

Заочный этап Всесибирской олимпиады.

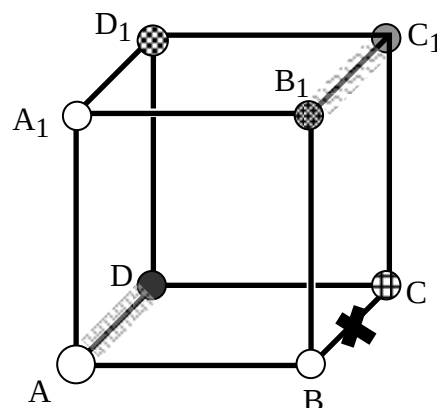
7-8 классы,

Физика

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

7 класс

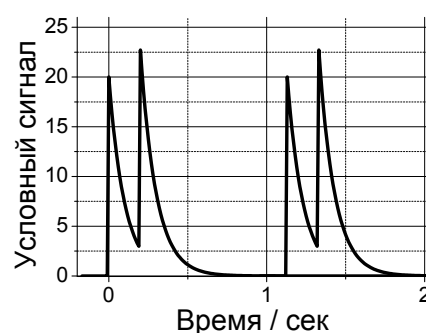
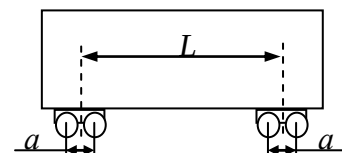
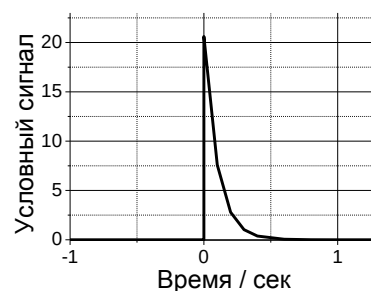
1) В одной галактике есть 8 планетных систем, которые для краткости называют А, В, С, D, A_1 , B_1 , C_1 , D_1 . Эти системы расположены в вершинах гигантского куба (см. рис). Космонавту надо слетать из системы А в системы С и D_1 и вернуться обратно. Предложите путь, который потребует для такого полета наименьшего времени, если одной заправки ракете хватает только на путь между ближайшими системами. Еще известно, что между В и С орудуют пираты, и там летать нельзя, а на участках между А и D, а также B_1 и C_1 , из-за метеоритов скорость полета уменьшается вдвое.



Решение: Если время полета между А и В, где нет никаких помех, взять за единицу измерения времени, то полет по пути AD будет 2 единицы.

Можно расставить время полета возле каждого ребра куба и выбрать такой путь, чтобы сумма времен была минимальной. Например, для пути ADCDD₁A₁A время составит 7 единиц, что является минимально возможным временем, так как между А и D₁ (один вариант), как и между D₁ и С (два варианта), нельзя пролететь быстрее, чем за две единицы времени. Между А и С минимальное время движения – 3 единицы по пути ADC (один вариант). Всего может быть 4 варианта движения, ADCDD₁A₁A и AA₁D₁C₁CDA, а также пути с обратным порядком следования. Если указан только один возможный путь, ставится 4 балла, за каждый следующий +2 балла (но не более 8, если не показано, что больше ответов нет). Если при решении явно указано, что рассмотрены только такие пути, что посещение С должно быть ДО посещения D₁ (так можно понять условие), то дополнительные баллы не снимаются.

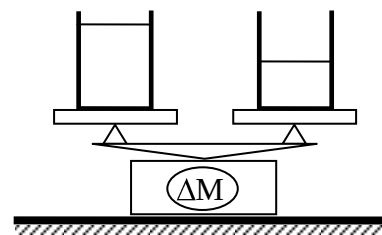
2) Возле железной дороги стоит звуковой датчик, сигналы которого записываются в виде графика от времени. На одном из рельсов образовалась выбоина, и из-за попадания колеса вагона на выбоину датчик выдает сигнал, показанный на графике. Изобразите, как могла бы выглядеть запись сигналов датчика после того, как по выбоине проедет вагон, схематично показанный на рисунке. Размеры: $L=10$ м, $a=185$ см. Скорость вагона равна 33 км/ч.



Решение: Время между попаданиями на выбоину колес одной тележки будет равно (примерно) 0.2 сек (+2), а между попаданиями первых колес разных тележек – 1.1 сек (+2). Поэтому сигналы от колес одной тележки будут налагаться друг на друга (+2). Возможный вариант, когда

сигналы просто складываются, показан на рисунке (+4). Время отсчитывается от момента попадания первого колеса. Правильным будет считаться любой рисунок, где так или иначе достаточно отчетливо и правдоподобно изображено наложение импульсов.

3) У школьника из обычной земной школы имеются весы, которые показывают разницу масс грузов, находящихся на разных чашках. Он установил на весы два одинаковых стакана, и налил в них 0.8 и 0.5 л разных жидкостей, которые он нашел в школьной лаборатории. Показания весов при этом составили 80 г (вес больше у стакана с большим количеством жидкости).



1) Определите, какие могут быть значения плотностей жидкостей, использованных школьником, если их отношение равно 0.75.

2) Затем школьник перелил жидкость из более тяжелого стакана в другой так, чтобы стаканы уравнились, и хорошо перемешал жидкости во втором стакане. В конце опытов школьник перелил смесь из второго стакана в первый в таком количестве, чтобы восстановить прежние объемы жидкости в стаканах. Какие теперь будут показания весов? Считать, что жидкости после смешивания не разделяются.

Решение: Обозначим объем жидкости в первом стакане V_1 , во втором V_2 .

В начальной ситуации $\rho_1 V_1 - \rho_2 V_2 = \Delta M_1$, где $\Delta M_1 = 80$ г. Дополнительное условие, что отношения плотностей равно $\frac{3}{4}$, но неизвестно, какая плотность больше. Проверим оба варианта:

1) $\rho_1 / \rho_2 = 0.75$. Тогда

$$0.75 \rho_2 V_1 - \rho_2 V_2 = \Delta M_1,$$

$$\rho_2 = \frac{\Delta M_1}{0.75 V_1 - V_2} = 0.8 \text{ кг/л}, \quad \rho_1 = 0.6 \text{ кг/л}.$$

2) $\rho_2 / \rho_1 = 0.75$. Тогда

$$\rho_1 V_1 - 0.75 \rho_1 V_2 = \Delta M_1,$$

$$\rho_1 = \frac{\Delta M_1}{V_1 - 0.75 V_2} \approx 0.19 \text{ кг/л}, \quad \rho_2 \approx 0.14 \text{ кг/л}.$$

Любой справочник покажет, что второго варианта в земной школе быть не может. Подобные плотности могут быть, например, у сжиженных газов при очень низкой температуре, минус 250-270°C.

Далее ориентируемся только на первый вариант (обоснованный выбор варианта +3).

Можно решить задачу компактным способом, вычисляя на каждом шаге искомые величины: при выбранных значениях плотности в первом сосуде 480 г, а во втором 400, т.е. перелили 40 г жидкости при плотности 0.6 г/мл (+1), а объем этой жидкости составил $\Delta V_1 \approx 66.7$ мл (+1).

После этого средняя плотность жидкости во втором сосуде составила

$$\rho^* \approx 440(\text{г}) / 566.7(\text{мл}) \approx 0.7765 \text{ г/мл} = 0.7765 \text{ кг/л} (+2). \text{ По условию, обратно во второй сосуд также вылили } \Delta V_1, \text{ масса этой жидкости составила } \Delta V_1 \cdot \rho^* \approx 66.7 \cdot 0.7765 \approx 51.76 \text{ г} (+2).$$

Окончательные показания весов составят вдвое больше, т.е. примерно 103.5 г (+1).

Если все преобразования проводить в аналитической форме, возможное решение выглядит так: после первого переливания $\rho_1(V_1 - \Delta V_1) - (\rho_2 V_2 + \rho_1 \Delta V_1) = 0$, где ΔV_1 - перелитый объем первой жидкости. Отсюда следует, что $2\rho_1 \Delta V_1 = \Delta M_1$, т.е. $\Delta V_1 = \Delta M_1 / 2\rho_1 \approx 0.067$ л (+1). После перемешивания первая жидкость равномерно распределится по второму стакану, в котором объем смеси теперь будет равен $(\Delta V_1 + V_2)$. Поэтому в смеси, возвращенной в конечном итоге в первый стакан будет как первая, так и вторая жидкости. Доля первой будет

равна $\frac{\Delta V_1}{V_2 + \Delta V_1}$ (+1 балл), доля второй $\frac{V_2}{V_2 + \Delta V_1}$ (+1 балл), общий объем перелитой смеси равен ΔV_1 .

После второго переливания во втором стакане останется $V_2 \cdot \frac{\Delta V_1}{V_2 + \Delta V_1}$ первой жидкости (по объему), т.е. $\rho_1 V_2 \cdot \frac{\Delta V_1}{V_2 + \Delta V_1}$ по массе (+1). Точно такой же недостающий объем второй жидкости будет в первом стакане, а ее масса будет равна $\rho_2 V_2 \cdot \frac{\Delta V_1}{V_2 + \Delta V_1}$ (+1). Теперь различие в показаниях весов составит

$$\Delta M_2 = (\rho_1(V_1 - \frac{\Delta V_1 \cdot V_2}{V_2 + \Delta V_1}) + \rho_2 \frac{\Delta V_1 \cdot V_2}{V_2 + \Delta V_1}) - (\rho_2(V_2 - \frac{\Delta V_1 \cdot V_2}{V_2 + \Delta V_1}) + \rho_1 \frac{\Delta V_1 \cdot V_2}{V_2 + \Delta V_1}) \quad (+1)$$

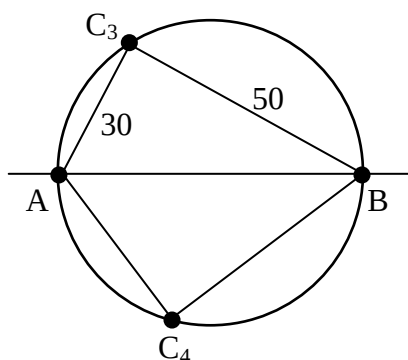
Проводя алгебраические преобразования, получим

$$\Delta M_2 = \Delta M_1 + 2(\rho_2 - \rho_1) \frac{\Delta V_1 \cdot V_2}{V_2 + \Delta V_1} \approx 103.5 \text{ г. } (+1)$$

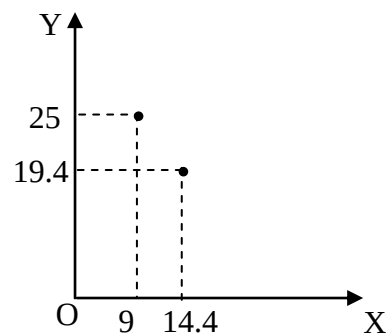
4) В данной задаче предлагается провести геометрическое исследование, для которого требуется несколько листов бумаги, в том числе в клеточку или миллиметровой, линейка, отточенный карандаш. **Решением задачи будут считаться график, на котором представлены результаты измерений, и чертеж (см. ниже).** График должен быть дополнен кратким описанием того, что и каким образом делалось и измерялось. Разумеется, неразборчивый почерк и грамматические ошибки будут сильно затруднять проверку.

Проведение исследования:

- 1) Проведите по линейке на листе бумаги линию (длиной более 100 мм).
- 2) С помощью циркуля начертите окружность радиусом 50 мм с центром на этой линии. Точки пересечения линии с окружностью обозначьте А и В.
- 3) Поставьте на окружности в произвольном месте точку С и постройте отрезки АС и ВС.
- 4) Измерьте длину отрезка АС с точностью до миллиметров и запишите в таблицу (см. возможный вариант с условными значениями на рисунке)



	AC	BC	AC ²	BC ²
..	...	...	...	...
C ₃	3.0	5.0	9	25
C ₄	3.8	4.4	14.4	19.4
..	...	...	...	...



- 5) Измерьте длину отрезка ВС с той же точностью и тоже запишите в таблицу.
- 6) Поставьте новую точку С₁ на окружности и снова постройте отрезки АС₁ и ВС₁, измерьте их длины, запишите в таблицу. Желательно, чтобы количество различных точек С_i было не меньше 10.
- 7) Возведите записанные ранее числа в квадрат (т.е. умножьте каждое само на себя) и тоже запишите в таблицу в той же строке в соседние столбцы (пример с округлением – на рисунке).

8) На клетчатой бумаге нарисуйте оси координат. Масштаб выберите таким, чтобы близко к концу оси можно было поставить точку с координатой 100.

9) Для всех значений поставьте на график точки с координатами AC^2 по горизонтальной оси и BC^2 по вертикальной.

Этот график (или его копия) вместе с чертежом окружности и должен быть приведен в качестве решения задачи. Полезно будет привести и таблицу.

Цель исследования: С помощью графика попробуйте определить, связаны ли между собой квадраты разных сторон треугольников ABC_i определенной зависимостью. Если да, то какая это может быть зависимость?

Советы: Возможно, что искомую зависимость будет легче обнаружить, если провести такое же построение для окружностей других радиусов. Если решение задачи №5 покажется слишком простым и неинтересным, то попробуйте провести для сравнения аналогичные построения на сферической поверхности (на мяче, воздушном шарике и т.п.). Если говорить научным языком, то это будет геометрическое исследование в двумерном неевклидовом пространстве с положительной кривизной.

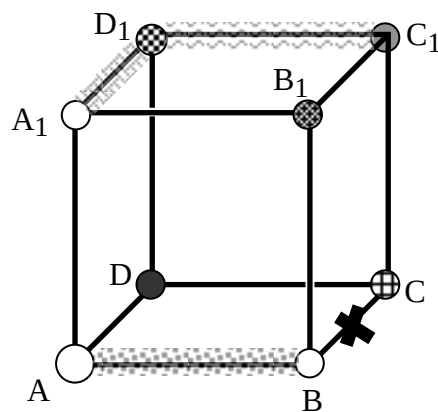
Решение оценивается исходя из:

- 1) количества измерений: ≥ 10 точек C – 5 баллов, от 6 до 9 – 3 балла, < 6 точек – 2 балла;
- 2) аккуратности изображения результатов на графике до 3-х баллов;
- 3) обоснованности вывода – до 2-х баллов.

При аккуратном построении будет ясно, что все треугольники ABC_i – прямоугольные (на плоскости). Соответствующие теоремы про свойства вписанных углов и треугольников будут изучаться в курсе планиметрии.

8 класс

1) В одной галактике есть 8 планетных систем, которые для краткости называют $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$. Эти системы расположены в вершинах гигантского куба. Космонавту надо вылететь из системы A , облететь все другие системы и вернуться обратно. Предложите путь, который потребует для такого полета наименьшего времени, если одной заправки топливом ракете хватает только на путь между ближайшими друг к другу планетами. Еще известно, что между B и C орудуют пираты, и там летать нельзя, а на участках между A и B, A_1 и D_1 , а также D_1 и C_1 из-за метеоритов скорость полета уменьшается втрое.



Решение: Если время полета между A и D , где нет никаких помех, взять за единицу измерения времени, то полет по пути AB будет 3 единицы. Можно расставить время полета возле каждого ребра куба и выбрать такой путь, чтобы сумма времен была минимальной. Например, для пути $AA_1B_1BB_1C_1CDD_1DA$ время составит 10 единиц, что является минимально возможным временем, так как для движения между 8-ю вершинами надо пройти 7 минимум отрезков. Еще один – для возврата в A . При посещении точек B и D_1 выгоднее возвращаться назад, так как «метеоритноопасный» участок требует 3 единицы времени. Указан один верный путь +4 балла, второй (обратный) +3 балла, обосновано, что больше вариантов нет + 3.

2) Имеется три одинаковых пустых термоса при комнатной температуре и чайник с горячей водой. Немного воды заливают в термос, закрывают пробкой, ждут некоторое время и измеряют температуру воды в этом термосе. Она оказывается на 9 градусов меньше, чем температура воды в чайнике. Потом эту же воду переливают во второй термос и опять ждут. Показания термометра в этом случае стали еще на 6 градуса меньше. Насколько уменьшится температура воды после переливания в третий термос? Что можно сказать о температуре воды, если ее после третьего термоса опять залить в первый, потом второй, и далее по кругу много раз? Теплообменом с окружающей средой, испарением воды и теплоемкостью термометра пренебречь.

Решение: Для ответа на вопрос задачи нет необходимости иметь значения теплоемкости переливаемого (неизвестного) количества воды и внутренней колбы термоса, для записи уравнений достаточно использовать отношения этих теплоемкостей. Запишем уравнение теплового баланса для системы (вода + первый термос) (+1 балл)

$$T_0 C_B + T_K C_T = T_1 \cdot (C_B + C_T) \quad (+1)$$

В этом уравнении T_0 – температура воды в чайнике, T_K – комнатная температура, T_1 – установившаяся температура в первом термосе, C_B – теплоемкость ($m \cdot C_{уд}$) залитой воды, C_T – теплоемкость внутренней части термоса. Если ввести отношение $C_T/C_B = X$, то уравнение примет вид

$$T_0 + T_K X = T_1 \cdot (1 + X) \quad \text{или} \quad T_K X = T_1 \cdot (1 + X) - T_0 \quad (+1)$$

Так как термосы одинаковы и количества воды всегда одно и тоже, то во втором термосе уравнение баланса имеет вид

$$T_1 + T_K X = T_2 \cdot (1 + X) \quad \text{или} \quad T_K X = T_2 \cdot (1 + X) - T_1 \quad (+1) \quad (2)$$

где T_2 – установившаяся температура во втором термосе.

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$T_1 \cdot (1 + X) - T_0 = T_2 \cdot (1 + X) - T_1$, а это уравнение можно переписать в виде $(T_1 - T_2) \cdot (1 + X) = T_0 - T_1$ (+1).

Из условия задачи следует, что $T_0 - T_1 = 9$ и $T_1 - T_2 = 6$, т.е. $X = 0.5$ (+2).

Используя уравнения теплового баланса для третьего термоса и уравнение (2), получим

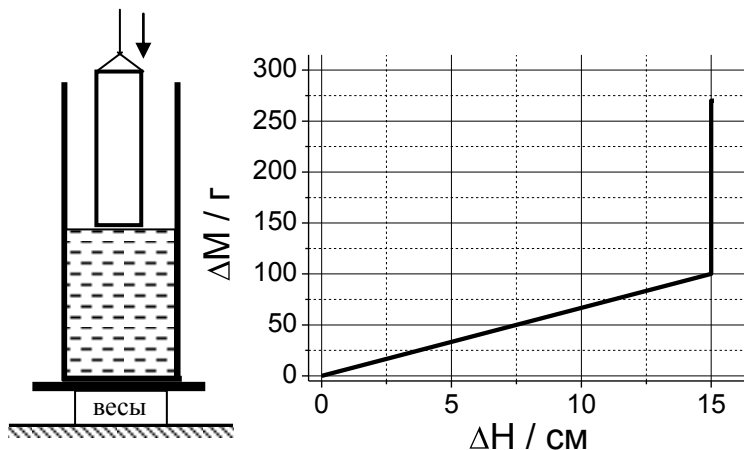
$$(T_2 - T_3) = (T_1 - T_2) / (1 + X) = 4 \text{ } ^\circ\text{C}. \quad (+1)$$

Так как после многократного повторения переливаний температуры воды и всех термосов выравниваются, то уравнение теплового баланса будет иметь вид

$$T_0 C_B + 3 T_K C_T = T_N \cdot (C_B + 3 C_T) \quad \text{или} \quad 3 T_K X = T_N \cdot (1 + 3 X) - T_0 \quad (+1). \quad (3)$$

Действуя, как и раньше, находим $(T_0 - T_N) \cdot (1 + 3 X) = 3 (1 + X) \cdot (T_0 - T_1)$ или $T_0 - T_N = 16.2 \text{ } ^\circ\text{C}$ (+2), т.е. вода будет на 16.2 градуса холоднее, чем вначале, или на 2.8 $^\circ\text{C}$ горячее в сравнении с температурой после первого заливания в третий термос.

3) На весах стоит высокий стакан с водой. Стакан имеет вертикальные стенки и площадь сечения $S = 20 \text{ см}^2$. С помощью нитки сверху в стакан медленно опускают брусок, сделанный в виде параллелепипеда из шероховатого металла. Перед самым касанием дна брусок полностью погрузился в жидкость. Школьник изобразил на графике изменения показаний весов (ΔM) в зависимости от величины смещения бруска (ΔH), считая от момента касания жидкости. Определите по этим данным количество воды, массу бруска и его среднюю плотность. Считать, что ускорение свободного падения (или сила тяжести в расчете на единицу массы) равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.



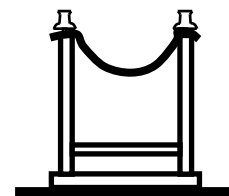
Определите по этим данным количество воды, массу бруска и его среднюю плотность. Считать, что ускорение свободного падения (или сила тяжести в расчете на единицу массы) равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Решение: Из графика следует, что брусок от момента касания воды опустил на $H=15$ см до касания дна, когда резко увеличились показания весов (сила натяжения нити, за которую был подвешен брусок, стала равной нулю) (+1 балл). Следовательно, объем воды был равен 300 см^3 , а масса воды – 300 г (+1). В результате полного опускания бруска масса в стакане возросла на 270 г , значит, столько же весит брусок (+1).

При опускании цилиндра уровень воды поднимался вверх, поэтому давление на дне стакана возрастало (+1). Перед касанием бруска показания весов возросли на $\Delta M=100 \text{ г}$, значит, сила давления на дно возросла на $\Delta Mg=1 \text{ Н}$, а давление на $\Delta Mg/S=500 \text{ Па}$ (+1). Отметим, что сила давления воды на дно стакана возрастала в той же мере, что и сила, действующая на воду со стороны бруска, которая, в свою очередь, равна выталкивающей силе, действующей на брусок, в силу третьего закона Ньютона.

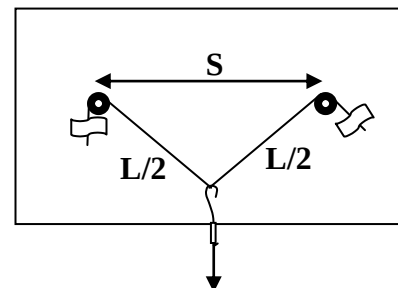
Тогда подъем верхнего уровня воды (плотность ρ) в стакане составил $\Delta h=\Delta Mg/(\rho gS)=5 \text{ см}$ (+1). Далее, из условия полного погружения вычисляем высоту самого бруска $H+\Delta h=15+5=20 \text{ см}$ (+1). Чтобы найти площадь S_1 основания бруска и его объем, заметим, что когда брусок уже стоит на дне стакана, то практически вся вода вытеснена к стенкам (+1). Из условия сохранения объема воды следует, что $(S-S_1)\cdot(H+\Delta h)=S\cdot H$ (+1), поэтому $S_1=5 \text{ см}^2$, а объем бруска $V= S_1\cdot(H+\Delta h)=100 \text{ см}^3$, средняя плотность будет равна 2.7 г/см^3 (+1).

4) В данной задаче предлагается провести исследование, для которого требуется катушка ниток, линейка или рулетка, могут пригодиться гвозди или кнопки, пластилин или липкая лента и т.д. Возможно, Вы придумаете такой способ, при котором пригодится что-нибудь еще. **Решением задачи считается описание процедуры и результатов измерений.** В описании должно быть ясно изложено, что и каким образом делалось и измерялось. Разумеется, неразборчивый почерк и грамматические ошибки будут сильно затруднять проверку.



Описание экспериментальной установки:

1) Основой установки может быть любая жесткая конструкция, между двумя точками которой можно привязать нитку. Например, это может быть перевернутая деревянная табуретка, в две ножки которой воткнуты кнопки (см. рис.). Но лучше использовать специальную доску, в которую вбиты два гвоздя на расстоянии $15-50 \text{ см}$ по горизонтали.



2) Возьмите недлинную нитку и **прикрепите** концы нитки к этим точкам (гвоздям, кнопкам и т.п.).

3) Измерьте **длину L** провисающей между точками крепления нитки и **расстояние S** между этими точками по прямой. Занесите числа в таблицу!

4) К середине провисающей части первой нитки **прикрепите** вторую нитку с той же самой катушки и **тяните** до тех пор, пока какая-нибудь из ниток, первая или вторая, не порвется.

5) Запишите номер порвавшейся нитки в таблицу (пример – на рисунке).

Проведите 8-10 опытов, меняя длину L первой нитки с закрепленными концами при фиксированном расстоянии S . Ценность работы значительно возрастет, если будут проведены такие серии экспериментов при разных, хотя бы 3-х, значениях S .

Хорошо будет приложить к решению задачи полученную таблицу с данными, а также фотографию экспериментальной установки.

№ опыта	S , см	L , см	S/L	№ нити
..	...	...		...
3	30	50	0.6	2
4	30	35	0.86	1
..	...	...		...

Цель исследования: Определить величину отношения S/L , при котором не удастся с уверенностью сказать, какая из ниток порвется, если тянуть за вторую нитку. Другими словами, надо определить границу перехода между ситуацией, когда заведомо рвется вторая нитка, и ситуацией, когда всегда рвется первая.

Указания: Поразмышляйте над тем, влияет ли растяжимость нитки на результат измерений. Если не удастся однозначно определить отношение S/L , то предложите варианты объяснения такой неоднозначности. Не забудьте, что измерения следует организовывать так, чтобы не оставлять после себя следов на столах, обоях и т.п.!

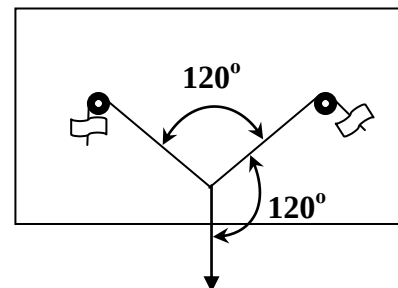


Советы: основным неудобством при проведении исследования является необходимость часто заменять оборвавшуюся нитку. Если не удастся быстро завязывать узелки, то к кнопкам или гвоздям нитку можно быстро прикрепить, обмотав ее вокруг гвоздя 6-8 раз. Оставшийся конец нити можно закрепить пластилином или липкой лентой на основании. *Не забывайте про то, что надо знать длину нитки между точками крепления!* Вторую нитку удобнее зацеплять за середину первой нитки с помощью легкого крючка. В качестве такого крючка можно использовать скрепку, на которую надет кусочек старого стержня от шариковой ручки. Скрепка 10-15 раз обматывается ниткой, и на это место надвигается трубочка. Получается достаточно надежно. Чтобы скрепка при обрыве второй нитки не улетала далеко ее конец можно загнуть сильнее. Будет неплохо, если удастся предложить другие способы быстрой замены ниток.

Решение оценивается исходя из:

- 1) оптимальности конструкции установки (до 3-х баллов);
- 2) количества измерений: >8 – 4 балла, от 6 до 8 – 3 балла, <6 – 2 балла;
- 3) аккуратности обработки данных – 1 балл;
- 4) обоснованности вывода – до 2-х баллов.

При аккуратном измерении с нитками, которые очень мало растягиваются, полученное отношение будет близко к $\cos(30^\circ) \approx 0.87$. Если нитки растягиваются, а вычисляется отношение к длине ненатянутой нити, то будет несколько большее значение. Такой результат связан с тем, что одинаковое натяжение практически невесомых нитей в условиях данного эксперимента будет достигаться при углах между нитями по 120° . Т.е. неопределенность в номере обрывающейся нити может возникнуть именно при таком значении угла. Соответствующие законы будут изучаться в курсе физики (статика).



Заочный тур 2012-2013

9 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Человек, проходя вверх по поднимающемуся эскалатору, насчитывает $N_1 = 10$ ступенек. Когда с той же скоростью относительно эскалатора он проходит вниз, то насчитывает $N_2 = 30$ ступенек. Сколько ступенек насчитает человек, пройдя неподвижный эскалатор?

Решение

При искомом числе ступенек N и длине пройденного участка L расстояние между ступеньками $\lambda = L/N$. Время прохождения вверх этого участка $t_1 = L/(v + u)$, где v скорость человека, u эскалатора, время прохождения вниз $t_2 = L/(v - u)$. Относительно эскалатора человек пройдёт расстояние $L_1 = vt_1$ вверх и насчитает $N_1 = L_1/\lambda = Nv/(v + u)$ ступенек, а вниз $L_2 = vt_2$ и насчитает $N_2 = L_2/\lambda = Nv/(v - u)$. Так как $1/N_1 + 1/N_2 = 2/N$, то окончательный ответ $N = 2N_1N_2/(N_1 + N_2) = 15$.

Ответ: 15.

2. Брошенный под углом камень опустился на прежнюю высоту через время $t = 4$ с на расстоянии $L = 60$ м от точки броска. Найдите наибольшую высоту подъёма (в метрах) и начальную скорость камня (в м/с), приняв ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

Время подъёма равно времени спуска, то есть $t/2$. Вертикальная скорость в верхней точке 0 и тогда искомая высота $h = gt^2/8 = 20$ м. Горизонтальная скорость v_x неизменна и $v_x = L/t$. Начальная вертикальная скорость v_y за время подъёма $t/2$ уменьшается до 0, тогда $v_y = gt/2$. Тогда для искомой начальной скорости $v^2 = v_x^2 + v_y^2 = (L/t)^2 + (gt/2)^2 = 625$ м²/с², а $v = 25$ м/с.

Ответ: 20; 25.

3. Край крыши, наклонённой под углом 45° к горизонтали, находится на высоте $H = 9$ м над землёй. С высоты $h = 1$ м над краем отпускают мяч. Он после упругого отскока от крыши падает на землю. Найдите, на каком расстоянии по горизонтали (в метрах) от края крыши он упадёт.

Решение

Угол отражения равен углу падения, а величина скорости сразу после отскока равна скорости v перед столкновением. Поэтому мяч полетит горизонтально с начальной скоростью v . (При падении с высоты h $v^2 = 2gh$.) Время полёта расстояния H по вертикали найдётся из уравнения $gt^2/2 = H$, тогда искомое расстояние $L = vt = \sqrt{4hH} = 6$ м.

Ответ: 6.

4. Чтобы шар был погружён в воду полностью, на него нужно давить вниз с силой F . Если тянуть шар с такой же силой вверх, то он погружён в воду точно наполовину. Найдите плотность материала шара (в кг/м^3), если плотность воды $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

Решение

Пусть масса шара m , а объём V . Из условий равновесия в этих случаях с использованием закона Архимеда имеем $mg + F = \rho_0 Vg$; $mg - F = \rho_0 Vg/2$. Откуда, исключая F , получим $2m = 3\rho_0 V/2$, $\rho = 3\rho_0/4 = 750 \text{ кг/м}^3$.

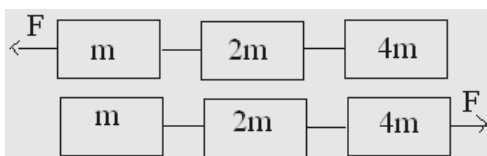
Ответ: 750.

5. При температуре на улице -15°C температура в комнате $+25^\circ\text{C}$. Какой станет температура t в комнате (в $^\circ\text{C}$) при температуре на улице -30°C , если температура отопительной батареи осталась прежней, равной $+45^\circ\text{C}$?

Решение

Отток тепла от комнаты на улицу пропорционален разности их температур $a(t_k - t_y)$. Приток тепла к комнате от батареи так же пропорционален разности их температур, но возможно с другим коэффициентом пропорциональности $b(t_6 - t_k)$. В установившемся состоянии отток тепла на улицу равен притоку тепла от батареи: $a(t_k - t_y) = b(t_6 - t_k)$. Поэтому при изменении уличной температуры комнатная температура изменится так, что сохранится прежним отношение $(t_k - t_y)/(t_6 - t_k) = b/a$. По исходным данным оно равно 2, тогда $(t + 30)/(45 - t) = 2$ и $t = 20^\circ\text{C}$.

Ответ: 20.



6. Тела массой m , $2m$ и $4m$ связаны невесомыми нерастяжимыми нитями. В первом случае силу F прикладывают к телу m , во втором – к телу $4m$. Во сколько раз сила натяжения нити между m и $2m$ в первом случае больше, чем во втором?

Других внешних сил нет.

Решение

Ввиду нерастяжимости нити ускорения всех тел одинаковы. Из 2-го закона Ньютона в применении к системе в целом ускорения одинаковы в 1-м и 2-м случаях. Применим в 1-м случае 2-й закон к «хвосту» $2m + 4m$, тогда $6ma = T_1$; во 2-м случае «хвост» m и $ma = T_2$. $T_1/T_2 = 6$.

Ответ: 6.

7. Одинаковые резисторы соединены кольцом. Омметр, подключённый к одному резистору, показывает сопротивление 16 Ом, а подключённый к двум последовательным резисторам – 24 Ом. Сколько резисторов в кольце? Чему равно (в омах) сопротивление каждого из них?

Решение

Если в кольце N резисторов, а сопротивление каждого из них x , то $(N - 1)x/N = 16 \text{ Ом}$; $(N - 2)2x/N = 24 \text{ Ом}$; $N = 5$, $x = 20 \text{ Ом}$.

Ответ: 5; 20.

8. Первый велосипедист проезжает контрольный пункт позже второго на время 120 с. На следующем пункте на расстоянии 1 км от первого запаз-

дывание сократилось до 110 с. На каком расстоянии от второго пункта (в км) произойдёт обгон? Велосипедисты движутся с постоянными скоростями.

Решение

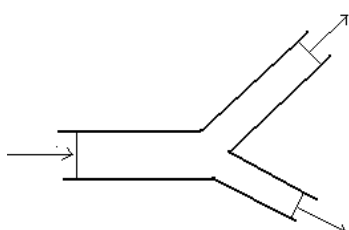
Пусть L искомое расстояние до момента обгона, $l = 1$ км расстояние между контрольными пунктами, а v_1 и v_2 скорости велосипедистов. Выразим времена прохождения дистанций от 1-го и 2-го пункта до места обгона, а их разности приравняем запаздываниям:

$$(L + l)/v_1 - (L + l)/v_2 = \tau_1 = 120 \text{ с}; L/v_1 - L/v_2 = \tau_2 = 110 \text{ с};$$

откуда $L = l\tau_2/(\tau_1 - \tau_2) = 11$ км.

Возможно «геометрическое» решение по графикам движения. Возможно совсем простое решение: при проезде каждого километра запаздывание сокращается на 10 секунд, чтобы оно сократилось до нуля потребуется 110/10 километров!

Ответ: 11.



9. По трубе с сечением 40 см^2 вода движется со скоростью 50 см/с . После разветвления трубы на две трубы скорость воды в обеих снижается до 40 см/с . Каково сечение нижней трубы (в см^2), если сечение верхней 30 см^2 ?

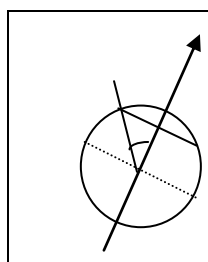
Решение

Поскольку объём входящей воды равен объёму выходящей за то же время воды, то имеем $vS = u(S_1 + S_2)$; здесь ежесекундный объёмный расход выражен через сечения труб и скорости. Отсюда находим искомое сечение нижней трубы $S_2 = vS/u - S_1 = 20 \text{ см}^2$.

Ответ: 20.

10. Два самолёта вылетают из Санкт-Петербурга и облетают землю, двигаясь с одинаковой скоростью. Первый всё время летит на восток и возвращается в Санкт-Петербург за время в два раза меньшее, чем второй, который вылетел на север и, не меняя направления, обогнул землю. Под каким углом к вертикали (в градусах) видна Полярная Звезда в Санкт-Петербурге?

Решение



Ось суточного вращения проходит через Южный и Северный полюсы Земли и направлена в современную эпоху к Полярной звезде. Второй самолёт пролетает расстояние $2\pi R$, R радиус Земли. Первый самолёт движется по окружности на широте Петербурга и пролетает расстояние $2\pi r$, где $r = R\sin\alpha$, а α искомый угол. При той же скорости время пути в два раза меньше, тогда и путь в два раза меньше и $\sin\alpha = 1/2$, а $\alpha = 30^\circ$.

Действительно широта Петербурга (отсчёт от плоскости экватора) равна 60° .

Ответ: 30.

Таблица ответов 9 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15	20; 25	6	750	20	6	5; 20	11	20	30

Заочный тур 2012-2013

11 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Тела с массами m и $2m$ подвешены в одной точке на невесомых нитях одинаковой длины. Их отводят в противоположные стороны, поднимая каждое на высоту $H = 90$ см, и одновременно отпускают. При ударе тела слипаются. На какую высоту (в см) поднимется образовавшееся тело?

Решение

Тела столкнутся в нижней точке. Из сохранения энергии скорости их перед столкновением одинаковы по величине и $v^2 = 2gH$. Для нахождения скорости после слипания u воспользуемся законом сохранения импульса: $Mv - mv = (M + m)u$ (за короткое время удара передачей импульса от внешних сил можно пренебречь). Тогда $u = v(M - m)/(M + m)$, а часть кинетической энергии идёт на увеличение внутренней энергии. При подъёме кинетическая энергия образовавшегося тела переходит в потенциальную, и $u^2 = 2gh$. И окончательно $h = Hv^2/u^2 = H(M - m)^2/(M + m)^2$. А при указанных массах $h = H((2m - m)/(2m + m))^2 = 10$ см.

Ответ: 10.

2. Тележка с песком суммарной массы $M = 10$ кг катится горизонтально со скоростью $v = 15$ м/с. Груз массы $m = 5$ кг падает на тележку с высоты $h = 5$ м. Найдите выделившееся при ударе тепло (в джоулях). Считайте ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

При отсутствии трения горизонтальный импульс неизменен, тогда $(m + M)u = Mv$.

Выделившееся тепло (приращение внутренней энергии) найдём из уравнения энергетического баланса: $Q = Mv^2/2 + mgh - (m + M)u^2/2$. После подстановки и преобразования окончательно $Q = mMv^2/2(m + M) + mgh = 625$ Дж

Ответ: 625.

3. Ракета равномерно движется сквозь разреженное однородное облако пыли. Во сколько раз нужно увеличить силу тяги, чтобы установившаяся скорость ракеты стала вдвое больше?

Решение

Считаем, что пылинки прилипают к ракете. Если сечение ракеты S , а плотность облака ρ , то при движении со скоростью v ежесекундное приращение массы ρSv , а импульса ρSv^2 . По 2-му закону Ньютона необходимая сила тяги $F = \rho Sv^2$. Так как она пропорциональна квадрату скорости, то при удвоении скорости сила тяги возрастает в 4 раза.

Ответ: 4.

4. Вертикальный цилиндр, открытый сверху, перекрыт массивным поршнем, который находится в равновесии на высоте 1,5 м от дна. Когда цилиндр перевернули вверх дном, расстояние от поршня до дна стало 3 м. Каким будет это расстояние (в метрах), если цилиндр положить горизонтально. Трения нет, температура неизменна.

Решение

Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Если P атмосферное давление, а ΔP давление, вызываемое весом поршня, то отсюда имеем $(P + \Delta P)h_1 = (P - \Delta P)h_2 = Ph$, где $h_1 = 1,5$ м, $h_2 = 3$ м, h искомое расстояние. Окончательно $h = 2h_1h_2/(h_1 + h_2) = 2$ м.

Ответ: 2.

5. Невесомый поршень находится в равновесии на расстоянии $h = 11$ см от дна и от открытого верхнего торца вертикального цилиндра. Сверху наливают жидкость, пока она не дойдёт до верхнего края цилиндра. При этом поршень опускается на $x = 1$ см. Какова плотность жидкости (в кг/м^3)? Трения нет, температура неизменна, давление воздуха вне цилиндра $P = 12$ кПа, принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Если P внешнее давление, то конечное давление больше на давление столба жидкости $\rho g(h + x)$. Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Откуда $(P + \rho g(h + x))(h - x) = Ph$; а $\rho = Px/g(h^2 - x^2) = 1000$ кг/м^3 .

Ответ: 1000.



6. В цилиндре с не проводящими тепло стенками находится проводящий тепло поршень с пренебрежимо малой теплоёмкостью. Слева от него гелий, начальный объём которого $V_1 = 30$ л, а давление $P_1 = 4$ Мпа, справа при давлении $P_2 = 3$ МПа в объёме $V_2 = 10$ л такое же число молей метана. Поршень отпускают. Найдите давление (в мегапаскалях – МПа) после установления полного равновесия. Трения нет, передачей тепла цилиндру и поршню пренебречь. Известно, что внутренняя энергия моля метана при той же температуре вдвое больше, чем у моля гелия.

Решение

Внутренняя энергия моля гелия $(3/2)RT$, она пропорциональна температуре. Поскольку у моля метана она вдвое больше, а число молей его ν такое же, то из неизменности полной энергии имеем $T_1 + 2T_2 = 3T$, где T конечная температура. При равенстве температур и давлений объёмы одинакового числа молей любого идеального газа равны. Так что конечные объёмы равны $(V_1 + V_2)/2$. Из уравнения состояния ($PV = \nu RT$) от найденного соотношения температур приходим к уравнению $P_1V_1 + 2P_2V_2 = (3/2)P(V_1 + V_2)$; откуда $P = 2(P_1V_1 + 2P_2V_2)/3(V_1 + V_2) = 3$ МПа.

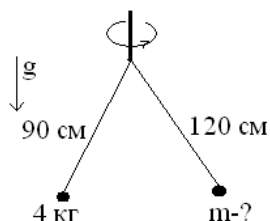
Ответ: 3.

7. Ток короткого замыкания батареи с ЭДС 2,5 В равен 0,5 А. Три такие батареи подсоединяют к резистору один раз параллельно, а другой раз последовательно. При каком сопротивлении резистора (в омах) выделяющиеся на нём мощности будут одинаковыми?

Решение

Внутреннее сопротивление батареи $r = \varepsilon/I_0$, где I_0 ток короткого замыкания, а ε — ЭДС. При равенстве мощности равны и токи I в резисторе с искомым сопротивлением R . В первом случае $IR = \varepsilon - Ir/3$ (ток в батарее $1/3$ тока в R), во втором $IR = 3(\varepsilon - Ir)$, напряжение на батареях складывается. Откуда $R = r = \varepsilon/I_0 = 5 \text{ Ом}$.

Ответ: 5.



8. На лёгких нитях длины $L_1 = 90 \text{ см}$ и $L_2 = 120 \text{ см}$ к концу вертикального стержня привязаны грузы. При вращении стержня нити отклонены от вертикали на неизменные, разные углы, натяжения же их оказались одинаковы. Масса груза привязанного к первой нити 4 кг. Какова масса другого груза (в килограммах)?

Решение

Если длина нити L , а угол отклонения от вертикали α , то при вращении с угловой скоростью ω ускорение равно $\omega^2 L \sin \alpha$. Поскольку ускорение горизонтально, то оно вызывается горизонтальной составляющей натяжения нити $T \sin \alpha$. Из второго закона Ньютона $M \omega^2 L \sin \alpha = T \sin \alpha$, где M масса рассматриваемого груза, тогда следует, что произведение массы на длину нити для рассматриваемых грузов одинаково $ML = \text{const}$. Тогда $M_2 = M_1 L_1 / L_2 = 3 \text{ кг}$.

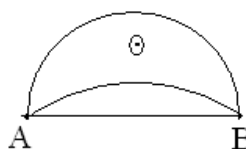
Ответ: 3.

9. Восемь отдалённых друг от друга одинаковых сферических капель ртути заряжены до потенциала $\phi_0 = 15 \text{ В}$ каждая. Их сблизили и они слились в одну сферическую каплю. Найдите её потенциал (в вольтах).

Решение

Заряд равномерно распределяется по поверхности капель. При заряде q и радиусе r потенциал капли $\phi_0 = kq/r$; а после слияния $\phi = kQ/R$, где $Q = 8q$, а радиус R найдётся из условия неизменности объёма $R^3 = 8r^3$. Окончательно имеем $\phi = 4\phi_0 = 60 \text{ В}$.

Ответ: 60.



10. В однородном магнитном поле протон, запущенный из точки А перпендикулярно отрезку АВ, через некоторое время попадает в точку В. Под каким углом к АВ (в градусах) вылетел однозарядный ион гелия-3 из точки А, если он за такое же время долетел до точки В? Масса иона гелия-3 равна тройной массе протона.

Решение

В плоскости перпендикулярной однородному магнитному полю движение ионов происходит по окружности. Магнитная сила равна eBv , где e заряд иона, v его скорость, а B вектор магнитной индукции. По 2-му закону Ньютона $mv^2/R = eBv$. Откуда угловая скорость $\omega = v/R = eB/m$. Угол пово-

рота скорости протона $2\varphi_0 = qVt/m = 180^\circ$ в градусной мере; угол поворота для иона гелия (тройная масса) в 3 раза меньше, и тогда $\varphi = 90^\circ/3 = 30^\circ$.

Ответ: 30.

Таблица ответов 11 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	625	4	1000	20	3	5	3	60	30

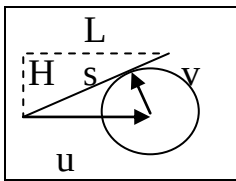
Заочный тур 2012-2013

10 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Вам необходимо переплыть реку шириной $H = 400\text{ м}$ так, чтобы на другом берегу оказаться на расстоянии $L = 300\text{ м}$ ниже по течению от места старта. При какой вашей наименьшей скорости относительно воды (в м/с) это возможно, если скорость течения $u = 2,5\text{ м/с}$?

Решение



Скорость относительно берега $\mathbf{V} = \mathbf{u} + \mathbf{v}$, где $\mathbf{v}$ скорость относительно воды. $\mathbf{V}$ направлено по перемещению $\mathbf{s}$ относительно берега. Минимальность скорости v отвечает перпендикулярности $\mathbf{V}$ ($\mathbf{s}$) и $\mathbf{v}$. Откуда $v/u = H/s$. Поскольку $s^2 = H^2 + L^2$, то $s = 500\text{ м}$ и $v = 2\text{ м/с}$.

Ответ: 2.

2. Край крыши, наклонённой под углом 45° к горизонтали, находится на высоте $H = 9\text{ м}$ над землёй. С высоты $h = 1\text{ м}$ над краем отпускают мяч. Он после упругого отскока от крыши падает на землю. Найдите, на каком расстоянии по горизонтали (в метрах) от края крыши он упадёт.

Решение

Угол отражения равен углу падения, а величина скорости сразу после отскока равна скорости v перед столкновением. Поэтому мяч полетит горизонтально с начальной скоростью v . (При падении с высоты h $v^2 = 2gh$.) Время полёта расстояния H по вертикали найдётся из уравнения $gt^2/2 = H$, тогда искомое расстояние $L = vt = \sqrt{4hH} = 6\text{ м}$.

Ответ: 6.

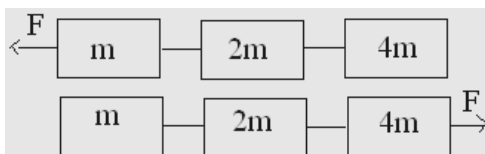
3. Мяч после отскока пролетел первые 3 м вверх за время $t = 0,3\text{ с}$. Какое время (в секундах) ещё летел мяч до падения на землю? Сопротивлением воздуха пренебречь, принять ускорение свободного падения $g = 10\text{ м/с}^2$.

Решение

Исключая начальную скорость из формул перемещения для равноускоренного движения, получим $T = 2h/gt = 2\text{ с}$. Или немного иначе $vt - gt^2/2 = h$ и $v = h/t + gt/2$. Время всего полёта $T + t = 2v/g$, тогда $T = 2v/g - t = 2h/gt = 2\text{ с}$.

Ответ: 2.

4. Тела масс m , $2m$ и $4m$ связаны невесомыми нерастяжимыми нитями.



В первом случае силу F прикладывают к телу m , во втором – к телу $4m$. Во сколько раз сила натяжения нити между m и $2m$ в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

Решение

Ввиду нерастяжимости нити ускорения всех тел одинаковы. Из 2-го закона Ньютона в применении к системе в целом ускорения одинаковы в 1-м и 2-м случаях. Применим в 1-м случае 2-й закон к «хвосту» $2m + 4m$, тогда $6ma = T_1$; во 2-м случае «хвост» m и $ma = T_2$. $T_1/T_2 = 6$.

Ответ: 6.

5. На обледеневшем участке шоссе коэффициент трения с шинами автомобиля меньше в 4 раза, чем на необледеневшем. Во сколько раз нужно уменьшить скорость, чтобы тормозной путь остался прежним?

Решение

Из равенства изменения кинетической энергии работе силы трения имеем $V^2 = 2\mu gL$; $V_0^2 = 2\mu_0 gL$. Откуда $V_0/V = 2$. Есть решения с нахождением ускорения и рассмотрением равноускоренного движения до остановки.

Ответ: 2.

6. Бруски связаны нитью, проходящей через блок без трения. Если гирю в 1 кг поставить на правый брусок, то он опускается с ускорением $a_1 = g/2$, где g ускорение свободного падения. Если гирю поставить на левый, то правый брусок опускается с ускорением $a_2 = g/4$. Найдите сумму масс брусков (в кг).

Решение

Используя 2-й закон Ньютона и равенство ускорений по модулю и исключив натяжение, имеем

$(m_2 + m + m_1)a_1 = (m_2 + m - m_1)g$; $(m_2 + m + m_1)a_2 = (m_2 - m - m_1)g$; откуда $m_2 + m_1 = 7m = 7$ кг.

Ответ: 7.

7. Тела с массами m и $2m$ подвешены в одной точке на невесомых нитях одинаковой длины. Их отводят в противоположные стороны, поднимая каждое на высоту $H = 90$ см, и одновременно отпускают. При ударе тела слипаются. На какую высоту (в см) поднимется образовавшееся тело?

Решение

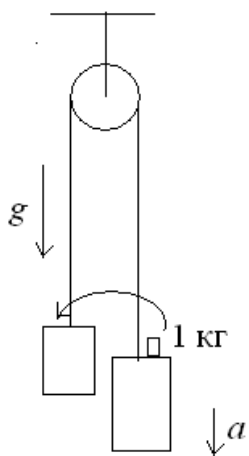
Тела столкнутся в нижней точке. Из сохранения энергии скорости их перед столкновением одинаковы по величине и $v^2 = 2gH$. Для нахождения скорости после слипания и воспользуемся законом сохранения импульса:

$Mv - mv = (M + m)u$ (за короткое время удара передачей импульса от внешних сил можно пренебречь). Тогда $u = v(M - m)/(M + m)$, а часть кинетической энергии идёт на увеличение внутренней энергии. При подъёме кинетическая энергия образовавшегося тела переходит в потенциальную, и $u^2 = 2gh$. И окончательно $h = Hv^2/u^2 = H(M - m)^2/(M + m)^2$. А при указанных массах $h = H((2m - m)/(2m + m))^2 = 10$ см.

Ответ: 10.

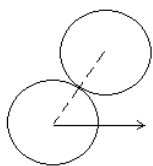
8. Сжатая лёгкая пружина связана нитью и вставлена между покоящимися телами с массами M и m . Нить мгновенно перерезали. При каком отношении масс M/m тело массы m получит 80% энергии пружины?

Решение



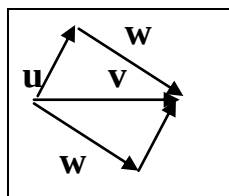
Из сохранения импульса $Mv = mu$, где v и u скорости разлёта тел. Из сохранения энергии $Mv^2/2 + mu^2/2 = E$. Так как $mu^2/2 = 0,8E$, то после подстановок находим $M/m = 4$.

Ответ: 4.



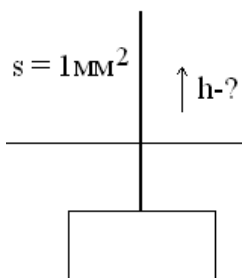
9. На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью v другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью $u = v/2$. Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость v с отрезком, соединяющим центры шаров?

Решение



Массы шаров равны, тогда из сохранения импульса имеем $u + w = v$, где w вектор скорости налетающего шара. Из упругости столкновения сумма кинетических энергий неизменна, тогда $u^2 + w^2 = v^2$. Отсюда следует, что «треугольник скоростей» прямоугольный, угол между u и w прямой. Для гладких шаров u направлено по отрезку, соединяющим их центры, а искомый угол это угол α между u и w . $u = v \cos \alpha = v/2$, $\alpha = 60^\circ$.

Ответ: 60.



10. Брусек с воткнутой спицей сечения $s = 1 \text{ мм}^2$ плавает в чистой воде. Их общая масса $m = 10 \text{ г}$. В воде растворили соль, при этом плотность возросла от $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ до $\rho = \rho_0(1 + 3/10000)$. На какое h увеличится длина части спицы в воздухе? Ответ округлить до целого числа миллиметров.

Решение

Найдём из закона Архимеда объёмы погружённой части «поплавка». Поскольку изменение этого объёма равно sh , то получим уравнение $hs = m/\rho_0 - m/\rho$ и $h = m(\rho - \rho_0)/s\rho\rho_0 = 3 \text{ мм}$.

Ответ: 3.

Таблица ответов 10 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	6	2	6	2	7	10	4	60	3