стены. Для получения ответа на вопрос задачи важно понять, какие силы действуют на пружины. Ниже изображены силы, действующие на каждую из пружин. В обозначениях явно указан объект (обозначение пружины), со стороны которого приложена соответствующая сила:



Например, обозначение F_D указывает, что имеется в виду сила, действующая *со стороны* пружины D . Пружины B и C взаимодействуют с двумя пружинами, поэтому соответствующих обозначений по два, но силы F'_B и F_B разные по величине!

Проще всего начать с четвертой от стены пружины. Силы $F_{\text{гном}}$ и F'_C равны по величине, так как пружина в конечном итоге неподвижна. Для краткости будем обозначать $|F_{\text{гном}}|=F=4\text{Н}$, т.е. $|F'_C|=F$. Величину равнодействующей, приложенной к одному из концов (любому) пружины, называют натяжением или силой упругости пружины, т.е. натяжение пружины D равно F (+1 балл).

По 3-ему закону Ньютона, силы, с которыми взаимодействуют две сцепленные пружины в точке касания, равны по величине: $|F_D|=|F'_C|=F$ (+1 балл).

Равнодействующие сил, приложенных к разным концам каждой из других пружин, также попарно равны, т.е. $|F'_B|=|F_D + F|=2F$, т.е. натяжение пружины C равно $2F$. Продолжая аналогичные рассуждения, получаем, что натяжение пружины B равно $|F_C + F|=3F$, пружины $A - 4F$ (+2 балла все величины).

Для справки: на стенку действует сила, равная силе, которую прикладывают к системе пружин все гномы вместе, т.е. $4F$.

Дальше надо применить закон Гука, который связывает натяжение пружины и ее деформацию. Обозначим $k_A, \dots, k_D$ – коэффициенты жесткости первой, второй и т.д. пружин, считая от стенки. Пока неизвестно, где какая именно пружина должна быть, чтобы удовлетворить условию задачи. Применяя закон Гука, получаем, что у пружины D

растяжение равно $\frac{F}{k_D}$, у пружины $C - \frac{2F}{k_C}$, $B - \frac{3F}{k_B}$, $A - \frac{4F}{k_A}$ (+1 балл за все величины).

Полное растяжение всех пружин будет суммой растяжений каждой из пружин

$$\Delta X = \frac{4F}{k_A} + \frac{3F}{k_B} + \frac{2F}{k_C} + \frac{F}{k_D} \quad (+1 \text{ балл}).$$

Чтобы найти, где какая пружина должна стоять, можно заметить следующее:

$$\Delta X = \frac{4F}{k_A} + \frac{3F}{k_B} + \frac{2F}{k_C} + \frac{F}{k_D} = \frac{3F}{k_A} + \frac{2F}{k_B} + \frac{F}{k_C} + \left(\frac{F}{k_A} + \frac{F}{k_B} + \frac{F}{k_C} + \frac{F}{k_D} \right)$$

Слагаемое в скобках не зависит от порядка соединения пружин. Значит, максимальное растяжение ΔX будет тогда, когда будет максимальна сумма $\frac{3F}{k_A} + \frac{2F}{k_B} + \frac{F}{k_C}$. Так как дробь

уменьшается при увеличении знаменателя (при постоянном числителе), то среди коэффициентов k_A, k_B, k_C не должно быть самого большого, равного 4 Н/см . В противном случае эту сумму можно было бы еще увеличить, поменяв эту пружину на более «слабую». Таким образом, четвертая пружина должна быть самой жесткой, т.е. $k_D=4 \text{ Н/см}$, а ее растяжение будет равно 1 см . Проводя аналогичные рассуждения, можно показать, что первая от стенки должна быть самой слабой, а далее жесткость должна возрастать (+1 балл за определение положения одной пружины, +2 – за все). Если в решении приведены другие непротиворечивые рассуждения о требуемом порядке пружин, баллы не снимаются.

Таким образом, полное растяжение всех пружин вместе составит

$$16+6+8/3+1=25.6(6)\approx 25.7 \text{ см} \quad (+2 \text{ балла}).$$

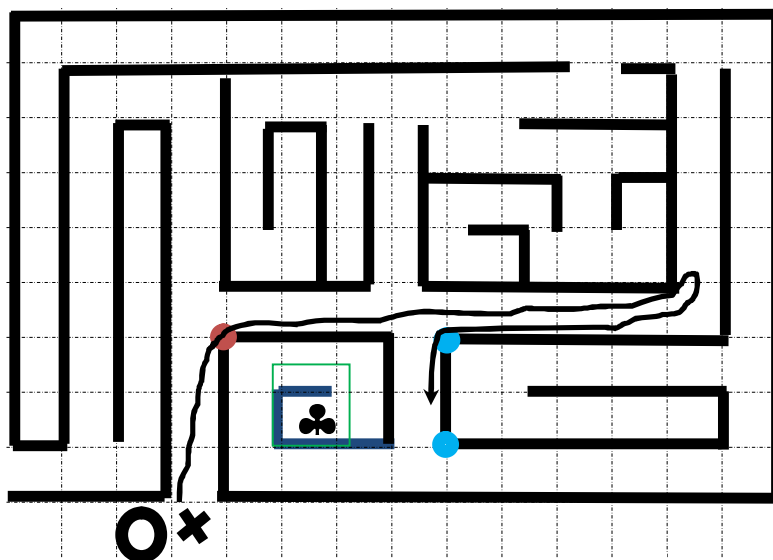
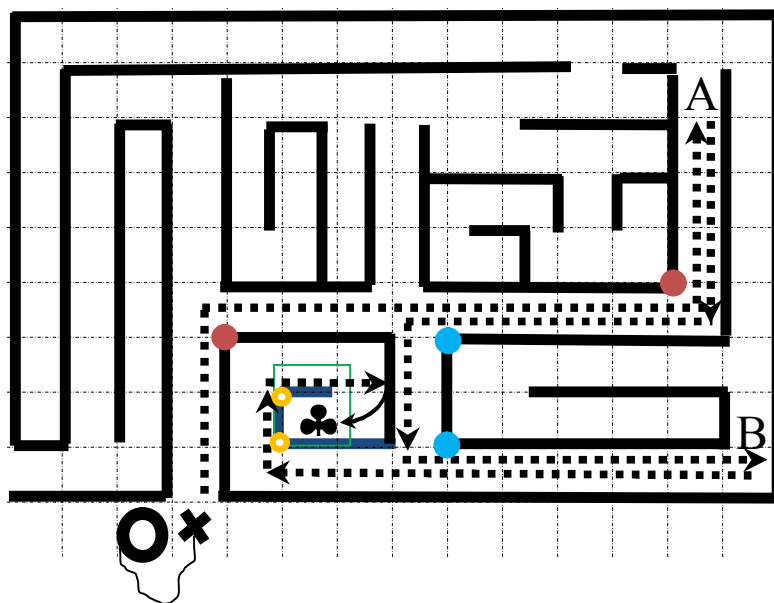
Если правильный ответ получен прямым перебором нескольких вариантов, то ставится 8 баллов (два варианта или отсутствие обоснование – 7).

3) Школьник участвует в детском конкурсе, где надо пройти по лабиринту, показанному на рисунке. По условиям конкурса к поясу школьника привязана крепкая леска, но браться за нее руками или наматывать, поворачиваясь вокруг себя, нельзя. По прямому коридору школьник может тянуть за собой леску на любое расстояние. Школьник может поворачивать за угол, но если поворотов больше чем два, то из-за трения об углы лабиринта протянуть леску дальше уже не получается. Помогите школьнику добраться до приза, не нарушая условия конкурса. За какое минимальное время он сможет это сделать, если расстояние, равное стороне клеточки, он проходит

примерно за 10 секунд? Начальное положение школьника (X) и положение приза (♣) показаны на схеме. Считать, что свободно лежащая леска обратно не сматывается.

Решение: Для того, чтобы добраться до приза, школьнику придется сначала дойти до точки А (+3 балла). При этом леска трется об углы, показанные красным. Затем до точки В (+3 балла). На этом пути леска будет тереться об углы, отмеченные синим цветом. Это нужно для того, чтобы вытянуть леску на длину, достаточную для преодоления двух последних поворотов, отмеченных желтыми точками. Для примера на нижней схеме показано примерное положение лески в промежуточной ситуации.

Так как леска может смещаться и стремиться натягиваться на участках между двумя углами, то участки, где стенки отмечены темно-синим цветом, школьнику надо проходить вдоль стенок. Если не обращать внимания на неопределенность положения школьника и лески по ширине прохода, то минимальное время для такого перемещения получается равным примерно 450 секунд (+4 балла).



4) В котельную подают газ по трубе с площадью сечения 0.01 м^2 . На графике показано, как средняя за сутки скорость газа в трубе зависела от времени в течение года. Благодаря реконструкции котельной всю вторую половину года газ в трубе подавался под высоким давлением, из-за чего его плотность была вдвое выше, чем обычно. С помощью графика определите, какова примерная масса газа, поступившего в котельную за весь год, если до реконструкции 1 литр газа в трубе имел массу 6 г?

Решение:

Масса μ газа, поступающего через трубу каждую секунду, равна ρVS , где ρ – плотность газа в трубе, V – средняя скорость в трубе, S – площадь сечения трубы (+1 балл). Массовый расход μ имеет размерность [масса/время], например, кг/сек. Для того, чтобы найти массу газа, прошедшего через трубу за какой-то промежуток времени ΔT , надо найти произведение $\mu \cdot \Delta T$. Отметим, что в произведении $\rho VS \cdot \Delta T$ есть сомножитель $(V \cdot \Delta T)$. Эта величина имеет смысл расстояния, которое газ проходит за время ΔT по трубе.

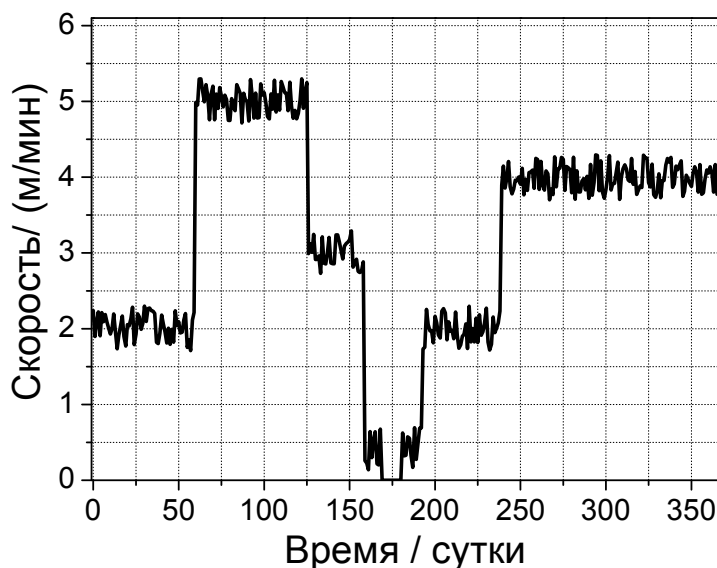
При таком способе вычислений не будет ошибки только в том случае, когда μ , т.е. скорость движения газа, не изменяется в течение всего этого промежутка. Согласно данным задачи, скорость подачи газа зависит от времени, поэтому приходится разбить весь год на промежутки, в течение которых величина μ была практически постоянна: 0-60, 60-125, 125-160, 160-170, 180-190, 190-240, 240-365 (+2 балла). В течение этих промежутков скорость подачи газа сравнительно быстро колеблется относительно некоторого постоянного (среднего) значения. Его можно определить на глаз и большой ошибки не возникнет.

В качестве величины скорости на том или ином участке можно взять это среднее значение (+1). Например, в течение первых 60 дней года через трубу прокачают $6(\text{кг/м}^3) \cdot 2(\text{м/мин}) \cdot 0.01(\text{м}^2) \cdot 60(\text{суток}) \cdot 1440(\text{мин/сутки}) \approx 10.4$ тонны газа.

Обращайте внимание на размерность величин, данных в условии!

Считая для следующих участков, получаем, что до реконструкции, т.е. за первые примерно 150 дней всего будет примерно 48 тонн газа (+2), а после, с учетом удвоенной плотности, – еще 104 тонны (+2), т.е. всего примерно 152 тонны (+2).

Заметим, что ответ можно получить, просуммировав сначала произведения $V \cdot \Delta T$ по всем участкам первого полугодия, а затем второго. Такой расчет аналогичен вычислению площади под графиком зависимости $V(t)$ и имеет смысл расстояния, которое конкретная порция газа прошла бы по очень длинной трубе за это время. Точный подсчет дает, что для первого полугодия такая «площадь» равна примерно $555 [(\text{м/мин}) \times \text{сутки}]$, а для второго – $598 [(\text{м/мин}) \times \text{сутки}]$. Далее, умножив эффективную «длину» всего прошедшего газа на площадь трубы и плотность, можно получить искомое значение массы.



5) В данной задаче для подготовки к опыту предлагается провести следующие действия:

а) Взять небольшой предмет цилиндрической формы с ровными краями (крышка от пластиковой бутылки, пластмассовый стаканчик, кружка, и т.п.);

б) закрепить на его боковой поверхности конец нитки (привязать к ручке, приклеить скотчем и т.п.) и намотать нитку на боковую поверхность предмета в 10-30 оборотов;

в) поставить этот предмет на торцевую сторону на горизонтальную, достаточно гладкую поверхность (закрепленный лист бумаги на столе и т.п.);

г) отметить начальные положения предмета и свободного конца слегка натянутой нити.

Теперь можно приступить к проведению опыта. В данной задаче предлагается тянуть за свободный конец нитки и измерять смещения конца нитки (X) и самого предмета (Y), отсчитывая их от начальных

положений. Получаемые данные занести в таблицу, а затем по ним построить график зависимости смещения предмета от смещения конца нити $Y(X)$.

Возможное решение: Составители использовали для количественных измерений цилиндрическую картонную банку из под чая с металлическими крышками на торцах. Диаметр крышек составлял 66 мм, высота банки - 160 мм. Еще использовался картонный контейнер для плакатов диаметром 60 мм, высотой 450 мм. Конструкция крышек во всех случаях была такой, что сила трения к крышке была приложена только на ее краях, и радиус намотки нити был примерно равен радиусу крышки. Для изменения массы в банку насыпали пшено.

Были проведены эксперименты при разной высоте намотки нити на банку: в самом низу и в самом верху, практически вплотную к нижней и верхней крышкам, соответственно, а также посередине банки. Нитка натягивалась таким образом, чтобы

- 1) движение банки было медленным;
- 2) чтобы оставаться параллельной своему начальному направлению.

Постоянство направления нити оказалось важным при намотке нити на высоких уровнях. В этих случаях направления перемещений конца нити и банки различались. При увеличении высоты намотки угол между этими направлениями увеличивался. Максимальный угол, 81° - 82° был получен при использовании высокого контейнера при намотке нити на самом верху.

На графике приведены результаты трех экспериментов. Измеренные значения показаны символами. Погрешность измерений не больше, чем размер символов на графике. Знаками «X» показаны результаты, полученные после засыпания банки пшеном (около 0.5 кг).

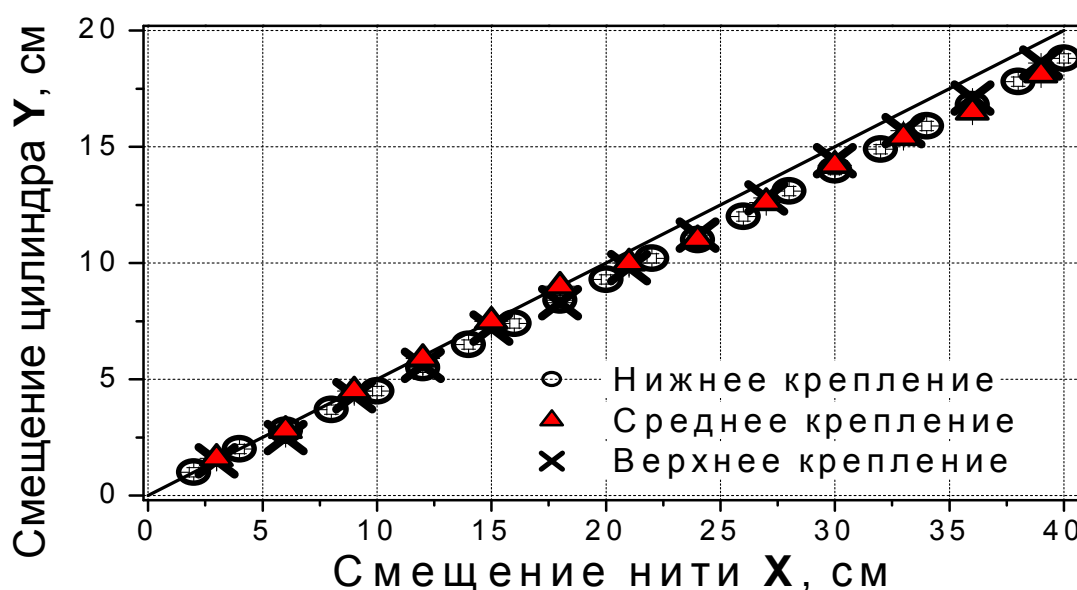
Линия показывает теоретически ожидаемую зависимость для намотки нити снизу в случае, когда радиус намотки строго равен тому радиусу, на котором возникает трение. В этом случае предсказываемые перемещения конца намотанной нити и самого цилиндра относятся ровно как 2:1.

Таким образом, результаты экспериментов показали, что если сила трения приложена по краям цилиндра, то, при намотке нити на цилиндр, соотношение скоростей конца нити и центра цилиндра примерно равно 2:1 независимо от места намотки и массы банки.

За полноту описания проведенных экспериментов ставилось 2 балла.

Если для построения одного графика использовалось более 5 точек, то ставилось 2 балла за график (всего не более 6), 3-5 точек – 1 балл, менее 3 - график не считается построенным.

За тот или иной ясно сформулированный вывод о величине соотношений перемещений – 2 балла.



Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2014-2015

Физика, 8 класс

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) Две машины одновременно начали движение по двум параллельным прямым дорогам, между которыми стоит здание прямоугольной формы (см. рисунок справа).

Скорость машины **В** вдвое больше скорости машины **А**. Через 30 секунд после начала движения водитель машины **А** перестал видеть машину **В**, так как та скрылась за зданием. Используя рисунок с разметкой, определите (приблизленно), через какое время после этого машина **В** снова станет видима для водителя другой машины, если машины всегда ехали с постоянными скоростями. Собственными размерами машин пренебречь.

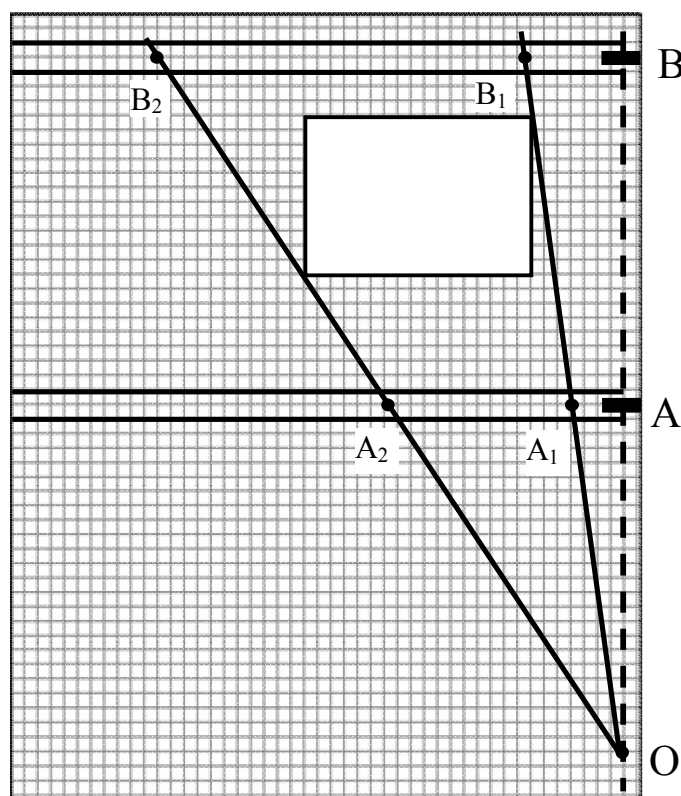
Решение: Прежде всего, заметим, что:

1) машина **В** всегда будет ровно вдвое дальше от места своего старта, чем машина **А**, так как ее скорость вдвое больше по условию. Значит, если A_x и B_x – точки, изображающие на рисунке положения машин **А** и **В** в какой-то (любой) момент времени, то $BB_x = 2 \times AA_x$. Здесь BB_x и AA_x – длины отрезков, изображающих перемещения машин к этому моменту (+1 балл).

2) луч света, отразившийся от поверхности машины **В** и попавший в глаз водителя машины **А** (это и значит, что этот водитель увидел машину **В**), распространяется по прямой.

Если не использовать свойства подобных треугольников, то задача решается так: отложим от начального положения машин на рисунке два отрезка, один вдвое длиннее другого (см. замечание 1), вдоль «дороги». Это можно сделать с помощью циркуля, линейки или посчитав клеточки по рисунку. Проведем через их концы, как правые, так и левые, линии (как указано в подсказке) до их пересечения. На рисунке через положения машин в начальный момент времени проходит пунктирная линия. Построим еще два таких отрезка и снова проведем линию через их концы до пересечения с пунктирной. Можно заметить, что точки пересечения разных линий находятся близко друг к другу (в идеале они совпадают в точке **О** на рисунке). Можно это проверить, проведя линии еще для нескольких пар точек (+1). Таким образом, можно заключить, что для любого момента времени машины будут находиться на линии, пересекающей пунктирную линию примерно там же, где и остальные (+1). В те моменты, когда машина **В** пропадает или появляется на этой линии находится и соответствующий угол дома (+2).

Найдем положение точки B_1 , изображающей на рисунке положение машины **В** в тот момент, когда она скрылась за зданием (для водителя машины **А**). Для этого через точку **О** и соответствующую вершину прямоугольника (это – изображение угла здания) проведем прямую. Пересечение этой прямой и (центра) дороги, по которой едет машина **В**, и есть искомая точка B_1 . Действительно, в этот момент машина **А** проехала ровно вдвое меньшее расстояние и находится в точке A_1 (см. рис), и в этот момент луч зрения водителя перекрывается углом здания. В масштабе рисунка расстояние, которое машина **В** проехала к этому моменту, имеет длину примерно 7.5 клеточек (отрезок BB_1) (+1). Способ построения (и его обоснование) точки B_2 , изображающей на рисунке положение машины **В** в момент, когда она уже может быть видна водителю машины **А**, теперь ясен из рисунка. Длина



отрезка BB_2 составляет, согласно рисунку, примерно 35 клеточек (+2). Если 30-ти секундное перемещение машины **В** изображается отрезком длиной 7.5 клеточек, то 35 клеточек изображают перемещение за $30 \cdot (35/7.5) = 140$ сек (+1). Так как скорость считается постоянной, т.е. машина **В** снова станет видимой через 105 сек (+1).

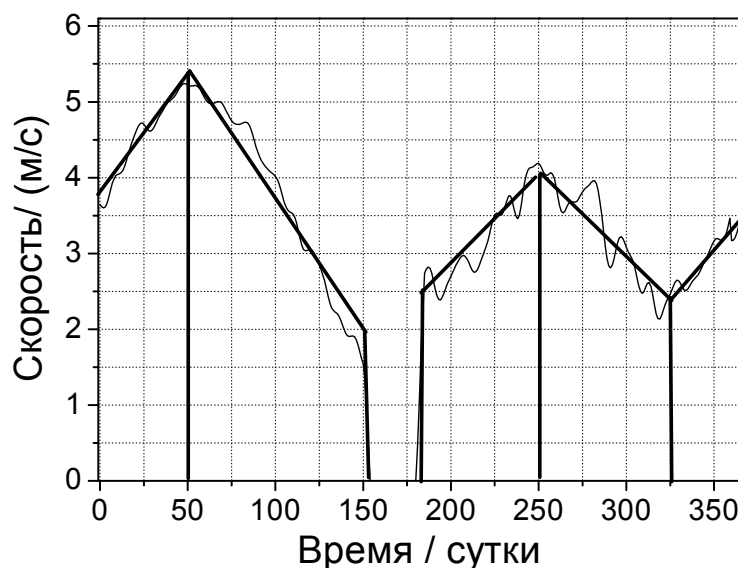
Если при решении использовать свойства подобных треугольников, то решение может выглядеть, как описано далее. Проведем на рисунке прямую, проходящую через исходные положения машин **А** и **В**. Поставим на этой прямой точку **О** так, что $OB = 2 \times OA$ (т.е. отрезки OA и AB равны). Это опять можно сделать с помощью циркуля, линейки или посчитав клеточки по рисунку. Для любого момента времени будет справедливо следующее утверждение: треугольники OA_xA и OB_xB подобны по трем углам, так как дороги параллельны по условию задачи. Причем, по построению $OB_x = 2 \times OA_x$ (+2 балла). Далее найдутся положения точек B_1 и B_2 (+2) и ответ получается так же, как описано выше.

Если результат получен с помощью аналогичных построений, но без обоснования, то ставится 6 баллов. Если школьник привел правильное решение для другого, самостоятельно изображенного рисунка, то баллы не снимаются. Если условием «появления» машины **В** является перемещение машины **А** на всю длину здания, то ставится 2 балла.

2) На ТЭЦ подают газ по трубе диаметром 600 мм. На графике показано, как средняя за сутки скорость газа в трубе зависела от времени в течение года. После реконструкции оборудования всю вторую половину года газ в трубе подавался под повышенным давлением, из-за чего его плотность была вдвое выше, чем до реконструкции. С помощью графика, определите примерную массу газа, поступившего на ТЭЦ за весь год, если до реконструкции литр газа в трубе имел массу 6 г?

Решение: Масса μ газа, поступающего через трубу каждую секунду, равна ρVS (+1 балл), где ρ - плотность газа в трубе, V – средняя скорость в трубе, $S = \pi D^2/4 \approx 0.28 \text{ м}^2$ - площадь сечения трубы. Массовый расход μ имеет размерность [масса/время], например, кг/сек. Для того, чтобы найти массу газа, прошедшего через трубу за какой-то промежуток времени ΔT , надо найти произведение $\mu \cdot \Delta T$ (+1). Отметим, что в произведении $\rho VS \cdot \Delta T$ есть множитель $V \Delta T$. Эта величина имеет смысл расстояния, которое газ проходит за время ΔT по трубе.

Однако, при таком вычислении не будет ошибки только в том случае, когда μ не изменяется в течение всего этого промежутка, но, согласно данным этой задачи, скорость подачи газа зависит от времени. Поэтому можно разбить весь год на такие промежутки, в течение которых μ меняется мало, найти расход для каждого промежутка, а затем сложить (+1). Но таких промежутков получается слишком много!



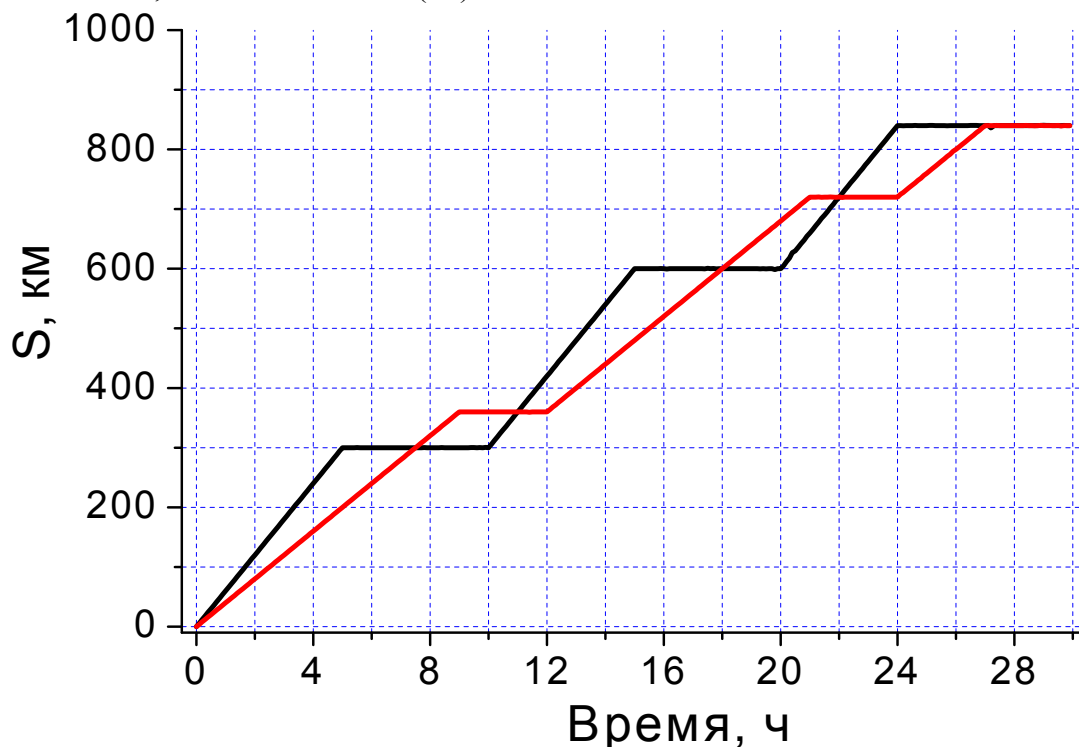
Решение можно упростить, если заметить, что такой расчет аналогичен вычислению площади под графиком зависимости $V(t)$ (+1). Для получения ответа эту «площадь», которая на графике имеет размерность $[м/мин \times сутки]$, т.е. имеет смысл длины трубы, которую заполнит газ за время движения. Для вычисления массы эту эффективную «длину» надо умножить на ρS (+1). При приближенных расчетах для удобства можно заменить исходный график подходящим приближенным, то есть таким, у которого площадь примерно такая же, но ее легче посчитать. Пример разбиения на прямоугольные трапеции дан на рисунке. Еще одним вариантом является подсчет всех клеточек, лежащих «внутри» графика, а также минимального количества клеточек, которые «покрывают» график. Среднее этих значений и даст примерное значение, как говорят, оценку, искомой площади.

Величину скорости можно определить по среднему значению в течение соответствующего промежутка (на глаз будет достаточно точно) (+1). Например, в течение первых 50 дней через трубу будет прокачано $6(кг/м^3) \cdot 4.6(м/мин) \cdot 0.28(м^2) \cdot 50(суток) \cdot 1440(мин/сутки) \approx 556$ тонн газа. Тщательный подсчет «площади под графиком скорости» дает такие значения: за первые примерно 150 дней - 605 $[м/мин \times сутки]$, за второе полугодие 572 $[м/мин \times сутки]$.

Таким образом, получаем, что до реконструкции всего было прокачано примерно 1460 тонн газа (+2), а после, с учетом удвоенной плотности, – еще 2770 тонн (+2), т.е. всего примерно 4230 тонн (+1).

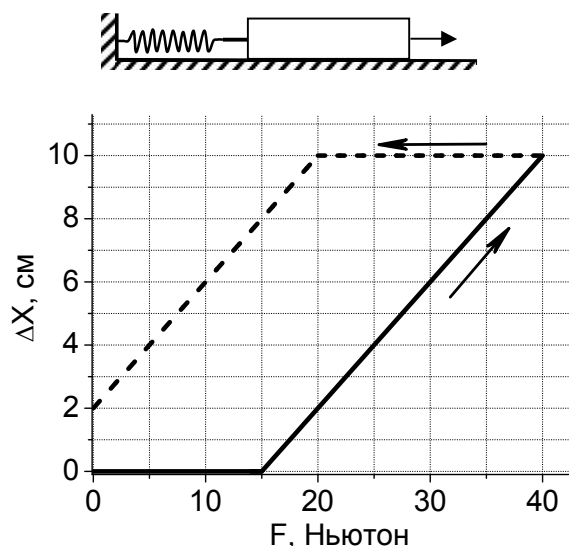
3) Из города М в город N ведет дорога длиной 840 км. Из города М одновременно выехали две машины. Водитель одной из них ехал по 5 часов подряд со скоростью 60 км/ч с перерывами на стоянку по 5 часов каждая. Водитель другой машины ехал со скоростью 40 км/ч, делая через каждые 9 часов остановки по 3 часа. Сколько раз за весь путь между городами машины проезжали мимо друг друга? Какова разница между моментами прибытия машин в город N? Ответы найти, построив графики зависимости перемещения машин от времени.

Решение. Построив зависимость расстояния, на которое каждая из машин проедет вдоль дороги, от времени, получим такой чертеж (по 4 балла за правильный график для каждой из машин). Моменты обгона соответствуют на этом чертеже точкам пересечения графиков. Легко видеть, что машины за время пути между городами обгонят друг друга 4 раза (+1 балл). Время между моментами прибытия машин в город N, т.е. достижение ими значения координаты 840 км, составляет 3 часа (+1).



4) На горизонтальном столе возле стенки находится брусок, который прикреплен к стенке пружиной. К бруску прикладывают медленно увеличивающуюся силу F , которая начинает сдвигать брусок, растягивая пружину.

На графике показано, как зависит смещение ΔX бруска от достигнутой величины силы F . Смещение бруска отсчитывается от его начального положения! После того как брусок сместился на 10 см, величину приложенной силы стали медленно уменьшать, сохраняя ее направление. Зависимость смещения бруска от F при уменьшении величины силы показано пунктирной линией. Найти с помощью этого графика коэффициент жесткости пружины, ее начальную деформацию в тот момент, когда сила F еще равнялась нулю, а также силу трения, действующую на движущийся брусок.

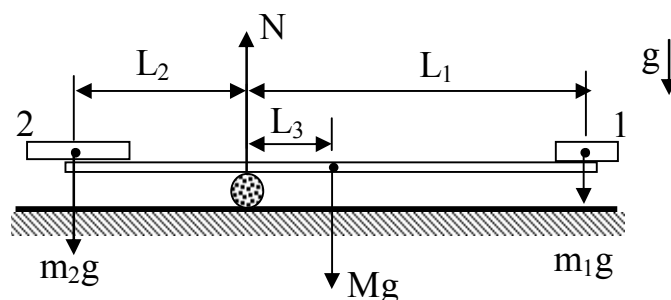


Решение: Смещение бруска отсутствует до тех пор, пока внешняя сила F не достигнет значения, равного векторной сумме силы упругости пружины и силы трения, *необходимой для смещения бруска* (+2 балла), $F_{\text{тр}}: F = F_{\text{тр}} + k \cdot \Delta X_0$. Здесь k - коэффициент жесткости пружины, ΔX_0 - начальная деформация пружины, которая может быть отлична от нуля при наличии силы трения между бруском и столом (при этом $F_{\text{тр}} > k \cdot \Delta X_0$). Когда сила трения, действующая на неподвижный брусок, достигает своего максимального значения $F_{\text{тр}}$, пружина начинает растягиваться, и сила упругости возрастает в соответствии с законом Гука (+1). По приведенной зависимости видно, что пружина растянулась на 10 см при увеличении внешней силы на 25 Н, т.е. ее коэффициент жесткости $k=2.5$ Н/см (+1). При уменьшении внешней силы сила трения начинает уменьшаться, но брусок начинает сдвигаться только тогда, когда величина силы трения опять достигнет $F_{\text{тр}}$, но в обратном направлении (+1). Значит, диапазон изменения внешней силы F , при котором брусок стоял на месте, т.е. диапазон 20 Н, показанный горизонтальной пунктирной линией, равен $2 \cdot F_{\text{тр}}$ (+1). Таким образом, величина силы трения, действующей на движущийся брусок равна 10 Н (+2). Приведенное выше уравнение позволяет определить, что в начальном положении пружина была растянута в направлении действия внешней силы настолько, что сила упругости равнялась $15-10=5$ Н, т.е. ее деформация составляла $5/2.5=2$ см (+2). Отметим, что остаточная деформация 2 см (точка пересечения пунктирной линии и вертикальной оси координат) равна начальной случайно, из-за выбранного сочетания параметров задачи.

5) В данной задаче предлагается экспериментально определить отношение масс монет номиналом 2 и 1 рубль *при следующих ограничениях*:

- а) для измерений разрешается использовать линейку, одну(!) двухрублевую и одну(!) рублевую монеты, а также какой-нибудь цилиндрический предмет вроде карандаша (для опоры/подставки);
- б) линейка на небольшой подставке используется в качестве рычажных весов;
- в) ДВУХРУБЛЕВАЯ МОНЕТА ДОЛЖНА ЛЕЖАТЬ НА КОНЦЕ ЛИНЕЙКИ.

Возможное решение: Если попробовать достичь равновесия линейки с лежащими на концах монетами, то придется сместить точку опоры в сторону более тяжелой двухрублевой монеты. На рисунке справа показаны силы, действующие на линейку с монетами в таком случае.



При вычислении моментов сил относительно точки опоры условие равновесия системы записывается следующим образом:

$$m_2 g \cdot L_2 = m_1 g \cdot L_1 + Mg \cdot L_3 \quad (+2 \text{ балла})$$

Смысл обозначений ясен из рисунка (рублевую монету не обязательно класть на самый конец линейки). Монеты довольно легкие, поэтому масса линейки должна быть учтена (+1). Положение центра масс линейки можно определить, достигая равновесия линейки без монет (+1). Оно может не совпадать с геометрическим центром линейки!

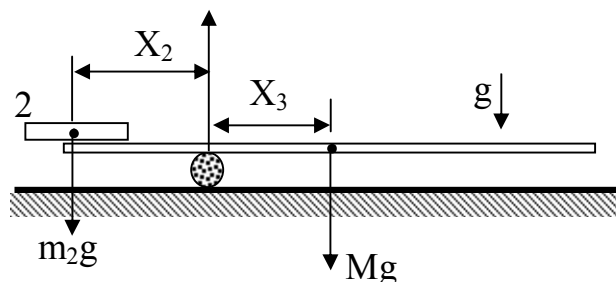
Определить вклад веса линейки можно, уравновесивая линейку в случае, когда на конце линейки лежит только 2-рублевая монета. В этом случае условие равновесия имеет вид:

$$m_2 g \cdot X_2 = Mg \cdot X_3 \quad (+1 \text{ балл})$$

Это более простой способ по сравнению с измерениями при других положениях

однорублевой монеты, но можно использовать и иные комбинации измерений.

Используя измеренные величины L_1 , L_2 , L_3 , X_2 , X_3 из этих уравнений можно исключить вес линейки.



$$Mg = m_2 g \cdot \frac{X_2}{X_3}; \quad m_2 \cdot L_2 = m_1 \cdot L_1 + m_2 \cdot \frac{X_2}{X_3} \cdot L_3$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{L_1}{L_2 - \frac{X_2}{X_3} \cdot L_3} = \frac{L_1 \cdot X_3}{L_2 \cdot X_3 - X_2 \cdot L_3} \quad (+2 \text{ балла})$$

Составители задачи провели измерения, используя две разных, тонкая и толстая (для сравнения результатов), деревянных линейки с разметкой на 40 см. Были проведены измерения для разных положений рублевой монеты.

№ опыта	L_1 /мм	L_2 /мм	L_3 /мм	X_2 /мм	X_3 /мм	m_2/m_1
Тонкая линейка						
1	215	185	18	149	54	1.59
2	112	168	35	149	54	1.57
3	104	162	42	148	56	1.53
Толстая линейка						
1	211	189	14	166	37	1.67
2	121	179	25	166	38	1.73
3	128	172	21	158	36	1.60

За корректное определение искомого отношения масс монет с помощью минимального количества измерений ставится 2 балла. За дополнительные измерения добавляется 1 балл.

Сравнивая приведенные в таблице результаты между собой, можно заметить, что измерения с использованием тонкой и, следовательно, более легкой линейки имеют меньший разброс. Это связано с тем, что на равновесие более тяжелой линейки больше влияет точность установки самой линейки, чем вес положенных на нее монет. Согласно данным Центробанка отношение должно быть равно примерно 1.57, т.е. измерения с легкой линейкой оказываются весьма точными.

Если в качестве ответа приводится соотношение вида $\frac{m_2}{m_1} = \frac{L_1}{L_2}$, т.е. игнорируется наличие

массы у линейки, то при одном корректном измерении всего ставится 3 балла.

Способ измерения, при котором по очереди каждая монета кладется на конец линейки и находится положение равновесия, также считается правильным.