Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
10 марта 2024 г.
Решения и критерии оценки, 9 класс

1. Колонна велосипедистов, двигаясь с постоянной скоростью, проехала мимо фонарного столба за время t = 10с. Автомобиль сопровождения, двигавшийся со скоростью велосипедистов в конце колонны, начал ускоряться, и через 20 с добрался до ее начала, пройдя при этом путь S = 300 м. Найдите скорость, с которой двигался автомобиль, когда он достиг начала колонны. Ускорение автомобиля не менялось.

Возможное решение

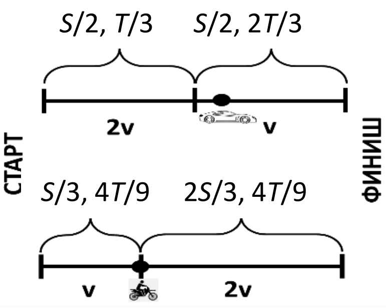
Обозначим длину колонны x, время, за которое автомобиль проехал колонну, – t_1, ускорение автомобиля – a, скорость колонны – v_0, тогда $S = v_0 t_1 + a t_1^2/2$ <1 балл>, с другой стороны, $S = x + v_0 t_1$ <2 балла>. Также длина колонны равна $x = v_0 t$ <1 балл>. Из этого и предыдущего уравнений: $v_0 = S/(t + t_1)$ <1 балл>. Из этих уравнений: $a t_1^2/2 = x = v_0 t$ <1 балл>, откуда $a = 2St/\left(t_1^2(t + t_1)\right)$ <1 балл>. Скорость автомобиля, когда он достиг начала колонны, равна $v = v_0 + a t_1$ <1 балл>. Подставляя найденные значения: $v = S(t_1 + 2t)/\left(t_1(t + t_1)\right)$ <1 балл>, что дает $v = 20\text{м/с}$.
Ответ: $v = 20\text{м/с}$. <1 балл>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Уравнения, связывающие пройденный автомобилем путь с другими параметрами	$S = x + v_0 t_1 = v_0 t_1 + \frac{a t_1^2}{2}$ $x = \frac{a t_1^2}{2}$	3
2	Определение скорости велосипедистов	$x = v_0 t$ $v_0 = \frac{S}{(t + t_1)} = 10\text{м/с}$	2
3	Определение ускорения автомобиля	$a = \frac{2St}{t_1^2(t + t_1)} = 0.5\text{м/с}^2$	2
4	Определение скорости автомобиля	$v = v_0 + a t_1 = \frac{S(2t + t_1)}{t_1(t + t_1)} = 20\text{м/с}$	3

2. Автомобиль и мотоцикл одновременно стартовали из одной точки и поехали по прямой дороге в сторону финиша. Автомобиль проехал путь от старта до финиша за 3 минуты, причём первую половину этого пути он ехал со скоростью 120 км/ч, а вторую – со скоростью 60 км/ч. Мотоцикл первую половину времени, затраченного им на преодоление пути от старта до финиша, ехал со скорость 60 км/ч, а вторую – со скоростью 120 км/ч. Через какое время после старта мотоцикл догнал автомобиль? Размерами автомобиля и мотоцикла пренебречь.

Возможное решение



Введём обозначения: S – путь от старта до финиша; v = 60 км/ч; T = 3 мин – время, за которое автомобиль проехал путь от старта до финиша.

Примем, что автомобиль двигался со скоростью $2v$ в течение времени T_{a1}, а со скоростью v – в течение времени T_{a2}. Поскольку за оба указанных промежутка времени он прошел равные пути, то $2vT_{a1} = vT_{a2} = S/2$, Добавив к этому соотношению выражение для известного полного времени движения автомобиля $T = T_{a1} + T_{a2}$, находим $T_{a1} = T/3$ и $S = 4vT/3$ <2 балла>. Мотоцикл, двигаясь со скоростью v, не мог догнать автомобиль, поскольку средняя скорость последнего всегда больше v <1 балл>. Он не мог этого сделать, когда автомобиль двигался со скоростью $2v$, поскольку средняя скорость мотоцикла меньше $2v$ < 1 балл>. Таким образом, мотоцикл догнал автомобиль, двигаясь со скоростью $2v$, когда тот двигался со скоростью v. Определим позицию, в которой мотоцикл увеличил скорость. Примем, что это произошло через время $T_{м1}$ после начала гонки. Полный путь мотоцикла $S = vT_{м1} + 2vT_{м1}$, откуда находим, что он увеличил скорость на расстоянии $S_м = vT_{м1} = S/3$ от старта через время $T_{м1} = \frac{S}{3v} = \frac{4T}{9}$ <2 балла>. С учетом позиции и времени начала движения участников гонки с их конечными скоростями условие их встречи $S/2 + v(t - T/3) = S/3 + 2v(t - 4T/9)$ <2 балла>. Из этого условия получаем ответ $t = 7T/9 < T$

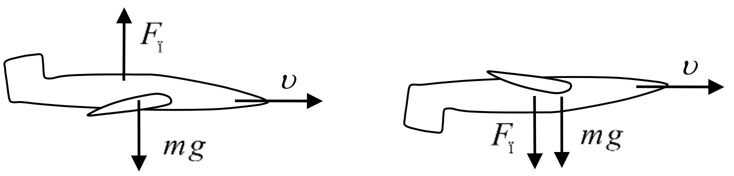
Ответ: t = 7T/9 = 140 секунд. <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Получены соотношения, содержащие время, когда автомобиль уменьшил скорость и величину полного пути	$2vT_{a1} = vT_{a2} = S/2$, $T = T_{a1} + T_{a2}$	2
2	Утверждение, что мотоцикл догнал автомобиль, двигаясь со скоростью $2v$		1
3	Утверждение: в момент встречи автомобиль двигался со скоростью v.		1
4	Определено положение и время мотоцикла, когда он увеличил скорость	$S = vT_{м1} + 2vT_{м1}$, $S_м = S/3$, $T_{м1} = \frac{4T}{9}$	2
5	Записано условие встречи	$S/2 + v(t - T/3) = S/3 + 2v(t - 4T/9)$ t<T	2
6	Получен численный ответ	140 с	2

3. Самолет, летящий горизонтально с постоянной скоростью υ, быстро переворачивается на 180^0 (вверх "брюхом") вокруг вектора скорости. Определите радиус дуги, по которой будет двигаться самолет в первые моменты после переворота. Ускорение свободного падения равно g.

Возможное решение

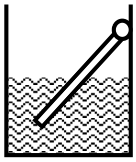


На рис. изображены начальное состояние самолета (слева) и конечное (справа), а также указаны силы, действующие на самолет по вертикали (здесь $F_{ï}$ – подъемная сила, возникающая из-за взаимодействия крыльев с воздухом). Поскольку переворот происходит вокруг вектора скорости, то подъемные силы начального и конечного состояний равны. В начальном состоянии самолет движется горизонтально, следовательно, силы, действующие по вертикали, скомпенсированы: $F_{ï} = mg$ <2 балла>. В конечном состоянии подъемная сила и сила тяжести сонаправлены <3 балла> и вызывают у самолета ускорение вниз: $a = \left(F_{ï} + mg\right)/m = 2g$ <2 балла>. Это ускорение перпендикулярно скорости и поэтому является центростремительным: $a = \upsilon^2/R$ <2 балла>. Отсюда сразу следует ответ.

Ответ: $R = \upsilon^2/2g$ <1 балл>

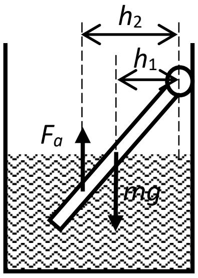
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	В горизонтальном полете сила тяжести равна подъемной силе	$F_1 = mg$	2
2	Сразу после переворота на самолет действуют вниз две силы: подъемная сила и сила тяжести, причем, подъемная сила не изменилась по величине		3
3	Записан второй закон Ньютона для движения сразу после переворота	$ma = F_1 + mg = 2mg$	2
4	Т.к. сила перпендикулярна скорости, то это центростремительная сила, создающая центростремительное ускорение; написана связь между ускорением, скоростью и радиусом при движении по окружности	$a = \frac{v^2}{R} = 2g$	2
5	Получен ответ	$R = \frac{v^2}{2g}$	1



4. Стержень в верхней точке закреплен на шарнире, а нижняя его половина плавает в жидкости плотностью ρ_0 . Определите плотность материала, из которого изготовлен стержень.

Возможное решение



На стержень действуют две силы, создающие момент вращения относительно оси, на которой он подвешен: это сила тяжести и сила Архимеда <1 балл>. Сила тяжести $mg = \rho sl \cdot g$, где ρ – плотность стержня, l – его длина, s – площадь его сечения. Если стержень наклонен к вертикали на угол α, то плечо этой силы $h_1 = l\sin(\alpha)/2$, поскольку она прикладывается к центру масс стержня <2 балла>. Сила Архимеда $F_a = \rho_0 sl \cdot g/2$, она прикладывается к центру объема вытесненной жидкости. Ее плечо $h_2 = 3l\sin(\alpha)/4$ <4 балла>. Условие баланса моментов сил $mgh_1 = F_a h_2$ <1 балл>, или $\rho sl^2 \cdot g \cdot \sin(\alpha)/2 = 3\rho_0 sl^2 \cdot g \cdot \sin(\alpha)/8$, откуда получаем ответ.

Ответ: $\rho = \dfrac{3}{4}\rho_0$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Указаны силы, создающие момент вращения		1
2	Получено выражение для силы тяжести и ее плеча	$mg = \rho sl \cdot g$, $h_1 = l\sin(\alpha)/2$	2
3	Получено выражение для силы Архимеда и ее плеча	$F_a = \rho_0 sl \cdot g/2$, $h_2 = 3l\sin(\alpha)/4$	4
4	Записано условие баланса моментов сил	$mgh_1 = F_a h_2$	1
5	Получение ответа	$\rho = \dfrac{3}{4}\rho_0$	2

5. Для наполнения бассейна объемом V_0 сначала открыли кран холодной воды, а, через некоторое неизвестное время, кран горячей воды. Определите это время, если при наполнении половины объема бассейна температура воды в нем была T_1 (T_1 больше температуры холодной воды). При полном заполнении бассейна температура воды в нем равна T_2. Температура горячей воды на ΔT выше температуры холодной. Вода поступает равномерно, причем, расход (объем поступающей воды в единицу времени) горячей воды q, а холодной – $2q$. Потерями тепла через стенки бассейна пренебречь.

Возможное решение

Полный поступивший объем $V = q(t-\tau)+2qt$, где t – время наполнения, τ - искомое время задержки открытия крана горячей воды.

Объем холодной воды $V_c = 2qt = \frac{2(V+q\tau)}{3}$, горячей $V_h = q(t-\tau) = \frac{(V-2q\tau)}{3}$ <2 балла>.

Температура воды определяется уравнением теплового баланса $V_c\rho c(T-T_c)+V_h\rho c(T-T_h)=0$ <2 балла>. Выразив объемы V_c, V_h через полный объем воды, получим: $T = \frac{T_cV_c+T_hV_h}{V} = \frac{2T_c+T_h}{3} - (T_h-T_c)\frac{2q\tau}{3V}$. Для наполовину и полностью заполненного бассейна

$T_1 = \frac{2T_c+T_h}{3} - \Delta T\frac{4q\tau}{3V_0}$ <2 балла>.

$T_2 = \frac{2T_c+T_h}{3} - \Delta T\frac{2q\tau}{3V_0}$ <2 балла>.

Решая уравнения, находим ответ.

Ответ: $\tau = \frac{3(T_2-T_1)V_0}{2\Delta Tq}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение объемов горячей, холодной воды и полного ее объема	$V = q(t-\tau)+2qt$, $V_c = 2qt = \frac{2(V+q\tau)}{3}$, $V_h = q(t-\tau) = \frac{(V-2q\tau)}{3}$	2
2	Формулировка уравнения теплового баланса	$V_c\rho c(T-T_c)+V_h\rho c(T-T_h)=0$,	2
3	Определение температуры наполовину заполненного бассейна	$T_1 = \frac{2T_c+T_h}{3} - \Delta T\frac{4q\tau}{3V_0}$	2
4	Определение температуры полностью заполненного бассейна	$T_2 = \frac{2T_c+T_h}{3} - \Delta T\frac{2q\tau}{3V_0}$	2
5	Получение ответа	$\tau = \frac{3(T_2-T_1)V_0}{2\Delta Tq}$	2