

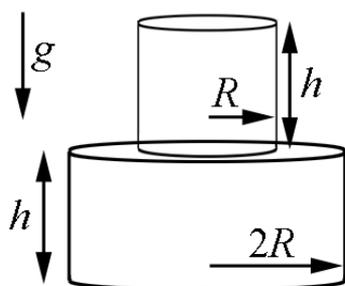
Дополнительный отборочный (заочный) этап Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике

25.12.2021-15.01.2022

Задачи 11 класса

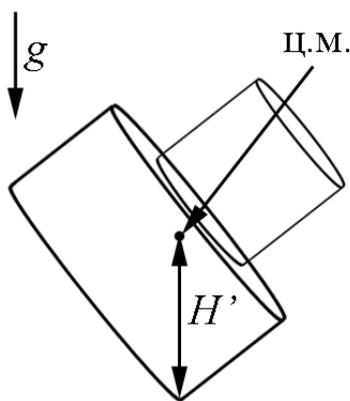
Возможные решения. Максимальный балл за задачу – 10.

Задача оценивается в 10 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,003 – до 2,00; 5,0081 – до 5,01; 0,60135 – до 0,601, 0,0012345 – до 0,00123 и т.д. Желательно указать наименование единиц, в которых измерена соответствующая физическая величина. Если в условии задачи нет специальных указаний, ответ приводится в единицах системы СИ. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Свадебный торт состоит из двух соосных цилиндров высотой  $h$  каждый. Радиус верхнего цилиндра  $R$ , нижнего  $2R$ . Торт стоит на горизонтальном столе. Какую минимальную работу должна совершить кошка, чтобы на столе уронить этот торт набок? Ускорение свободного падения  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , плотность торта  $\rho = 700 \text{ кг/м}^3$ , размеры  $R = 10 \text{ см}$ ,  $h = 20 \text{ см}$ . Считать форму торта неизменной. Ответ приведите с точностью 2 значащих цифр.

**Возможное решение**



Масса нижней части торта  $M = 4\pi\rho R^2 h$ , верхней части  $m = \pi\rho R^2 h$ . Центр масс нижней части находится на высоте  $h_1 = h/2$ , верхней – на высоте  $h_2 = 3h/2$ . Общий центр масс находится на оси симметрии на высоте

$$H = \frac{Mh_1 + mh_2}{M + m} = \frac{7}{10}h = 14 \text{ см}.$$

Чтобы уронить торт, необходимо наклонить его так, чтобы центр масс находился над нижним краем. Высота центра масс в этот момент

$$H' = \sqrt{H^2 + (2R)^2} \approx 24 \text{ см}.$$

Минимальная работа, необходимая для опрокидывания торта, равна

$$A = (M + m)g(H' - H) \approx 23 \text{ Дж}.$$

Ответ: 23 Дж или 23

2. К некоторой батарее подключают две одинаковые электроплитки. При соединении электроплиток параллельно выделяемая на них мощность  $N = 1$  кВт, при соединении электроплиток последовательно выделяемая мощность также  $N=1$  кВт. Какая мощность выделяется при подключении одной электроплитки? Считать, что сопротивление электроплиток постоянно. Ответ дать с точностью 4 значащих цифр.

### *Возможное решение*

Пусть ЭДС источника  $V$ , внутреннее сопротивление источника  $r$ , а сопротивление электроплитки  $R$ . При параллельном соединении

$$I_1 = \frac{V}{r + \frac{R}{2}},$$

$$N = \frac{R}{2} I_1^2 = \frac{R}{2} \left( \frac{V}{r + \frac{R}{2}} \right)^2. \quad (1)$$

При последовательном соединении

$$I_2 = \frac{V}{r + 2R},$$

$$N = 2RI_2^2 = 2R \left( \frac{V}{r + 2R} \right)^2. \quad (2)$$

При подключении одной электроплитки

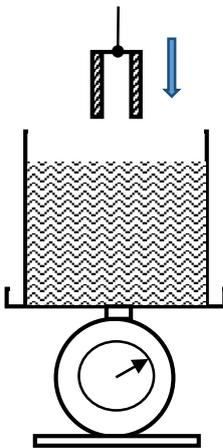
$$I_3 = \frac{V}{r + R},$$

$$N_x = RI_3^2 = R \left( \frac{V}{r + R} \right)^2. \quad (3)$$

Приравняв правые части уравнений (1) и (2), получим  $2(r + R/2) = r + 2R$ , откуда  $r = R$  и

$$N_x / N = \frac{(r + 2R)^2}{2(r + R)^2} = \frac{9}{8} = 1,125$$

**Ответ: 1,125 кВт, 1125 Вт или 1125**



3. На весах стоит сосуд с водой. В него опускают закрепленный сверху дном на тонкой нити стальной цилиндрический стакан высотой  $h = 20$  см. Когда дно стакана оказалось на уровне поверхности воды в сосуде, показание весов изменилось на  $\Delta M = 390,6$  г. Определите атмосферное давление. Емкость стакана  $V = 0,3$  л, масса пустого стакана  $m = 780$  г, плотность стали  $\rho_c = 7800$  кг/м<sup>3</sup>, воды –  $\rho_g = 1000$  кг/м<sup>3</sup>. Стакан имеет тонкое дно и толстые стенки. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ привести с точностью двух значащих цифр.

### Возможное решение

При погружении стакана показания весов изменятся в результате действия на стакан силы Архимеда  $F_a = \rho_0 g(V_0 + V_g) = \Delta M g$ . Здесь  $V_0 = m / \rho_c$  – объем стенок стакана, а  $V_g$  – объем воздуха в стакане. Предположим, что разница между уровнем воды в сосуде и в стакане  $x$ ,

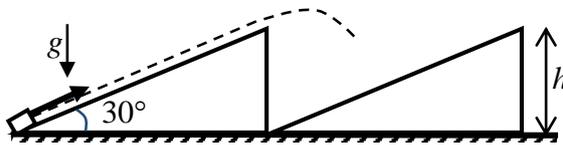
а атмосферное давление  $P_0$ . Величину  $x$  можно найти из известной  $F_a = \rho_g g \left( V_0 + V \frac{x}{h} \right)$ :

$x = \frac{h}{V} \left( \frac{\Delta M}{\rho_g} - V_0 \right) \approx 0,9687h$ . Если исходить из гидростатического давления, давление

воздуха в сосуде  $P = P_0 + \rho_g g x$ , а из закона Бойля-Мариотта  $PxS = P_0 hS$ , где  $S$  – внутреннее

сечение стакана. Таким образом  $P_0 \frac{h}{x} = P_0 + \rho_g g x$  и  $P_0 = \frac{\rho_g g x^2}{(h-x)} \approx 6,0 \cdot 10^4$  Па.

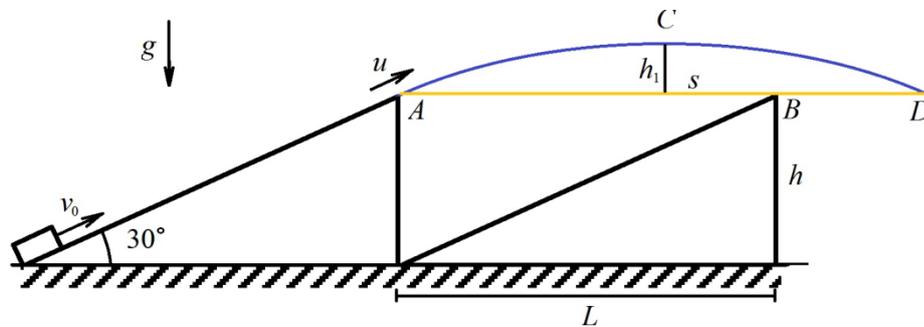
**Ответ:  $6,0 \cdot 10^4$  Па или  $6,0 \cdot 10^4$**



4. Два одинаковых неподвижных клина с углом при основании  $\alpha = 30^\circ$  и высотой  $h = 1$  м находятся на горизонтальном основании и приставлены друг к другу (см. рисунок). Вдоль поверхности левого клина от его основания с

начальной скоростью  $v_0 = 7,5$  м/с запущено тело. На какую максимальную высоту оно поднимется? Удары упругие, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, трения между телом и клиньями нет, клинья не движутся. Ответ приведите с точностью 3 значащих цифр.

### Возможное решение



Рассмотрим горизонтальную и вертикальную оси координат  $(x, y)$  и совместим начало координат с точкой  $A$ . В этой точке скорость тела  $u$  находится из закона сохранения энергии  $u^2 = v_0^2 - 2gh = 36,25$  (м/с)<sup>2</sup>. Далее тело движется по параболе  $ACD$ .

Выясним сначала вопрос, а попадет ли тело вообще на второй клин или же оно перелетит второй клин, не касаясь его? Дальность полета до точки  $D$ , находящейся на той же высоте,

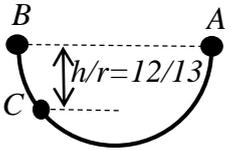
что и точка  $A$ , составляет  $s = \frac{u^2 \sin(2\alpha)}{g} = 3,139$  м. В то же время длина второго клина по

горизонтали равна  $L = h \operatorname{tg}(\alpha) = 1,732$  м. Поэтому тело не ударится по второму клину, и, соответственно, максимальной высоты тело достигнет в точке  $C$ . Высота подъема тела над

точкой  $C$  равна  $h_1 = \frac{u^2 \sin^2(\alpha)}{2g} = 0,453$  м.

Таким образом, полная высота подъема тела равна  $h_{\max} = h_1 + h = 1.453 \approx 1.45$  м.

**Ответ: 1,45 м или 1,45.**

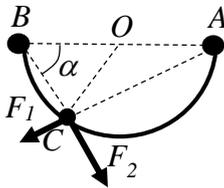


5. Непроводящая спица имеет форму половины окружности. На ее концах  $A$  и  $B$  закреплены два одинаковых заряда. На спицу надели маленькую заряженную бусинку и отпустили ее на расстоянии  $h$  от линии  $AB$ , равном  $12/13$  от радиуса окружности, образованной спицей. При каком минимальном коэффициенте трения между бусинкой и спицей бусинка не будет скользить по ее поверхности?

Силой тяжести пренебречь. Отверстие в бусинке достаточно велико, чтобы при отсутствии зарядов она могла скользить, практически не испытывая трения. Все заряды одного знака. Ответ приведите с точностью 2 значащих цифр.

### Возможное решение

Примем диаметр спицы  $AB = d$ . На бусинку со стороны заряда в точке  $A$  и  $B$  действуют силы  $F_1 = \frac{kQq}{d^2 \sin^2(\alpha)}$ ,  $F_2 = \frac{kQq}{d^2 \cos^2(\alpha)}$ .



Нормалью к поверхности спицы является радиус  $OC$ , угол  $\angle BCO = \alpha$ , а  $\angle ACO = 90^\circ - \alpha$ . По закону Ньютона для нормального к поверхности спицы направления  $F_1 \sin(\alpha) + F_2 \cos(\alpha) - N = 0$ , где  $N$  – реакция опоры. По закону Ньютона для направления вдоль

поверхности спицы при отсутствии скольжения  $F_2 \sin(\alpha) - F_1 \cos(\alpha) - F_{\text{тр}} = 0$ , где сила трения  $|F_{\text{тр}}| \leq \mu N$ . При критическом  $\mu$  сила трения  $|F_{\text{тр}}| = \mu_{\min} N$ . Подставив в это равенство значения  $F_{\text{тр}}$  и  $N$ , и сократив общие множители, получим

$$\left| \frac{\sin(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} - \frac{\cos(\alpha)}{\sin^2(\alpha)} \right| = \mu_{\min} \left( \frac{1}{\sin(\alpha)} + \frac{1}{\cos(\alpha)} \right), \quad \text{или}$$

$$|\sin^3(\alpha) - \cos^3(\alpha)| = \mu_{\min} \sin(\alpha) \cos(\alpha) (\sin(\alpha) + \cos(\alpha)), \quad \text{откуда} \quad \mu_{\min} \geq \frac{|tg^3(\alpha) - 1|}{tg(\alpha)(tg(\alpha) + 1)}.$$

Необходимый коэффициент трения  $\mu_{\min} = \frac{19}{30} \approx 0,63$ .

Из условия задачи  $\frac{h}{tg(\alpha)} + h \cdot tg(\alpha) = 2R$ , откуда  $tg(\alpha) = \frac{3}{2}$ , так что минимально

необходимый коэффициент трения  $\mu_{\min} = \frac{19}{30} \approx 0,63$ .

**Ответ: 0,63**

№ задачи	Ответ
1	23 Дж или 23
2	1,125 кВт, 1125 Вт или 1125
3	$6.0 \cdot 10^4$ Па или $6.0 \cdot 10^4$
4	1,45 м или 1,45
5	0,63