Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике 12 марта 2023 г.
8 класс
Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) Двум туристам надо было перенести из деревни в лагерь три одинаковых рюкзака. Первый турист взял один рюкзак и пошел вперед, а второй турист, чтобы не оставлять вещи без присмотра, понес на себе два рюкзака. Первый турист добрался до лагеря, оставил свой рюкзак и сразу пошёл навстречу второму на помощь. Еще через 1 час уже оба туриста пришли в лагерь с рюкзаками. Сколько всего времени понадобилось туристам, чтобы перенести рюкзаки из деревни в лагерь, если добавление рюкзака уменьшает скорость движения туриста вдвое? Считать, что по другим причинам скорость движения туриста не меняется.

Решение. Введем обозначения. V – скорость туриста без рюкзака, L – расстояние от деревни до лагеря, X – расстояние до лагеря от точки, где первый турист встретил товарища с двумя рюкзаками, T=1 ч – время, прошедшее между первым приходом первого туриста в лагерь и приходом в лагерь уже обоих туристов с рюкзаками, T_X – искомое время.

По условию задачи скорость первого туриста с одним рюкзаком была равна $V/2$, а второго (с двумя рюкзаками) – $V/4$ (+1 балл). Это значит, что в момент, когда первый турист добрался до лагеря, второй добрался до середины пути (+2 балла). От этого момента до встречи туристов прошло одно и то же время $\frac{X}{V}=\frac{(L/2)-X}{(V/4)}=\frac{(L/2)}{V+(V/4)}$ (+1 балл, последнее выражение – отношение расстояния между туристами на скорость их сближения). Отсюда получаем, что $X=\frac{2L}{5}$ (+1 балл).

Далее найдем связь между параметрами задачи и известным из условия временем T.

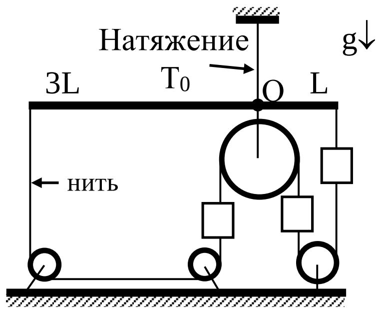
$$T=\frac{L/2}{V+(V/4)}+\frac{X}{(V/2)}=\frac{X}{V}+\frac{X}{(V/2)}=\frac{3X}{V}=\frac{6L}{5V} \quad (+2 \text{ балла})$$

Полное время движения туристов от деревни до лагеря, которое равно времени движения второго туриста, составляет

$$T_X=\frac{L-X}{(V/4)}+\frac{X}{(V/2)}=\frac{16L}{5V}=\frac{8T}{3}=2\text{ч } 40 \text{ мин}$$

(+3 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

2) Невесомый стержень с помощью системы нитей, блоков и грузов удерживают в равновесии (см. рисунок). Нити прикреплены к стержню на его концах и в точке О, которая делит стержень в отношении 3:1. К этой же точке подвешен один из блоков. К нити, охватывающей блоки, в разных местах прикреплены три одинаковых груза, как показано на рисунке. Чему равна *масса* М одного груза, если натяжение нити, которая *прикреплена* к потолку и удерживает всю конструкцию, равно T_0? Блоки и нити считать невесомыми, трения нет. Ускорение свободного падения g.



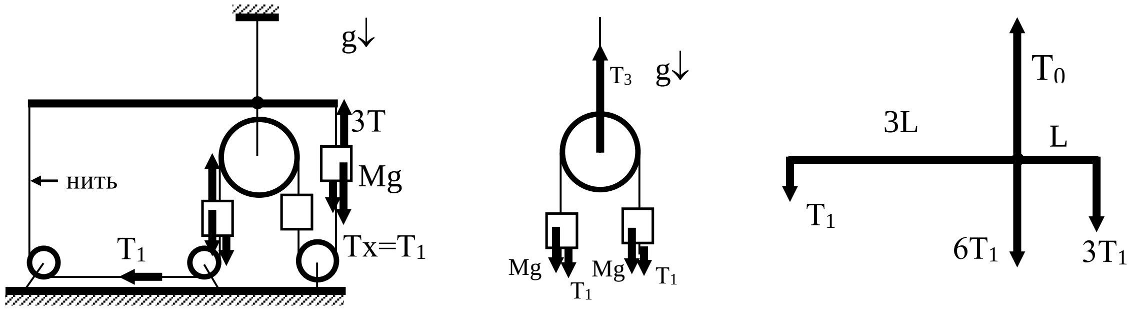
Решение: Введем обозначения: T_1 – натяжение нити, которая прикреплена к *левому* по рисунку концу стержня, T_2 – натяжение нити, прикрепленной к правому концу стержня, T_3 натяжение нити, которая удерживает *больший* (по рисунку) блок.

Рассмотрим сначала рычаг. Его равновесие обеспечивается, в частности, равенством нулю суммы моментов приложенных к нему сил. Если рассчитать эти моменты сил относительно точки О, то получается, что

$3L\cdot T_1=L\cdot T_2$, т.е. $T_2=3T_1$ (+1 балл)

Рассмотрим самый правый груз. Его равновесие обеспечивается равенством нулю суммы сил, действующих со стороны нитей сверху (T_2) и снизу (T_X), а также силы тяжести Mg. Уравнение записывается, например, в виде равенства T_2=Mg+Tx (+1 балл). Рассматривая последовательно все три одинаковых груза и учитывая, что натяжение отдельных участков нити сохраняется по всему участку, получаем, что сила, которая тянет любой из грузов вниз, равна Tx=T_1 (+1 балл за все грузы).

Сила натяжения нити, которая тянет груз вверх, для любого из грузов равна T_2=3T_1 (+1 балл за все грузы).



Отсюда следует, что Mg=2T_1 (+1 балл)

Рассмотрим блок, который прикреплен к стержню. Он охвачен нитью, которая имеет натяжение T_2, т.е. сила натяжения нити, которая соединяет ось этого блока и т. O стержня, имеет натяжение 2T_2=6T_1 (+1 балл).

Снова рассмотрим стержень. Сумма приложенных к нему сил равна нулю, т.е.

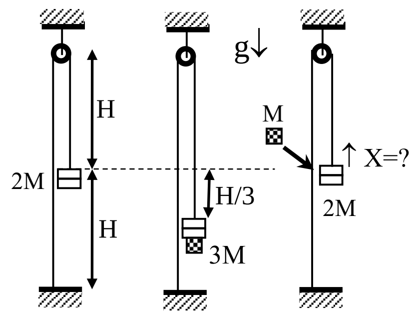
T_0=10T_1 или T_1=T_0/10 (+2 балла)

Используя полученное выше соотношение между Mg и T_1, получаем

M=T_0/5g (+2 балла за явно выраженный и корректно полученный ответ)

Можно было бы не рассматривать отдельно больший блок, а заметить, что сумма сил, действующих на всю систему (стержень+нити+грузы) и направленных вниз, равна 3Mg+4T_1=T_0.

3) Один конец легкой резинки прикреплен к полу, а другой переброшен через маленький блок на высоте 2H от пола.
К свободному концу резинки прикреплен небольшой груз с массой 2M. В равновесии справа от блока находится треть всей длины резинки (см. левый рисунок). Известно, что если бы к имеющемуся грузу добавили еще один грузик с массой M, то после установления равновесия груз опустился бы на H/3 (см. средний рис.). На какое расстояние X *поднялся* бы груз с массой 2M, если бы этот добавочный грузик прикрепили к середине той части резинки, которая находится *слева* от блока? Размерами грузов и части резинки, соприкасающейся с блоком, пренебречь. Резинка подчиняется закону Гука. Трения нет.



Решение. Введем обозначения: L, k - длина недеформированной резинки и ее коэффициент жесткости.

Сначала определим коэффициент жесткости всей резинки. Заметим, что по условию задачи длина резинки увеличилась на H/3 после того, как нагрузка увеличилась на Mg, т.е.

$k{\cdot}H/3$=Mg (+1 балл), следовательно, k =3Mg/H (+1 балл)

Далее определим длину всей резинки в нерастянутом состоянии:

Поскольку в исходном положении с подвешенным грузом 2M длина всей растянутой резинки составляет 3H, то из равновесия системы следует, что

$k{\cdot}$(3H-L)=2Mg (+1 балл), т.е. L=7Mg/k=7H/3 (+1 балл)

Для решения задачи далее необходимо использовать условие того, что жесткость части резинки длиной Y равна kL/Y. Добавочный грузик прикрепляется к середине правой части резинки, т.е. к точке, которая находится на расстоянии L/3 от конца нерастянутой резинки. Т.е. коэффициент жесткости этого участка резинки равен 3k (+1 балл).

До прикрепления грузика с массой M равновесие этой трети резинки определялось соотношением

$3k(H-L/3)=2Mg$ (+1 балл)

После этого прикрепления новое условие равновесия выражается равенством

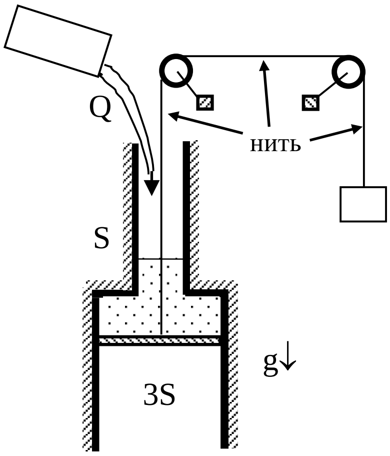
$3k[(H-X)-L/3]= Mg$ (+1 балл)

Появляющаяся здесь величина X – уменьшение длины участка резинки между полом и грузиком - и есть искомое смещение груза, прикрепленного к концу резинки справа от блока. Это объясняется тем, что натяжение и, следовательно, длина части резинки между грузом и добавочным грузиком не изменятся (+1 балл)

Вычитая эти уравнения друг из друга, получаем

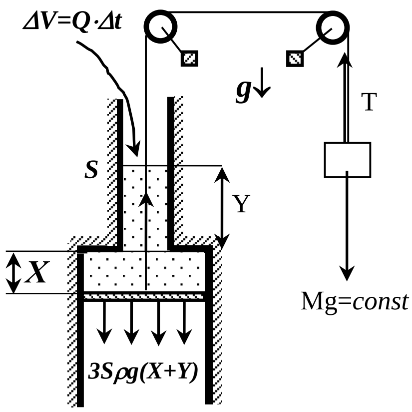
$3kX= Mg$, т.е. $X= H/9$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ)

К правильному ответу могут привести и иные рассуждения. Например, можно заметить, что после подвешивания грузика с массой M на левую часть резинки нагрузка на нижнюю треть резинки уменьшается на Mg, т.е. сразу получить равенство $3kX= Mg$ без явного вычисления длины нерастянутой резинки.



4) Цилиндрическая труба, составленная из двух частей с площадью сечения S (сверху) и 3S (снизу), закреплена вертикально. Нижняя часть трубы перекрыта подвижным невесомым поршнем, к которому с помощью нити и блоков прикреплен груз (груз на рис. справа). В равновесном состоянии в трубе над поршнем находится жидкость, уровень которой *выше* места соединения частей. Сверху в трубу начинают наливать тонкой струйкой ту же самую жидкость, и груз начинает перемещаться с постоянной скоростью. С какой *скоростью* перемещается груз, если объемный расход заливаемой жидкости равен Q м^3/с? Трения нет.

Решение. Введем обозначения: пусть U – искомая скорость движения груза, X_0 – начальное расстояние от поршня до места соединения частей трубы, Y_0 – начальная высота столба жидкости в узкой части трубы, X и Y – соответствующие расстояния в произвольный момент времени *t* после начала заливания жидкости, ρ - плотность жидкости.



Искомая скорость груза направлена вверх и равна скорости поршня, т.е. скорости, с которой увеличивается X. Согласно условию, в начальной ситуации сила давления жидкости на поршень равна весу груза, т.е.

$Mg= \rho g(X_0+Y_0)\cdot 3S$ (+1 балл),

Аналогичное соотношение верно и в любой другой момент времени, пока в обеих частях трубы есть жидкость:

$Mg= \rho g(X+Y)\cdot 3S$ (+1 балл)

Таким образом, в любой момент $X_0+Y_0=X+Y$ (+1 балл).

Условие того, что высота столба жидкости остается постоянной, пока жидкость находится в обеих частях трубы, можно обосновать и из несколько иных соображений.

Кроме этого, начальный объем жидкости равен $V_0=3SX_0+SY_0$ (+1 балл), а в момент времени *t* после начала заливания он равен уже $V_0+Q\cdot t =3SX+SY$ (+2 балла).

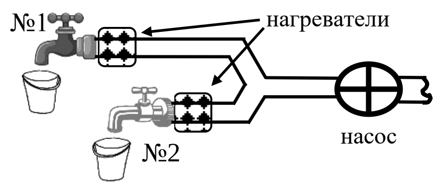
Можно переписать выражение для объема в виде

$V_0+Q\cdot t=3SX+SY=2SX+S(X+Y)=2SX-2SX_0 +(3SX_0+SY_0)= 2S(X-X_0)+V_0$,

Т.е. $X(t)= X_0+Qt/2S =X_0+Ut$ (+2 балла за связь между $X(t)$ и временем).

Отсюда $U=Q/2S$ (+2 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

5) Для подачи воды к двум кранам используется насос, который включается при открывании любого из кранов. Работающий насос прокачивает через себя один и тот же объем воды в единицу времени. Перед кранами вмонтированы одинаковые нагреватели, которые сразу включаются при открывании соответствующего крана и подогревают воду. Краны одновременно открывают и набирают воду в вёдра. За t_1=2 минуты из крана №1 набралось ведро воды с температурой T_1=*50* ^oC, и этот кран закрыли. Еще через t_2=1 минуту наполнилось такое же по объему ведро под краном №2. Какую температуру T_2 имеет вода в этом ведре, если к моменту *закрывания* крана №2 из него текла вода с температурой T_3=*45* ^oC? Считать, что трубы заполнены водой полностью и что при протекании воды через нагреватель этой воде передается постоянная тепловая мощность. Теплообменом между водой и окружающей средой (кроме нагревателя) пренебречь.



Решение. Введем обозначения: N- тепловая мощность, передаваемая воде при ее протекании через кран, V – объем воды, подаваемой насосом в единицу времени (имеет размерность м^3/с), C и ρ – удельная теплоемкость и плотность воды, T_0- температура воды в трубе без подогрева, T_x- температура воды, набиравшейся в ведро №2 *до закрывания* крана №1.

Сначала определим соотношение между объемами воды, протекающими через краны №1 и №2, когда они оба открыты. Пусть через кран №1 идет доля X от всей подачи, т.е. XV м^3/с. Тогда через кран №2 идет (1-X)V. После закрывания крана №1 через кран №2 подается V м^3/с. Объемы ведер одинаковы, поэтому можно записать

$t_1 \cdot XV = t_1 \cdot (1-X)V + t_2 \cdot V$

т.е. получаем, что при обоих открытых кранах через кран №1 течет доля воды

$X = \frac{t_1 + t_2}{2t_1} = \frac{3}{4}$, а оставшаяся четверть всей воды течет через кран №2 (+1 балл).

Отсюда также следует, что, когда наполнилось ведро №1, второе ведро было заполнено на одну треть (+1 балл).

По условию задачи, когда открыт только кран №2, т.е. когда вся вода протекает через один нагреватель, температура вытекающей воды равна T_3=45 ^oC. Эта температура появляется в результате нагрева исходной воды, имевшей неизвестную температуру T_0. Уравнение теплового баланса для этой ситуации имеет вид

$V \cdot t_П \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0) = N \cdot t_П$

Здесь $t_П$ – некоторое небольшое (заведомо меньшее времени наполнения ведра) время, в течение которого рассматривается ситуация.

Т.е. найдем связь между введенными параметрами

$V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0) = N$ (+1 балл за это или аналогичное соотношение, позволяющее приблизиться к ответу)

Если воды через кран идет меньше, то это значит, что скорость воды пропорционально меньше, а время прохождения через нагреватель с определенными геометрическими размерами – больше. Значит, и количество теплоты, переданное фиксированному объему воды, будет больше.

В начальной ситуации для воды, протекающей через кран №1, уравнение теплового баланса имеет вид (смысл $t_П$ - тот же что и выше)

$XV \cdot t_П \cdot \rho C \cdot (T_1 - T_0) = N \cdot t_П$, т.е. $XV \cdot \rho C \cdot (T_1 - T_0) = V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0)$ (+1 балл)

или $X \cdot (T_1 - T_0) = (T_3 - T_0)$.

Отсюда получаем, что $T_0 = 4T_3 - 3T_1 = 30$ ^oC (+1 балл, явное вычисление значения начальной температуры не требуется для получения полного балла)

Для воды, которая в это время набиралась в ведро №2, уравнение теплового баланса дает

$(1-X)V \cdot t_П \cdot \rho C \cdot (T_x - T_0) = N \cdot t_П$, т.е. $(1-X)V \cdot \rho C \cdot (T_x - T_0) = V \cdot \rho C \cdot (T_3 - T_0)$ (+1 балл) или $(1-X)\cdot(T_x-T_0)=(T_3-T_0)$,

т.е. $T_x=4T_3-3T_0=90$ °C (+1 балл)

Таким образом, в ведре №2 треть объема будет занята водой с температурой $T_x=90$ °C, а оставшиеся 2/3 – водой с температурой $T_3=45$ °C. После установления теплового равновесия температура всего объема будет равна T_2.

Если объем ведра равен Y, то уравнение теплового баланса для такого теплообмена будет иметь вид

$$\frac{1}{3}Y\cdot\rho C\cdot(T_X-T_2)=\frac{2}{3}Y\cdot\rho C\cdot(T_2-T_3)$$ (+1 балл)

Отсюда получаем, что

$$T_2=\frac{T_X+2T_3}{3}=2T_3-T_0=3T_1-2T_3=60\ {}^{o}C$$ (+2 балла за явно сформулированный и обоснованный ответ).

Решение может отличаться от приведенного, но при корректном получении ответа на вопрос задачи баллы за это не снимаются.