



Всесибирская открытая олимпиада  
школьников по астрономии



Заключительный этап

7–8 классы

1. Летом и осенью на звёздном небе хорошо виден известный астеризм, который так и называется – «летне-осенний треугольник». Он состоит из ярких звёзд Вега, Денеб и Альтаир, координаты которых приведены ниже. В каких областях Земли этот астеризм становится «круглогодичным», то есть всегда целиком виден над горизонтом? А где не видно ни одной из его звёзд?

Звезда	Обозначение	Склонение, $\delta$	Прямое восхождение, RA
Вега	альфа Лиры / $\alpha$ Lyr	+38° 47' 01"	18ч 36м 56с
Денеб	альфа Лебеда / $\alpha$ Cyg	+45° 16' 49"	20ч 41м 26с
Альтаир	альфа Орла / $\alpha$ Aql	+08° 52' 06"	19ч 50м 47с

*Решение*

Астеризм становится «круглогодичным», когда все его звёзды не заходят под горизонт, то есть имеют в нижней кульминации положительную высоту.

Проверяем высоты нижних кульминаций всех трёх звёзд:

$$h_{-(A)} = +08\ 52' - (90^\circ - \varphi) > 0, \text{ то есть } \varphi > +81^\circ \text{ (севернее } 81^\circ \text{ с.ш. Альтаир не заходит)}$$

$$h_{-(B)} = +38\ 47' - (90^\circ - \varphi) > 0, \text{ то есть } \varphi > +51^\circ \text{ (севернее } 51^\circ \text{ с.ш. Вега не заходит)}$$

$$h_{-(D)} = +45\ 17' - (90^\circ - \varphi) > 0, \text{ то есть } \varphi > +45^\circ \text{ (севернее } 45^\circ \text{ с.ш. Денеб не заходит)}$$

Итого – круглый год весь летне-осенний треугольник над горизонтом только для северных полярных наблюдателей – севернее параллели **81° с.ш.**

Треугольник не видно совсем, когда высота верхней кульминации всех звёзд отрицательна (ниже горизонта). Проверяем:

$$h_{+(A)} = 90^\circ - 08\ 52' + \varphi < 0, \text{ то есть } \varphi < -81^\circ \text{ (южнее } 81^\circ \text{ ю.ш. Альтаир не восходит)}$$

$$h_{+(B)} = 90^\circ - 38\ 47' + \varphi < 0, \text{ то есть } \varphi < -51^\circ \text{ (южнее } 51^\circ \text{ ю.ш. Вега не восходит)}$$

$$h_{+(D)} = 90^\circ - 45\ 17' + \varphi < 0, \text{ то есть } \varphi < -45^\circ \text{ (южнее } 45^\circ \text{ ю.ш. Денеб не восходит)}$$

Ни одной звезды треугольника не видно в южных приполярных широтах – южнее параллели **81° ю.ш.**

2. Альпинист в горах наблюдает закат Солнца и видит, как по поверхности расположенной внизу плоской долины быстро перемещается «граница света и тьмы». Оцените скорость перемещения этой границы, если Солнце заходит за гору высотой 2 км, широта наблюдения –  $45^\circ$  с.ш., а на календаре 23 марта.

*Решение*

Допустим, текущая высота закатного Солнца равна  $5^\circ$ . Тогда текущее расстояние по горизонтали от наблюдателя до границы тени равно  $2 \text{ км} / \operatorname{tg} 5^\circ = 22,86 \text{ км}$ , а скорость смещения этой тени определяется вертикальной скоростью смещения Солнца.

Дата 23 марта указывает на день весеннего равноденствия, когда Солнце находится на небесном экваторе и перемещается вдоль экватора со скоростью суточного вращения Земли  $15^\circ/\text{час} = 0,25^\circ/\text{мин}$  (в другие дни это в общем случае не так).

Угол между небесным экватором и горизонтом наблюдателя равен  $90^\circ - \varphi = 45^\circ$ , значит, вертикальная скорость Солнца  $= 0,25^\circ/\text{мин} \cdot \sin 45^\circ = 0,18^\circ/\text{мин}$ .

В итоге через 1 мин высота Солнца станет равной  $4,82^\circ$ , и расстояние по горизонтали от наблюдателя до границы тени будет  $2 \text{ км} / \operatorname{tg} 4,82^\circ = 23,72 \text{ км}$ . Скорость тени составляет  $860 \text{ м/мин} = 14,3 \text{ м/с}$ .

Поскольку скорость зависит от выбранной изначально высоты Солнца, правильным считается решение с любой начальной высотой меньше  $10^\circ$  (всё-таки по условию у нас закат Солнца).

3. Вам посоветовали приобрести в магазине телескоп-рефлектор Левенгук с апертурой главного зеркала 300 мм. Оправдает ли он ваши надежды наблюдать звёзды до +14 звёздной величины? Ответ поясните.

*Решение*

Предельную звездную величину  $m$  для телескопа, диаметр объектива которого равен  $D$  в миллиметрах, можно приблизительно оценить по формуле  $m = 2,1^m + 5 \lg D = 2,1^m + 5 \lg 300 = 2,1^m + 5 \cdot 2,477^m \approx 14,5^m$ .

Телескоп оправдает надежды покупателя, можно увидеть звёзды до 14-ой звёздной величины.

*Альтернативное решение.*

Коэффициент увеличения светового потока телескопа равен отношению площади объектива и окуляра, то есть отношению квадратов их диаметров. Диаметр окуляра телескопа обычно равен диаметру человеческого зрачка в темноте (6 мм).

Получаем коэффициент увеличения потока  $k = (300 / 6)^2 = 2500$ .

Если невооружённым глазом видно звёзды до +6 звёздной величины, то при помощи этого телескопа мы увидим звёзды в 2500 раз слабее. Ослабление потока в 2500 раз соответствует увеличению звёздной величины примерно на 8,5 единиц (1000 раз – +7.5<sup>m</sup>, ещё 2,5 раза – +1<sup>m</sup>), то есть до +14,5<sup>m</sup>.

Телескоп оправдывает надежды покупателя, можно увидеть звёзды до 14-ой звёздной величины.

---

4. Где светлее – днём на Плуtone или в ясную лунную ночь на Земле? Почему?

*Решение*

Звёздная величина полной Луны на Земле равна –12,8<sup>m</sup>. Если Солнце на Плуtone имеет меньшую звёздную величину, то день на Плуtone будет светлее, чем лунная ночь на Земле. Среднее расстояние от Плутона до Солнца примерно равно 40 а.е., значит, световой поток от Солнца там в  $40^2 = 1600$  раз меньше, чем на Земле. Ослабление светового потока в 1600 раз соответствует разнице звёздных величин на  $2,5 \lg 1600 = 8^m$ . Поскольку Солнце с точки зрения земного наблюдателя имеет звёздную величину –26,8<sup>m</sup>, то на Плуtone оно видно как объект –18,8<sup>m</sup>.

Вывод: несмотря на большую удалённость Плутона от Солнца, днём там существенно (примерно в 250 раз) **светлее**, чем ясной лунной ночью на Земле.

---

5. Из вещества Луны сделали миллион одинаковых сферических спутников, оставив их примерно в том же месте, но так, чтобы они не затеняли друг друга. Какова звездная величина получившегося роя? Считаем, что сейчас полнолуние (было, до наших экспериментов).

*Решение*

Общий объём осколков равен начальному объёму Луны, значит, радиус каждого осколка равен  $(1/1000000)^{1/3} = 1/100$  радиуса Луны.

Поскольку мы считаем, что свойства материала не изменились (альbedo осколков равно альbedo Луны), количество отражённого «роем» света определяется суммарной площадью поверхности осколков.

Каждый осколок имеет площадь поверхности, в  $100^2 = 10000$  раз меньшую, чем у Луны, поэтому площадь поверхности миллиона осколков превышает площадь поверхности Луны в  $1000000/10000 = 100$  раз.

Поскольку осколки не затеяют друг друга, общая светимость возрастёт также в 100 раз, то есть на 5 звёздных величин. Итоговая звёздная величина =  $-12,8^m - 7^m = -19,7^m$ . Вот такая Луна уже ярче, чем Солнце на Плутоне (см. задачу № 4).



Всесибирская открытая олимпиада  
школьников по астрономии



Заключительный этап

9-10 классы

1. Сможет ли далёкий наблюдатель из другой звёздной системы заметить прохождение Юпитера по диску нашей звезды, если его аппаратура позволяет зафиксировать отклонение наблюдаемой яркости Солнца в 1%? Луч зрения наблюдателя расположен в плоскости орбиты Юпитера.

*Решение*

При прохождении по диску звезды планета частично перекрывает световой поток звезды, и яркость звезды уменьшается. Уменьшение яркости на 1% означает, что 0,01 от светового потока звезды перекрыто планетой.

Чтобы такая ситуация возникла, нужно, чтобы видимый угловой диаметр планеты был меньше углового диаметра звезды в 10 раз.

Поскольку линейный диаметр Юпитера с хорошей точностью в 10 раз меньше диаметра Солнца, а расстояния от далёкого наблюдателя до Юпитера и до Солнца практически равны, видимые угловые диаметры Юпитера и Солнца отличаются как раз в 10 раз.

Итого – далёкий наблюдатель **сможет** зафиксировать прохождение Юпитера по Солнцу на пределе чувствительности своей аппаратуры.

2. По вытянутой орбите в Солнечной системе движется тёмный астероид. Спектральные исследования показали, что длина волны максимума его излучения может меняться в 2,5 раза. Считая астероид достаточно быстро вращающимся вокруг своей оси, оцените эксцентриситет его орбиты.

*Решение*

По закону Вина длина волны максимума излучения обратно пропорциональна температуре тела, и если длина волны меняется в 2,5 раза, то температура излучения тела также меняется в 2,5 раза (очевидно, максимум температуры достигается в перигелии, минимум – в афелии).

При одинаковых параметрах самого тела равновесная температура определяется приходящим потоком солнечного излучения и пропорциональна корню четвёртой степени из плотности потока:  $T \sim W^{1/4}$ . Плотность падающего светового потока, в свою очередь, обратно пропорциональна квадрату расстояния от Солнца до астероида. В результате имеем:  $T \sim D^{-1/2}$ .

Если температура изменилась в 2,5 раза, то расстояние афелия в  $2,5^2 = 6,25$  раз больше расстояния перигелия. С другой стороны, расстояния афелия и перигелия относятся как  $(1+e)/(1-e)$ , откуда  $e = 5,25 / 7,25 = 0,725$ .

---

3. Оцените видимую звёздную величину Земли для наблюдателя, находящегося в центре видимого диска Луны. Как она изменяется при смене лунных фаз?

*Решение*

Сравним «полную» Землю в небе Луны с полной Луной в небе Земли ( $-12,7^m$ ).

Плотность потока падающего солнечного света примерно одинакова (расстояние от Земли до Луны много меньше 1 а.е.), расстояние от объекта до наблюдателя также в обоих случаях одинаково, но у отражающих объектов разная площадь и разное альbedo.

Запишем закон Погсона для световых потоков:

$$2,512^{\Delta m} = W_3 / W_L = \varepsilon_3 \pi R_3^2 / (\varepsilon_L \pi R_L^2) = 0,37 \cdot 6371^2 / (0,12 \cdot 1740^2) = 41,3$$

То есть Земля в небе Луны примерно в 41,3 раза ярче, чем Луна в небе Земли. Отношение 41,3 соответствует разнице примерно на 4 звёздных величины. Видимая звёздная величина Земли =  $-16,7^m$ .

При смене лунных фаз фаза Земли в небе Луны также меняется, находясь в противофазе с фазами Луны. Соответственно, в момент новолуния яркость Земли максимальна, к моменту полнолуния она существенно снижается (Земля освещается только искусственными источниками и крайне малым потоком отражённого Луной света).

---

4. Астроном-любитель на Земле наблюдает полную Луну на высоте  $30^\circ$  над горизонтом. Внезапно на фоне диска Луны пролетает самолёт. Считая высоту полёта самолёта равной 10 км, а скорость — 900 км/ч, оцените продолжительность такого «прохождения».

*Решение*

Расстояние от наблюдателя до самолёта равно  $10 \text{ км} / \sin 30^\circ = 20 \text{ км}$  (кривизной поверхности Земли на таких расстояниях пренебрегаем). Если считать, что самолёт летит на постоянной высоте, то его скорость направлена под углом  $30^\circ$  к лучу зрения, то есть поперечная компонента скорости равна  $900 \text{ км/ч} \cdot \cos 30^\circ = 780 \text{ км/ч} = 216,5 \text{ м/с}$ .

Видимая угловая скорость самолёта, таким образом, равна  $216,5 / 20000 = 0,01 \text{ рад/с} = 37,2 \text{ '}/\text{с}$ .

Понятно, что «прохождение» самолёта по диску Луны – явление быстрое, так что смещением Луны за это время можно пренебречь.

Угловой размер полной Луны равен  $2 \cdot 1740 \text{ км} / 384 \text{ тыс. км} = 31,1'$ . Самолёт пересечёт диск Луны за  $31,1/37,2 = \mathbf{0,84 \text{ секунды}}$ .

---

5. Ходят слухи, что на орбите Нептуна Галактическая империя собирает Звезду Смерти диаметром 160 км. Возможно ли проверить эти слухи напрямую без отправки экспедиции, используя наземный телескоп? Какие параметры телескопа для этого потребуются? Для подтверждения генеральному штабу требуются, чтобы на фотографии объект занимал область как минимум 20x20 пикселей. Размер пикселя современной ПЗС-матрицы составляет 10 мкм. Альbedo материала, из которого сделана Звезда Смерти, равно 0,15.

*Решение*

Расстояние от Земли до Нептуна в противостоянии (наилучшая конфигурация для наблюдения) равно 29 а.е. Угловой размер Звезды Смерти  $\alpha = 160 \text{ км} / 29 \text{ а.е.} = 3,68 \cdot 10^{-8} \text{ рад} = 7,6 \cdot 10^{-3} \text{ угловых секунд}$ .

Для того, чтобы просто отличить объект от точки, угловой размер должен быть не больше дифракционного предела телескопа  $\alpha_d = 1,22 \lambda / D$ . Отсюда минимально потребный диаметр входного отверстия телескопа составляет  $D_{\min} = 1,22 \lambda / \alpha = \mathbf{18,24 \text{ м}}$ . Человечество такие телескопы в принципе имеет.

Теперь разбираемся с требованиями генерального штаба. Угловой размер изображения на матрице в фокальной плоскости равен угловому размеру объекта на небе.

То есть  $d_{\text{из}} = 20 \cdot 10 \text{ мкм} = F \cdot \alpha$ , откуда фокусное расстояние объектива должно быть не меньше  $200 \text{ мкм} / 3,68 \cdot 10^{-8} = \mathbf{5,4 \text{ км}}$ . И вот это уже, увы, **недостижимые** параметры для наземных (да и космических тоже) телескопов.

Можно ещё посчитать видимую звёздную величину Звезды Смерти, сравнив её с самим Нептуном (расстояния и падающие потоки одинаковы, но разные альbedo и площади).

Получаем  $2,512^{\Delta m} = W_N / W_{3C} = \epsilon_N \pi R_N^2 / (\epsilon_{3C} \pi R_{3C}^2) = 0,41 \cdot 24746^2 / (0,15 \cdot 80^2) = 2,6 \cdot 10^5$ , что даёт видимую звёздную величину Звезды Смерти около  $+21,3^m$ . Это вполне достижимо для хороших наземных телескопов.

В итоге – увы, с требованиями на фокусное расстояние телескопа человечество пока не справится. Снова нужна разведка.

---

- б. Земляне будущего решили продублировать наше ночное светило и вывели на круговую экваториальную орбиту высотой 1000 км «Луну-2». Угловой размер и период обращения нового светила совпадает с размером и периодом «традиционной» Луны. Для экономии массы Луна-2 полая (но, естественно, сферической формы), толщина её стенок составляет 0,5 м, плотность материала —  $2,7 \text{ г/см}^3$ . Какой минимальной мощности двигатели нужны Луне-2 для постоянного поддержания заданной орбиты?

*Решение*

Сразу бросается в глаза, что Луна-2 обращается по гораздо более близкой к Земле орбите, чем традиционная Луна, однако имеет такой же период. Нарушение третьего закона Кеплера и призваны обеспечить двигатели нового светила.

Ускорение свободного падения на высоте 1000 км равно  $g_{1000} = 9,8 \cdot 6371^2 / 7371^2 = 7,32 \text{ м/с}^2$ .

Орбитальная скорость спутника  $V = 2\pi (R_3 + h) / T = 0,02 \text{ км/с}$ , центростремительное ускорение  $a = V^2 / (R_3 + h) = 5,2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$ .

Фактически, можно считать, что работой двигателей мы должны скомпенсировать притяжение Земли практически целиком ( $a \ll g_{1000}$ ).

Диаметр Луны-2 считается из углового диаметра настоящей Луны ( $\alpha = 31'$ ) и расстояния до Луны-2:  $2R = 1000 \text{ км} \cdot \alpha = 9 \text{ км}$ . Радиус спутника, соответственно, равен 4,5 км.

Масса Луны-2 равна  $2700 \text{ кг/м}^3 \cdot 4\pi \cdot (4500 \text{ м})^2 \cdot 0,5 \text{ м} = 3,4 \cdot 10^{11} \text{ кг}$ .

Соответственно, сила тяги двигателей, которая будет способна практически целиком скомпенсировать земное притяжение, равна  $3,4 \cdot 10^{11} \cdot 7,32 = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ Н}$ .

Мощность реактивных двигателей очень приближённо определяется из создаваемого ими усилия и скорости истечения топлива:  $N = F \cdot v$ . Скорость истечения для оценки можно взять равной 3 км/с (это слегка выше современных фактических значений, но мы и Луну-2 пока не запускаем).

В итоге получаем мощность =  $7,5 \cdot 10^{15} \text{ Вт}$ .

У самого мощного в мире советского ракетного двигателя РД-170 мощность =  $1,5 \cdot 10^{10} \text{ Вт}$ , а сила тяги –  $8 \cdot 10^6 \text{ Н}$ . Так что для обеспечения работоспособности Луны-2 по мощности их нужно примерно 600 тысяч, а по силе тяги – примерно 350 миллионов штук. И соответственное количество топлива.



Всесибирская открытая олимпиада  
школьников по астрономии



Заключительный этап

11 класс

1. 4 января 1959 года советские специалисты вывели на гелиоцентрическую орбиту первый искусственный спутник Солнца, по разным причинам носящий название «Луна-1». Орбита аппарата имеет наклонение  $0,0010^\circ$  к плоскости эклиптики, эксцентриситет 0,14767 и большую полуось 1,1458 а.е. Считая, что 4 января 1959 года аппарат вместе с Землёй был в точке перигелия земной орбиты, определите с разумной точностью, где аппарат может находиться сейчас. С какими большими объектами Солнечной системы аппарат теоретически может столкнуться?

*Решение*

Наклоением орбиты аппарата можно пренебречь, считаем, что аппарат движется в плоскости эклиптики.

Период обращения аппарата вокруг Солнца равен  $1,1458^{3/2} = 1.2265$  лет. От запуска аппарата до 9 февраля 2020 г. («сейчас») прошёл 61 год и 36 дней = 61.0849 лет. За это время аппарат совершил с хорошей точностью 49,8 оборотов вокруг Солнца.

Текущая позиция аппарата определяется нецелым остатком количества оборотов – то есть сейчас аппарат «сдвинут» по своей орбите на 0,8 оборота от общего с Землёй перигелия.

Наиболее точный расчёт положения аппарата подразумевает использование уравнения Кеплера. Средняя аномалия  $M = 0,8 \cdot 2\pi = 5,03$  рад.

По уравнению Кеплера  $E - e \cdot \sin E = M$  можно найти эксцентрическую аномалию, правда, это приходится делать подбором. Очевидно, что при небольшом эксцентриситете  $E$  должно быть слегка меньше, чем  $M$ , то есть чуть меньше 5 радиан.

Подбором значений получаем  $E = 4,885$  рад.

Дальше из формулы связи эксцентрической и истинной аномалий получаем:

$$\operatorname{tg} \varphi/2 = ((1 + e) / (1 - e))^{1/2} \operatorname{tg} E/2, \text{ откуда } \varphi = 4,737 \text{ рад.}$$

Зная параметры орбиты и истинную аномалию, можем рассчитать текущий радиус орбиты:

$$R = a(1 - e^2) / (1 + e \cdot \cos \varphi) = 1.117 \text{ а.е.}$$

Итого: спутник Луна-1 сейчас на расстоянии **1,117 а.е. от Солнца**, его радиус-вектор составляет угол  $(2\pi - \varphi) = 88,6^\circ$  с направлением на точку перигелия земной орбиты.

По поводу возможности столкновений: афелий орбиты = 1,163 а.е., то есть столкновение с Марсом и другими внешними планетами исключено. То есть в астрономическом периоде времени Луна-1 может разве что **упасть на Землю или Луну**. С другими планетами она не встретится.

---

2. На какой широте Земли сегодня закончилась полярная ночь? А полярный день?

*Решение*

Найдём склонение Солнца сегодня (9 февраля). Это можно сделать разными методами, но удобнее всего запомнить несложную формулу, которую можно вывести из сферической тригонометрии:

$\sin \delta = \sin 23,4^\circ \cdot \sin (2\pi t/365.24)$ ,  $t$  – время в днях с момента весеннего равноденствия.

До весеннего равноденствия (20 марта) осталось 40 дней, поэтому  $t = -40$ , и  $\delta = -14.6^\circ$ .

Верхняя кульминация Солнца сегодня на горизонте на широте  $75,4$  с.ш., а нижняя – на широте  $75,4$  ю.ш. Казалось бы, это и есть ответы на вопросы задачи. Но не совсем.

Во-первых, нужно учесть атмосферную рефракцию, которая у горизонта «приподнимает» небесные тела на  $0,6^\circ$ , сдвигая границу полярной ночи к полюсу, а границу полярного дня – от полюса на эти же  $0,6^\circ$ .

Во-вторых, по склонению мы считаем высоты кульминаций центра Солнца, а полярная ночь и полярный день считаются по высоте над/под горизонтом верхнего края солнечного диска. Это также сдвигает границу полярной ночи к полюсу, а границу полярного дня – от полюса на угловой радиус Солнца – на  $0,25^\circ$ .

Итоговый ответ: граница полярной ночи –  **$76,25^\circ$  с.ш.**, граница полярного дня –  **$74,55^\circ$  ю.ш.**

---

3. Вокруг одиночного красного гиганта с массой  $8 M_{\odot}$  по эллиптической орбите с эксцентриситетом  $0,7$  и большой полуосью  $3$  а.е. обращается планета. Оцените вероятность того, что после взрыва звезды как сверхновой с симметричным разлётом  $60\%$  её массы планета останется на стабильной орбите.

*Решение*

После взрыва звезды масса центрального тела уменьшилась в  $2,5$  раза. Если планеты движется по круговой орбите с первой космической скоростью  $(GM_0/R)^{1/2}$ , то при уменьшении массы звезды в  $2,5$  раза скорость планеты становится больше новой второй космической скорости, и планеты переходит на гиперболическую траекторию.

Однако наша планета вращается по эллиптической орбите с достаточно большим эксцентриситетом, а значит, есть моменты, когда её скорость намного меньше первой космической. Это даёт надежду, что даже после взрыва скорость будет меньше новой скорости убегания, и планета останется на замкнутой орбите.

Скорость тела в произвольной точке эллиптической орбиты равна  $V = (GM_0 \cdot (2/r - 1/a))^{1/2}$ .

Нам нужно, чтобы эта скорость оказалась меньше, чем  $(2G \cdot 0,4M_0/r)^{1/2}$ .

Отсюда  $(2/r - 1/a) < 0,8/r$ , и  $r > 1,2a$ . При эксцентриситете  $0,7$  максимальное (афелийное) расстояние равно  $1,7a$ , то есть у нашей планеты действительно есть шанс «выжить».

Вероятность «выживания» – это доля периода обращения, в течение которой планета находится от звезды на расстоянии от  $1,2a$  до  $1,7a$ .

Запишем уравнение эллипса в полярных координатах:  $r = a \cdot (1 - e^2) / (1 + e \cdot \cos \varphi)$ . Здесь  $\varphi$  – полярный угол, отсчитываемый от направления на перицентр орбиты (истинная аномалия).

Радиус равен  $1,2a$  при  $\cos \varphi = ((1 - 0,7^2) / 1,2 - 1) / 0,7 = -0,82$ , что соответствует  $\varphi = \pm 145,2^\circ$ .

По истинной аномалии можно найти эксцентрическую аномалию:

$$\operatorname{tg} \varphi/2 = ((1 + e) / (1 - e))^{1/2} \operatorname{tg} E/2 = 2,38 \operatorname{tg} E/2, \text{ откуда } E = 1,85 \text{ рад.}$$

Подставляем эксцентрическую аномалию  $E = 1,85$  рад в уравнение Кеплера, получаем значение средней аномалии:  $M = 1,85 - 0,7 \cdot \sin 1,85 = 1,18$  рад. Средняя аномалия изменяется со временем равномерно, поэтому как раз показывает долю периода обращения.

Доля периода обращения, когда планета находится на «правильном» расстоянии  $> 1,2 a$ , равна  $(\pi - 1,85) / \pi = \mathbf{0,41}$ . Это и есть вероятность «выживания» нашей планеты.

---

- 
4. Аппарат «Вояджер-1» сейчас находится от Земли на расстоянии около 149 а.е. Какой минимальной мощности передатчик нужен землянам, чтобы провести радиолокацию «Вояджера»? Считаем, что материал аппарата отражает (равномерно во все стороны) 50% падающего света, передатчик работает на длине волны 1 м, чувствительность приёмника —  $10 \text{ мкВт/см}^2$ .

*Решение*

Радиопередатчик, в отличие от генераторов оптического излучения, имеет размер порядка длины волны испускаемого излучения. Это приводит к тому, что испускаемый поток излучается не равномерно в полусферу, а в конус с углом раствора порядка  $\lambda / d$ . ( $d$  – диаметр антенны).

В нашем случае такая направленность потока играет положительную роль, так как на расстоянии 149 а.е. излучение распространится не по площади  $4\pi D^2$  или  $2\pi D^2$ , а по гораздо меньшей площади  $S_0 = \pi (\lambda / 2d)^2 \cdot D^2$  ( $D$  – расстояние от Земли до «Вояджера»).

При мощности передатчика  $N$  плотность падающего на Вояджер потока равна

$$N / S_0 = 4 N d^2 / (\pi \lambda^2 D^2)$$

«Светимость» отражённого от Вояджера сигнала  $L = 4 N d^2 / (\pi \lambda^2 D^2) \cdot S_B \cdot 0,5$ .

По условию, аппарат отражает сигнал во все стороны (в полусферу), поэтому световой поток, дошедший до Земли, равен

$$W = L / 2\pi D^2 = N d^2 / (\pi^2 \lambda^2 D^4) \cdot S_B = 10 \text{ мкВт/см}^2 = 0,1 \text{ Вт/м}^2,$$

откуда при площади поверхности Вояджера порядка  $10 \text{ м}^2$  и характерном диаметре антенны 10 м получаем мощность источника

$$N = 2.5 \cdot 10^{50} \text{ Вт.}$$

Разумеется, в таких условиях никаким земным передатчиком радиолокацию Вояджера провести невозможно.

---

5. Как известно, красный сверхгигант Бетельгейзе за последние несколько лет уменьшил свой видимый блеск примерно на 1,5 звёздных величины. Некоторые теории связывают потемнение звезды не с внутренними процессами, а с облаками газа и пыли, окружающими звезду и скрывающими часть потока излучения. Оцените необходимую для подобного потемнения концентрацию пылевых частиц. Считаем, что облако состоит из абсолютно чёрных частиц пыли диаметром 0,1 мкм. Толщина возможного пылевого облака (по лучу зрения) оценивается в 30 а.е.

*Решение*

Яркость Бетельгейзе упала на  $1,5^m = 4$  раза, то есть пылевое облако экранирует примерно  $\frac{3}{4}$  потока излучения звезды.

Спроецируем на картинную плоскость «столбик» пылевого облака толщиной по лучу зрения 30 а.е. и площадью  $1 \text{ м}^2$ . Тогда все пылинки займут примерно  $\frac{3}{4}$  площади получившейся проекции. Для оценки можно считать, что пылинки друг друга не перекрывают.

Площадь проекции каждой пылинки равна  $\pi \cdot 10^{-14} \text{ м}^2$ , а общая площадь всех пылинок составляет  $0,75 \text{ м}^2$ . Значит, в таком столбике объёмом  $1 \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ а.е.} = 4,5 \cdot 10^{12} \text{ м}^3$  присутствует примерно  $0,75 / (\pi \cdot 10^{-14}) = 2,4 \cdot 10^{13}$  пылинок.

Итоговая концентрация пылинок равна  $2,4 \cdot 10^{13} / 4,5 \cdot 10^{12} = \mathbf{5,3 \text{ шт / м}^3}$ .

---

6. Астероид, по свойствам своей поверхности напоминающий Луну, находится на земном небе на расстоянии  $20^\circ$  от Солнца. Его горизонтальный параллакс составляет  $3''$ , а видимая звёздная величина  $+14^m$ . По этим данным оцените размеры астероида.

*Решение*

По горизонтальному параллаксу (с базой  $= R_3 = 6371 \text{ км}$ ) можно найти расстояние до астероида:  $D = 6371 / (3 / 206265) = 4,38 \cdot 10^8 \text{ км} = 2,9 \text{ а.е.}$

По теореме косинусов в треугольнике «астероид – Солнце – Земля» можно найти расстояние от Солнца до астероида:  $D_{CA}^2 = (1)^2 + (2,9)^2 - 2,9 \cos 20^\circ = 6,68$ ;  $D_{CA} = 2,59 \text{ а.е.}$

Из того же треугольника находим фазовый угол:  $\sin \varphi = \sin 20^\circ \cdot 1 \text{ а.е.} / 2,59 \text{ а.е.}$ , откуда  $\varphi = 7,59^\circ$ . Фаза астероида равна  $0,5 (1 + \cos \varphi) = 0,996 \approx 1$ .

Световой поток от Солнца на астероид составляет  $1360 \text{ Вт/м}^2 / (2,9)^2 = 161,7 \text{ Вт/м}^2$ .

---

Альbedo астероида совпадает с лунным (0,15), поэтому световой поток отражённого света, дошедший от астероида до Земли, равен

$$W = 161,7 \text{ Вт/м}^2 \cdot \pi R^2 \cdot 0,15 / (2\pi \cdot (2,9 \text{ а.е.})^2)$$

С другой стороны, он соответствует потоку от объекта +14<sup>m</sup>:

$$W = 1360 \cdot 2,512^{-26,7-14} = 7,1 \cdot 10^{-14} \text{ Вт/м}^2.$$

Приравнивая два выражения, получаем: **R = 33,4 км.**

---