МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»
(Новосибирский государственный университет, НГУ)

Структурное подразделение Новосибирского государственного университета –
Специализированный учебно-научный центр Университета (СУНЦ НГУ)

РАССМОТРЕНО На заседании кафедры математических наук ММФ и СУНЦ НГУ _____	СОГЛАСОВАНО УО СУНЦ НГУ _____ И.И. Тахонов	УТВЕРЖДЕНО Приказом директора СУНЦ НГУ № 221/1-8 от 31.08 2018 г. _____

Программа по математике
для учащихся трехгодичного потока СУНЦ НГУ, 11-1, 11-2 классов
на 2018-2019 уч. г.

Составитель программы

Воронин Владислав Владимирович
к.ф.-м.н., доцент СУНЦ НГУ

Новосибирск 2018

Аннотация.

Программа по математике предназначена для учащихся 11 классов трехгодичного потока СУНЦ НГУ и имеет **целью**: углубленное изучение математики на профильном уровне, формирование у школьников системного подхода к решению теоретических и практических задач, понимания места математики среди других наук, умения применять математические знания для решения задач из других областей науки – физики, химии, биологии, экономики и др.; формирование представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов; развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для обучения в высшей школе по соответствующей специальности, в будущей профессиональной деятельности; овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни; для изучения школьных естественнонаучных дисциплин на базовом уровне,

Курс содержит изучение свойств функций, понятия производной и интеграла, дает основные операции над комплексными числами и многочленами. В курсе рассматриваются элементы векторной алгебры, метод координат на плоскости и в пространстве, элементы проективной геометрии плоскости. Значительное внимание уделяется практическому применению теории при решении задач, геометрической интерпретации основных положений теории, получению практических навыков, завершению общеобразовательной подготовки.

В результате освоения курса обучающийся должен: **знать и понимать** основные положения курса, формулировки определений и теорем, схемы и методы доказательств; принципы применения математических методов для анализа и исследования процессов и явлений в природе и обществе.

В результате обучения учащиеся **уметь** использовать приобретенные знания в практической деятельности и повседневной жизни, выполнять вычисления и преобразования, решать уравнения и неравенства, выполнять действия с функциями, с геометрическими фигурами, координатами и векторами, строить и исследовать математические модели как средствами элементарной математики, так и с применением элементов высшей.

Предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия, контрольная работа, самостоятельная работа учащегося.*

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме *контрольных работ, месячного балла*. Формы итогового контроля определяются решениями Ученого совета, действующими в течение текущего учебного года.

Программой курса предусмотрены 60 часов лекционных и 204 часа практических занятий.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Тематический план лекций

Лекции: 1 семестр

№ темы	Содержание темы	Кол-во часов
1	Первообразная и неопределенный интеграл. Простейшие свойства. Таблица	8

	интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского. Тригонометрические интегралы. Приемы интегрирования некоторых иррациональных функций.	
2	Суммы Римана и Дарбу. Критерий существования определенного интеграла.. Интегрируемость непрерывных и кусочно-непрерывных функций. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственный интеграл. Свойства определенных интегралов, замена переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Применение определенного интеграла: длина кривой, вычисление объема через площади поперечных сечений, объем тел вращения. Площадь поверхности и поверхность тел вращения.	8
3	Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма. Действия над ними; формула Муавра. Решение уравнений и систем. Извлечение корней n-й степени и квадратного корня. Множества на комплексной плоскости. Бином и прогрессия. Использование комплексных чисел для получения тригонометрических формул.	6
4	Понятие о дифференциальном уравнении. Задача Коши. Приемы решения простейших дифференциальных уравнений.	6

Лекции: 2 семестр

№ темы	Содержание темы	Кол-во часов
1	Многочлены. Деления с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера. Основная теорема алгебры и идея ее доказательства. Разложение многочлена на комплексные и действительные множители; теорема Виета. Наибольший общий делитель многочленов и алгоритм Евклида. Обоснование разложимости рациональной функции на простейшие дроби. Приемы подбора рациональных корней и решения уравнений специальных видов.	8
2	Параллельное проектирование и центральное проектирование с плоскости на плоскость. Свойства и применение в задачах. Сохранение двойного отношения. Проективная плоскость. Стереографическая проекция. Задачи, сводящиеся к проектированию с сохранением окружности	12
3	Подготовка к итоговой аттестации. Использование свойств функций для решения уравнений, неравенств и систем, в том числе с параметром. Существование основного периода функции и его отыскание. Использование графиков функций. Множества точек на плоскости и их применение при решении задач с параметром.	12

Тематический план практических занятий

Практические занятия: 1 семестр

№ темы	Содержание темы	Кол-во часов
1	Тригонометрия: решение неравенств и систем. Тригонометрические уравнения с нестандартным аргументом.	8
2	Неопределенный интеграл. Замена переменной и интегрирование по частям. Нахождение неопределенных интегралов от функций рациональных, тригонометрических	16
3	Стереометрия: задачи на прямые и плоскости в пространстве. Объемы призм и пирамид. Вычисление объемов частей многогранников, задачи на отношение объемов.	14
4	Тригонометрия: задачи с обратными тригонометрическими функциями. Задачи с параметром.	10

5	Вычисление определенных интегралов через формулу Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Применение определенного интеграла . Вычисление площадей плоских фигур, длин кривых, объемов и площадей тел вращения.	10
6	Комплексные числа: действия в алгебраической и тригонометрической форме. Решение уравнений в комплексных числах. Изображение множеств на комплексной плоскости. Получение тригонометрических тождеств через формулу Муавра.	10
7	Стереометрия: свойства сферы. Задачи на комбинацию сфер с многогранниками.	16
8	Задачи на вычисление объемов и площадей для частей шара и сферы.	8
9	Консультации перед экзаменом	4
Итого		**96**

Практические занятия: 2 семестр

№ темы	Содержание темы	Кол-во часов
1	Стереометрия: задачи с комбинацией сфер.	8
2	Стереометрия: расчеты для конусов и цилиндров	4
3	Стереометрия. Задачи на комбинации тел вращения.	10
4	Многочлены: подбор рациональных корней. Отыскание комплексных корней. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Задачи на общие корни многочленов: применение идеи алгоритма Евклида. Решение уравнений с возвратными многочленами, с использованием симметричности и однородности.	12
5	Повторение: решение текстовых задач.	4
6	Задачи с экономическим содержанием.	4
7	Повторение: логарифмические и показательные уравнения и системы	6
8	Логарифмические уравнения с параметрами	6
9	Повторение: решение задач ЕГЭ с использованием делимости.	6
10	Решение задач ЕГЭ о свойствах наборов чисел.	4
11	Задачи ЕГЭ с параметрами: алгебраический подход	6
12	Задачи ЕГЭ с параметрами: использование графиков функций	8
13	Повторение: задачи ЕГЭ на планиметрию	6
14	Задачи ЕГЭ с параметрами: использование множества точек на плоскости	4
15	Повторение: стереометрические задачи с телами вращения	6
16	Задачи ЕГЭ с параметрами: использование четности-нечетности	2
17	Повторение: стереометрические задачи ЕГЭ, подходы классический и аналитический	4
18	Задачи ЕГЭ с параметрами: использование свойств функций	4
19	Консультации перед экзаменами	4
Итого		**108**

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

ЛИТЕРАТУРА

1. Банах С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.:Наука, 1966.
2. Башмаков М. И. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. М., Просвещение, 1992.
3. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике в НГУ. Новосибирск, Сибирское университетское изд-во, 2007.
4. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 10 кл. М.: Мнемозина

5. Виленкин Н.Я., Ивашев-Мусатов О.С., Шварцбурд С.И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (углубленный уровень). 11 кл. М.: Мнемозина
6. Воронин В.В., Воронина Т.А. Задачи по математике для практических занятий в физико-математической школе. Новосибирск, НГУ, 2016.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1. М.:Наука 1982.
8. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия. Планиметрия. 7-9 кл. М., Дрофа, 1995.
9. Киселев А. П. Геометрия. Стереометрия. 10-11 кл. М., Дрофа, 1995.
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М: Гос. изд-во физ.-мат. литературы. 1963.
11. Никитин А. А., Михеев Ю. В. Математика. Теория и практика. В 2-х частях. Новосибирск, СУНЦ НГУ, 2001, 2005.
12. Никитин А. А. и др. Математика 10-11. Три уровня обучения. Ч. 1-2. Новосибирск, СУНЦ НГУ, 2000.
13. Никитин А. А. и др. Математика. Учебное пособие для школ физико-математического профиля. М., Научный мир, 2001.
14. Никитин А. А. и др. Математика. 11 кл. Ч. 1 и 2. Новосибирск, НГУ, 2003.
15. Пособие по математике для поступающих в вузы. Под редакцией Г.Н. Яковлева М.:Наука, 1985.
16. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. 11 кл. М., Просвещение, 1991.

Программу составил
к.ф.-м.н. Воронин В.В.

Согласовано:
Заведующий кафедрой математических наук
член-корр. РАН Миронов А.Е.

28 08 2018 г.

Контрольные работы; группа 603, класс 11-2
1 семестр

Самостоятельная 08.09.2018

I вариант

1.	$\frac{1}{2}\cos(x^2+x)+\sin\left(x^2-\frac{\pi}{6}\right)\cos x=0$	[1]:: $\pm\sqrt{\pi k},\ k\geq 0;\ \frac{\pi}{3}+\pi n$ Шар., с.41, n.232
2.	$\operatorname{tg}\sqrt{x+16}=\operatorname{tg}\sqrt{x}$	[2]:: $\frac{(16-\pi^2)^2}{4\pi^2}$ Шар., с.41, n.234
3.	$\cos\frac{17\pi}{5x^2+3}=\sqrt{3}\cos\frac{17\pi}{10x^2+6}+2$	[3]:: $0;\ \pm\sqrt{\frac{6}{7}};\ \pm\frac{6}{5}$ НГУ(ФФ,1992), с.(155), вар.2, n.1
4.	$\begin{cases}\sin x+\cos x=2+\sin y+\cos y\\ 2\sin 2x+\sin 2y=0\end{cases}$	[4]:: $\left(\frac{\pi}{4}\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{5\pi}{4}\pm pfo+2\pi n\right)$ Шар., с.44, n.287

II вариант

1.	$\sin\left(x^2-\frac{\pi}{3}\right)\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(x^2-x)=0$	[1]:: $\pm\sqrt{\pi k},\ k\geq 0;\ \frac{5}{6}\pi+\pi n$ Шар., с.41, n.233
2.	$\operatorname{ctg}\sqrt{x+10}=\operatorname{ctg}\sqrt{x-2}$	[2]:: $\frac{(12-\pi^2)^2}{4\pi^2}$ Шар., с.41, n.234
3.	$\cos\frac{13\pi}{5x^2+2}+\sqrt{2}\sin\frac{13\pi}{10x^2+4}+1=0$	[3]:: $0;\ \pm\sqrt{\frac{12}{35}};\ \pm\frac{4}{5}$ НГУ(ФФ,1992), с.(156), вар.3, n.1
4.	$\begin{cases}\sin x+\cos x=2-\sin y-\cos y\\ 2\sin 2x+\sin 2y=0\end{cases}$	[4]:: $\left(\frac{\pi}{4}\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{\pi}{4}\pm pfo+2\pi n\right)$ Шар., с.44, n.287

Самостоятельная 20.09.2018

I вариант

1.	$\int \frac{\sqrt[4]{\operatorname{tg} x}\, dx}{\sin^2 x}$	[1]:: $-\frac{4}{3}\sqrt[4]{\operatorname{ctg}^3 x} + C$ КII, с.15, 1.15(15)
2.	$\int (x^2 - 3x + 1)\sin 2x\, dx$	[2]:: $(-\frac{x^2}{2} + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4})\cos 2x + \frac{2x-3}{4}\sin 2x + C$
3.	$\int x^3 \operatorname{arctg} x\, dx$	[3]:: $\frac{x^4-1}{4}\operatorname{arctg} x - \frac{x^3}{12} + \frac{x}{4} + C$ КII, с.20, 1.20(5)
4.	$\int \left(\frac{\ln x}{x}\right)^3 dx$	[4]:: $-\frac{1}{2x^2}\left(\ln^3 x + \frac{3}{2}\ln^2 x + \frac{3}{2}\ln x + \frac{3}{4}\right) + C$ КII, с.20, 1.23(3)
6.	$\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6}\, dx$	[6]:: $x + 3\ln\left\lvert\frac{x-3}{x-2}\right\rvert + C$ КII, с.29, 2.1(4)
6.	$\int \frac{2x^3 + x^2 + 5x + 1}{(x^2+3)(x^2-x+1)}\, dx$	[6]:: $\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{3}} + \ln(x^2 - x + 1) + \frac{2}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x-1}{\sqrt{3}} + C$ КII, с.25, прим.3

II вариант

1.	$\int \frac{\operatorname{arctg} e^x}{e^x + e^{-x}}\, dx$	[1]:: $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}^2 e^x + C$ КII, с.15, 1.16(8)
2.	$\int (x^2 + 4x - 1)\cos 2x\, dx$	[2]:: $(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{3}{4})\sin 2x + \frac{x+2}{2}\cos 2x + C$
3.	$\int \frac{\arcsin x}{x^2}\, dx \qquad (x > 0)$	[3]:: $-\frac{\arcsin x}{x} - \ln\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{\lvert x\rvert} + C$ КII, с.20, 1.20(6)
4.	$\int x \operatorname{arctg}^2 x\, dx$	[4]:: $\frac{x^2+1}{2}\operatorname{arctg}^2 x - x\operatorname{arctg} x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$ КII, с.20, 1.23(6)
5.	$\int \frac{x^2\, dx}{x^2 - 6x + 10}$	[5]:: $x + 3\ln(x^2 - 6x + 10) + 8\operatorname{arctg}(x-3) + C$ КII, с.29, 2.1(6)
6.	$\int \frac{dx}{6x^3 - 7x^2 - 3x}$	[6]:: $\frac{1}{33}\ln\left\lvert\frac{(3x+1)^9(2x-3)^2}{x^{11}}\right\rvert + C$ КII, с.29, 2.2(5)

Самостоятельная 06.10.2018

I вариант

1.	$\int \frac{(2x^2+2x+13)\,dx}{(x^2+1)(x^3-2x^2+x-2)}$	[1]:: $\frac{3-4x}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2}\ln\frac{(x-2)^2}{x^2+1} - 4\text{arctg}\,x + C$ КII, с.31, 2.8(4)
2.	$\int \frac{1}{\sin 2x + 4\sin x - 4\sin^2 x}\,dx$	[2]:: $\frac{1}{6}\ln\lvert\ \text{tg}\,(x/2)\rvert + \frac{5}{6}\ln\lvert\ \text{tg}\,(x/2) - 3\rvert - \frac{1}{2}\ln\lvert\ \text{tg}\,(x/2) - 1\rvert + C$ КII, с.60, 5.30(2)
3.	$\int \sqrt{3-4x+4x^2}\,dx$	[3]:: $\frac{2x-1}{4}\sqrt{3-4x+4x^2} + \frac{1}{2}\ln(2x - 1 + \sqrt{3-4x+4x^2}) + C$ КII, с.41, 3.5(6)

II вариант

1.	$\int \frac{x^3+x^2-4x+1}{(x^2+1)^2}\,dx$	[1]:: $\frac{5}{2(x^2+1)} + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + \text{arctg}\,x + C$ КII, с.31, 2.8(1)
2.	$\int \frac{\sin x}{(1-\cos x+\sin x)^2}\,dx$	[2]:: $\frac{1}{1+\ \text{tg}\,(x/2)} + \ln\left\lvert\frac{\text{tg}\,(x/2)}{1+\ \text{tg}\,(x/2)}\right\rvert + C$ КII, с.60, 5.30(3)
3.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{5x^2-2x+1}}$	[3]:: $\ln\left\lvert\frac{x}{1-x+\sqrt{5x^2-2x+1}}\right\rvert + C$ КII, с.42, 3.9(1)

Самостоятельная 20.10.2018

I вариант

1.	Найти все комплексные числа z такие, что $(z+i)^3-(z-i)^3=0$.	[1]:: $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. Вавилов
2.	Вычислить: $\frac{(1+i)^{10}}{(\sqrt{3}-i)^{20}}$	[2]:: $2^{-16}(\sqrt{3}-i)$
3.	Решить систему уравнений: $\begin{cases} (1+3i)x & +(-2+i)y & =1+27i \\ (1-3i)x & +(5-i)y & =14-32i \end{cases}$	[3]:: $x=6+2i;\ y=1-3i$
4.	Найдите наименьший модуль комплексного числа z среди чисел, удовлетворяющих условию $\lvert z-i\rvert \le \lvert z+\sqrt{3}\rvert$.	[4]:: $1/2$ Звавич
5.	Найти корни многочлена $x^4+27(x-9)^2$ и представить его в виде произведения многочленов второй степени с действительными коэффициентами.	[5]:: $(x^2-9x+27)(x^2+9x+81)$

II вариант

1.	Найти все комплексные числа z такие, что $(z+i)^4-(z-i)^4=0$.	[1]:: $0;\ 1;\ -1$. Вавилов
2.	Вычислить: $\frac{(1+i\sqrt{3})^{16}}{(1+i)^{10}}$	[2]:: $1024(-\sqrt{3}+i)$
3.	Решить систему уравнений: $\begin{cases} (1+3i)x & +(-2-i)y & =-5+25i \\ (1-3i)x & +(5+i)y & =20-30i \end{cases}$	[3]:: $x=6+2i;\ y=1-3i$
4.	Найдите наименьший модуль комплексного числа z среди чисел, удовлетворяющих условию $\lvert z+i\rvert \le \lvert z-\sqrt{3}\rvert$.	[4]:: $1/2$ Звавич
5.	Найти корни многочлена $x^4+27(x+9)^2$ и представить его в виде произведения многочленов второй степени с действительными коэффициентами.	[5]:: $(x^2-9x+81)(x^2+9x+27)$

Самостоятельная 29.11.2018

I вариант

1.	$\arcsin\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2}\cos x\right)+\arccos\left(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{2}\sin x\right)=\frac{\pi}{2}$	[1]:: $\frac{5\pi}{4}+2\pi k$ НГУ(МФ,1988), с.(45), вар.1.1, п.4
2.	В правильном тетраэдре $SABC$ точка M – середина ребра AC, точка K на ребре SB расположена так, что $BK : KS = 1 : 2$. Через точки M и K параллельно прямой BC проводится плоскость α. Найти отношение объемов частей, на которые плоскость α делит тетраэдр $SABC$.	[2]:: $23 : 13$ НГУ(СУНЦ,2002), вар.3, п.5
3.	В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. Точки E, F , G, H – середины ребер AB, AD, SA и SC соответственно. Определить объем пирамиды $SABCD$, если известно, что объем пирамиды $EFGH$ равен 3.	[3]:: 24 НГУ(май,1992), вар.3, п.5
4.	В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник ABC со стороной 2, боковые ребра AA_1, BB_1, CC_1 равны 1. Точки K и L -середины ребер AB и B_1C_1, точки M и N – середины ребер A_1B_1 и AC соответственно. Через прямые KL и MN проведены параллельные плоскости. Найти объем части призмы, содержащейся между этими плоскостями.	[4]:: $x = 5\sqrt{3}/12$ НГУ(МФ,1988), с.(47), вар.2.1, п.5

II вариант

1.	$\arcsin\,(1+2\cos x)+\arccos\,(1+3\ \mathrm{tg}\ x)=\frac{\pi}{2}$	[1]:: $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$ НГУ(МФ,1988), с.(46), вар.1.2, п.4
2.	В правильном тетраэдре $SABC$ точка M – середина ребра AB, точка K на ребре SC расположена так, что $SK : KC = 1 : 3$. Через точки M и K параллельно прямой SA проводится плоскость α. Найти отношение объемов частей, на которые плоскость α делит тетраэдр $SABC$.	[2]:: $9 : 23$ НГУ(СУНЦ,2002), вар.4, п.5
3.	В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$. Точки E, F, G и H – середины ребер AD, BC, SA, SC соответственно. Определить объем пирамиды $SABCD$, если известно, что объем пирамиды $EFGC$ равен 2.	[3]:: 16 НГУ(май,1992), вар.4, п.5
4.	В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с катетами $AB = BC = 1$, все боковые ребра равны 2. Точка K – середина ребра AC, точка L -середина ребра SB. Через прямые SK и CL проведены параллельные плоскости. Найти объем части пирамиды, содержащейся между этими плоскостями.	[4]:: $x = \sqrt{14}/18$ НГУ(МФ,1988), с.(49), вар.2.3, п.5

Письменный экзамен 11-1 – 11-2 , 15.12.2018

Вариант I

1.	Решить уравнение: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(2x+3) = \frac{\pi}{4}$.	[1]:: $\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$
2.	Найти все комплексные числа z, удовлетворяющие уравнению: $(z+1)^3 + 27(z-1)^3 = 0$	[2]:: $1/2$; $\frac{8 \pm 3\sqrt{3}i}{7}$
3.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \arcsin x$ и хордой этого графика, проведенной между точками с абсциссами $x_1 = 1/2$ и $x_2 = 1$.	[3]:: $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}$
4.	В параллелограмме $ABCD$точка K – середина стороны BC, а точка N расположена на стороне AD так, что $AN : AD = 4 : 5$. Окружность радиуса 5 касается стороны BC в точке K, проходит через точки D и N и ее центр лежит на диагонали BD. Найти площадь параллелограмма $ABCD$.	[4]:: $120\sqrt{6}$
5.	Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 1, высота призмы равна $\sqrt{3}$. Сфера касается граней ABC, AA_1B_1B и AA_1C_1C, а также касается прямой BC_1. Найти радиус сферы.	[5]:: $\frac{5\sqrt{3}}{26}$.

Вариант II

1.	Решить уравнение: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(3x+2) = \frac{\pi}{4}$.	[1]:: $\frac{-3+\sqrt{6}}{2}$
2.	Найти все комплексные числа z, удовлетворяющие уравнению: $(z-1)^3 - 8(z+1)^3 = 0$	[2]:: -3; $\frac{-3 \pm 2\sqrt{3}i}{7}$
3.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \arccos x$ и хордой этого графика, проведенной между точками с абсциссами $x_1 = 1/2$ и $x_2 = 1$.	[3]:: $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{4}$
4.	В параллелограмме $ABCD$ точка K – середина стороны AB, а точка M расположена на стороне CD так, что $CM : CD = 2 : 5$. Окружность радиуса 3 касается стороны AB в точке K, проходит через точки C и M и ее центр лежит на диагонали AC. Найти площадь параллелограмма $ABCD$.	[4]:: $\frac{63\sqrt{21}}{5}$
5.	Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 3, высота призмы равна $\sqrt{3}$. Сфера касается граней ABC, AA_1B_1B и BB_1C_1C, а также касается прямой AC_1. Найти радиус сферы.	[5]:: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант III

1.	Решить уравнение: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(2x-3) = -\frac{\pi}{4}$.	[1]:: $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$
2.	Найти все комплексные числа z, удовлетворяющие уравнению: $(z-1)^3 + 8(z+1)^3 = 0$	[2]:: $-1/3;\ -1 \pm \frac{2\sqrt{3}i}{3}$
3.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \arcsin x$ и хордой этого графика, проведенной между точками с абсциссами $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	[3]:: $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$
4.	В параллелограмме $ABCD$ точка K – середина стороны AB, а точка M расположена на стороне CD так, что $CM : MD = 1 : 3$. Окружность радиуса 2 касается стороны AB в точке K, проходит через точки C и M и ее центр лежит на диагонали AC. Найти площадь параллелограмма $ABCD$.	[4]:: $10\sqrt{15}$
5.	Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $\sqrt{3}$, высота призмы равна 3. Сфера касается граней ABC, AA_1B_1B и BB_1C_1C, а также касается прямой AC_1. Найти радиус сферы.	[5]:: $\frac{15}{26}$.

Вариант IV

1.	Решить уравнение: $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg}(3x+2) = -\frac{\pi}{4}$.	[1]:: $\frac{1-\sqrt{10}}{3}$
2.	Найти все комплексные числа z, удовлетворяющие уравнению: $(z+1)^3 - 27(z-1)^3 = 0$	[2]:: $2;\ \frac{8 \pm 3\sqrt{3}i}{13}$
3.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = \arccos x$ и хордой этого графика, проведенной между точками с абсциссами $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	[3]:: $\frac{1}{2} - \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$
4.	В параллелограмме $ABCD$ точка K – середина стороны BC, а точка N расположена на стороне AD так, что $AN : ND = 1 : 4$. Окружность радиуса 6 касается стороны BC в точке K, проходит через точки D и N и ее центр лежит на диагонали BD. Найти площадь параллелограмма $ABCD$.	[4]:: $42\sqrt{7}$
5.	Сторона основания ABC правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна $\sqrt{3}$, высота призмы равна 12. Сфера касается граней ABC, AA_1B_1B и AA_1C_1C, а также касается прямой B_1C. Найти радиус сферы.	[5]:: $\frac{3}{4}$.

Семестр II

Контрольная по телам вращения

I вариант

1.	Дан куб с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA', BB', CC', DD'; длина ребра куба равна 1. Сфера касается ребер AA', AB, AD и пересекает ребро CC' в точке M такой, что $CM = 0.31$. Найти радиус сферы.	[1]:: $\frac{51\sqrt{2}}{100}$ НГУ(Ест,1980), с.(92), вар.2, n.4
2.	Даны две сферы радиусов 2 и 5 с центрами A и B. Прямая касается этих сфер в точках C и D. Известно, что $CD = 6$, а угол между прямыми AB и CD равен $\arccos \frac{6}{7}$. Найти объем пирамиды $ABCD$.	[2]:: 6 НГУ(МФ,2003), вар.12, n.5
3.	В основании треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный треугольник ABC с основанием $BC = 8$ и медианой $AM = 6$, точка P – середина медианы AM. Сфера касается боковых ребер AA_1, BB_1, CC_1 призмы и касается плоскости ABC в точке P. Найти радиус сферы.	[3]:: $3\sqrt{2}$ НГУ(ФФ,1988), с.(147), вар.3, n.5

II вариант

1.	Дан куб с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA', BB', CC', DD'; длина ребра куба равна 1. Каждая из двух сфер одинакового радиуса $R = \sqrt{3}/2$ касается ребра AB основания и боковых ребер AA' и CC'. Найти расстояние между центрами этих сфер.	[1]:: $\sqrt{3/2}$ НГУ(Ест,1980), с.(93), вар.4, n.4
2.	Даны две сферы радиусов 3 и 4 с центрами A и B. Прямая касается этих сфер в точках C и D. Известно, что $AB = 13$, а угол между прямыми AB и CD равен $\arcsin frac513$. Найти объем пирамиды $ABCD$.	[2]:: 24 НГУ(МФ,2003), вар.13, n.5
3.	В основании треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит правильный треугольник ABC со стороной 2, точка M – середина ребра BC. Сфера касается боковых ребер AA_1, BB_1, CC_1 призмы и касается плоскости ABC в точке M. Найти радиус сферы.	[3]:: $\sqrt{3(1+2\sqrt{3})/11}$ НГУ(ФФ,1988), с.(147), вар.4, n.5

Контрольная по применению интеграла

I вариант

1.	Фигура M на плоскости ограничена графиками функций $y = 3e^{ax}$ и $y = 7-2e^{-ax}$ и имеет единственную общую точку с прямой $y = 9x+3$. Найти a и площадь фигуры M.	[1]:: $a = 3,\ \dfrac{7\ln 6 - 10}{3}$
2.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 2x^2 - 8x$, касательной к этому графику в точке (2;-8) и осью ординат.	[2]::
3.	Найти значение p, меньшее нуля, при котором площадь фигуры, образованной параболой $y = (1+p^2)^2x^2 + p$ и прямой $y = 0$ была бы наибольшей.	[3]::
4.	Найти точки экстремума функции $F(x) = \int\limits_{-3}^{x} (t^2 - t - 2)\,dt$ на отрезке $[-2; 3]$.	[4]::

II вариант

1.	Фигура M на плоскости ограничена графиками функций $y = 3e^{-2ax} - 7$ и $y = -2e^{2ax}$ и имеет единственную общую точку с прямой $y = 9x - 4$. Найти a и площадь фигуры M.	[1]:: $a = -3/2,\ \dfrac{7\ln 6 - 10}{3}$
2.	Найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = x^2 - 2x + 2$, касательной к этому графику в точке (0;2) и прямой $x = 1$.	[2]::
3.	Найти наименьшее значение площади фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 + 2x - 3$ и прямой $y = kx + 1$.	[3]::
4.	Найти точки экстремума функции $F(x) = \int\limits_{-3}^{x} (2 - t^2 - t)\,dt$ на отрезке $[-4; 2]$.	[4]::

Контрольная по параметрам

I вариант

1.	Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^2 - 2a \cdot \sin(\cos x) + a^2 = 0$ имеет единственное решение.	[1]:: $0;\ 2\sin 1$ Субханкулова, с. 90 (МГУ, МФ,1990)
2.	При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} a(x^4+1) = y + 1 - \lvert x\rvert \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ имеет единственное решение?	[2]:: $a = 2$ Горнштейн, с. 245, IV.96
3.	При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x - \sin^2 y = 3 \end{cases}$ имеет единственное решение?	[3]:: $a = 9$ Потапов, с. 319 (164)
4.	Определить, при каких значениях параметра a для любого действительного числа x выполняется неравенство $\log_{a^2-2}\left[(a^2-1)x^2 + 2x + 2\right] > 1$	[4]:: $\left(-\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}; -\sqrt{3}\right) \cup \left(\sqrt{3}; \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}\right)$ НГУ(Ест, 1983), с.(99), вар.1, п.4

II вариант

1.	Найдите все значения параметра c, при которых уравнение $x^2 - 2c \cdot \sin(\cos x) + 2 = 0$ имеет единственное решение.	[1]:: $\frac{1}{\sin 1}$ Горнштейн, с. 246, IV.97 (МГУ)
2.	Найти все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = a \end{cases}$	[2]:: $a = -\frac{1}{2}$ Потапов, с.319, п.156
3.	Найти все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение $\begin{cases} ax^2 + a - 1 = y - \lvert\sin x\rvert \\ \operatorname{tg}^2 x + y^2 = 1 \end{cases}$	[3]:: $a = 2$ Потапов, с.319, п.168
4.	Определить, при каких значениях параметра a для любого действительного числа x выполняется неравенство $\log_{a^2-6}\left[(a^2-1)x^2 + 4ax + 5\right] < 1$	[4]:: $\left(-\sqrt{4+\sqrt{5}}; -\sqrt{6}\right) \cup \left(\sqrt{6}; \sqrt{4+\sqrt{5}}\right)$ НГУ(Ест, 1983), с.(100), вар.4, п.4

Контрольная по задачам ЕГЭ

I вариант

1.	Найдите все значения $a \neq 0$, при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y = \dfrac{a^2}{1+x^2} + 4$ не принадлежит промежутку $\left(1; 2+8a^{-2}\right]$.	[1]:: $a < -\sqrt{2};\ a > \sqrt{2}$ ЕГЭ-2009, вар 196, С3
2.	Найдите все значения a, при каждом из которых ровно одно решение неравенства $x^2+(5a+3)x+4a^2 \leq 4$ удовлетворяет неравенству $ax(x-4-a) \leq 0$.	[2]:: $-\dfrac{5}{3};\ -\dfrac{3}{2};\ -1;\ 1$ ЕГЭ-2010-доср., вар.1, С5
3.	$\dfrac{\log_{9^x-6}(x+2)}{\log_{9^x-6}(x^2)} < 1$	[3]:: $(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;6)\cup(6;+\infty)$ ЕГЭ-2010-доср., вар.1, С3

II вариант

1.	Найдите все значения $a \neq 0$, при каждом из которых хотя бы одно значение функции $y = \dfrac{a^2}{1+x^2} + 2$ не принадлежит промежутку $\left(-2; 10a^{-2}-1\right]$.	[1]:: $a < -\sqrt{2};\ a > \sqrt{2}$ ЕГЭ-2009, вар 197, С3
2.	Найдите все значения a, при каждом из которых ровно одно решение неравенства $x^2+(-3a+3)x+2a^2 \leq 2$ удовлетворяет неравенству $ax(x-5+a) \leq 0$.	[2]:: $-1;\ 1;\ 2;\ 3$ ЕГЭ-2010-доср., вар.3, С5
3.	$\dfrac{\log_{5^x-7}(x+12)}{\log_{5^x-7}(x^2)} < 1$	[3]:: $(-12;-3)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(1;4)\cup(7;+\infty)$ ЕГЭ-2010-доср., вар.3, С3