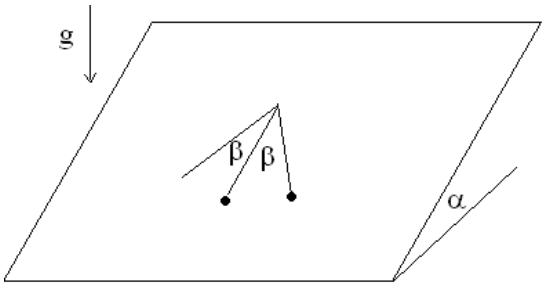
Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике 17 февраля 2013
Решения и разбалловка 11 класс



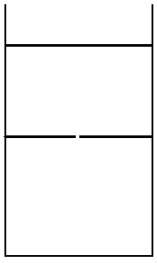
1. На наклонной плоскости, образующей угол α с горизонталью, груз удерживается натянутой нитью, привязанной к гвоздю. Нить параллельна плоскости. Груз остаётся в равновесии, когда направление нити образует угол меньший β с её направлением при низшем положении груза, а при большем угле – нет. Найдите коэффициент трения μ груза с плоскостью.

Решение

На груз действуют силы трения F (лежит в плоскости и перпендикулярна нити), натяжение нити T (лежит в плоскости), сила тяжести mg (вертикальна)и сила нормального давления N (перпендикулярна плоскости) (2 балла). Из равновесия сил по нормали к плоскости $N = mg\cos\alpha$ (1 балл). Составляющая силы тяжести в наклонной плоскости $mg\sin\alpha$, а её проекция по перпендикуляру к нити $mg\sin\alpha\sin\beta$ (2 балла), она уравновешивается силой трения (1 балл). В граничном случае начинается проскальзывание и $F = \mu N$ (1 балл). Откуда $\mu mg\cos\alpha = mg\sin\alpha\sin\beta$ (2 балла) и окончательный ответ: $\mu = tg\alpha\sin\beta$ (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание действующих сил и их направлений		2
Выражение для силы нормального давления	$N = mg\cos\alpha$	1
Выражение силы трения при проскальзывании	$F = \mu N$	1
Выражение тангенциальной проекции силы тяжести	$mg\sin\alpha\sin\beta$	2
Уравновешивание её силой трения (уравнение)	$\mu mg\cos\alpha = mg\sin\alpha\sin\beta$	3
Ответ	$\mu = tg\alpha\sin\beta$	1



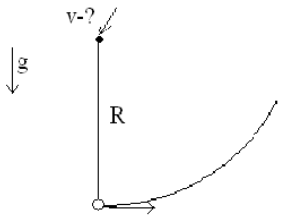
2. Вертикальный цилиндр на высоте H от дна цилиндра перекрыт двумя тонкими массивными поршнями с малым зазором между ними, при этом система находится в равновесии. В нижнем поршне открыли отверстие, через которое медленно просачивается воздух. Когда нижний поршень опустился на дно, верхний поднялся до высоты H_1 от дна. На какой высоте x был верхний поршень, когда нижний располагался точно посредине между верхним поршнем и дном? Температура и атмосферное давление неизменны, трения нет.

Решение

Медленное просачивание означает, что в промежуточных состояниях достигается механическое равновесие (1 балл). Тогда давления в зазоре P и под нижним поршнем P_1 неизменны (второе больше из-за веса нижнего поршня) (1 балл). Применим уравнение состояния идеального газа к исходной и конечной ситуации. $P_1HS = \nu RT$; $PH_1S = \nu RT$, откуда $P_1/P = H_1/H$ (2 балла). Для серединного положения $P_1xS/2 = \nu_1RT$; $PxS/2 = \nu_2RT$, а суммарное число молей ν (3 балла). Складывая последние два уравнения находим $(P_1 + P)xS/2 = \nu RT$ и получаем уравнение для x (2 балла). Ответ $x = 2HH_1/(H + H_1)$ (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на равновесие в промежуточных состояниях и неизменность давлений P и P_1		2
Нахождение отношений давлений P и P_1 из уравнения состояния идеального газа	$P_1HS = \nu RT$; $PH_1S = \nu RT$, откуда $P_1/P = H_1/H$	2
Уравнения состояния для срединного положения, с учётом сохранения суммарного числа молей	$P_1xS/2 = \nu_1RT$; $PxS/2 = \nu_2RT$, $\nu = \nu_1 + \nu_2$	3
Решение уравнений, получение ответа	$x = 2HH_1/(H + H_1)$	2+1



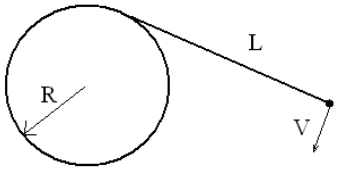
3. Груз висящий на нити длины R, привязанной к гвоздю, толкнули так, что он поднялся и затем попал в гвоздь. Какова его скорость в момент удара о гвоздь? Ускорение свободного падения g.

Решение

Траектория состоит из дуги окружности (пока нить натянута) и параболы, проходящей через гвоздь и продолжающей дугу по касательной к ней (нить смята) (1 балл). В точке перехода натяжение обращается в нуль (1 балл), из 2-го закона Ньютона в проекции на радиальное направление: $mu^2/R = mgsin\alpha$, И для скорости в этой точке имеем $u^2 = Rgsin\alpha$, где α угол образуемый нитью с горизонталью (3 балла). Условие попадания в гвоздь для перемещений по горизонтали $Rcos\alpha = usin\alpha t$ (1 балл), и вертикали $Rsin\alpha = gt^2/2 - ucos\alpha t$ (1 балл). Исключая t и u находим $sin^2\alpha = 1/3$ (1 балл). Из сохранения энергии или из кинематики $v^2 = u^2 + 2Rgsin\alpha = 3Rgsin\alpha$ (1 балл), а ответ $v^2 = \sqrt{3}Rg$ (это скорость попадания в гвоздь!) (1 балл)..

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на вид траектории (сопряжение!)		1
Обращение натяжения в нуль в точке перехода		1
Выражение для u^2 из 2-го закона Ньютона	$mu^2/R = mgsin\alpha$, $u^2 = Rgsin\alpha$	3
Рассмотрение перемещений по горизонтали и вертикали; нахождение $sin^2\alpha$	$Rcos\alpha = usin\alpha t$; $Rsin\alpha = gt^2/2 - ucos\alpha t$; $sin^2\alpha = 1/3$	1+1+1
Нахождение скорости попадания в гвоздь	$v^2 = u^2 + 2Rgsin\alpha$	1
Ответ	$v^2 = \sqrt{3}Rg$; $v = 3^{1/4}(Rg)^{1/2}$	1



4. Нить с точечным грузом массы m на конце привязана к столбу радиуса R и наматывается на него. В некоторый момент длина прямолинейного натянутого участка L, а скорость груза V. Каким будет натяжение нити, когда половина её (L/2) намотается на столб? Через какое время это произойдет? Никаких сил кроме натяжения нити на груз не действует.

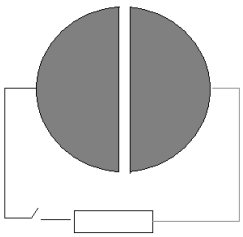
Решение

Из нерастяжимости нити (скорость нити в точке касания со столбом нулевая) следует перпендикулярность скорости и нити (1б). Натяжение направлено вдоль нити и перпендикулярно скорости, то есть величина скорости V не меняется (1б). Угол поворота нити за малое время dt $d\varphi = Vdt/x$, где x оставшаяся длина не намотанной части (1б). Вектор скорости V повернётся на тот же угол и тогда поперечное (центростремительное ускорение) $a = Vd\varphi/dt = V^2/x$ (1б)! Ускорение направлено вдоль нити и её натяжение $T = mV^2/x$, $x = L/2$ $T = 2mV^2/L$ (1б).

Для нахождения искомого времени намотки до длины L/2 рассмотрим малое сокращение длины хвоста от x_1 до x_2 за малое время dt. При повороте на $d\varphi$ длина «хвоста» сократится на $Rd\varphi$ (1б), а угол поворота $d\varphi = Vdt/x_{ср}$, где $x_{ср} = (x_1 + x_2)/2$ средняя длина «хвоста» (1б). $x_1 - x_2 = Rd\varphi = RVdt/x_{ср}$, откуда $dt = (x_1^2 - x_2^2)/2RV$ (1б), а суммарное время $t = (x^2_{нач} - x^2_{кон})/2RV = 3L^2/8RV$ (2б).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Вывод о перпендикулярности скорости нити)		1
Неизменность величины скорости		1
Нахождение центростремительного ускорения	$a = V^2/x$	2
Нахождение натяжения	$T = 2mV^2/L$	1
Нахождение времени малого сокращения	$dt = (x_1^2 - x_2^2)/2RV$	3
Нахождение суммарного времени	$t = (x^2_{нач} - x^2_{кон})/2RV = 3L^2/8RV$	2



5. Проводящие полушария радиуса R имеют зазор d между плоскими торцами (d много меньше R). Начальные заряды их q_1 и q_2. Полушария замыкают на время, за которое через ключ проходит заряд q. Какое тепло при этом выделится? Какое тепло выделится, если ключ оставляют замкнутым на очень большое время? Зарядом на замыкающей цепи пренебречь.

Решение

$C = \varepsilon_o\pi R^2/d$; $Q = [(q_1 - q_2)^2 - [(q_1 - q_2 - 2q)^2]/8C = [q(q_1 - q_2) - q^2]/2C$; $Q_{max} = (q_1 - q_2)^2/8C$.

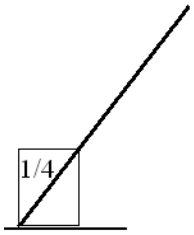
Заряд находится на поверхности проводников – внутри них поле отсутствует. Этому требованию удовлетворяет распределение заряда, когда на обращенных друг к другу плоских поверхностях заряды $\pm\frac{1}{2}(q_1 - q_2)$, а на внешней поверхности однородно распределен оставшийся заряд, $\frac{1}{2}(q_1 + q_2)$ на каждой полусфере (3 балла). Замыкание цепи не меняет суммы зарядов. Заряды на образующих плоский конденсатор границах зазора станут $\pm\frac{1}{2}(q_1 + q_2 - 2q)$ (1 балл). Изменится только электрическое поле внутри этого конденсатора. Его энергия уменьшится на $W = \frac{1}{8C}(q_1 - q_2)^2 - \frac{1}{8C}(q_1 - q_2 - 2q)^2$ (1 балл), где ёмкость конденсатора $C = \varepsilon_0\pi R^2/d$ (1 балл). Искомое тепло и равно $W = \frac{q(q_1 - q_2 - q)}{2C}$ = $q(q_1 - q_2 - q)d/2\pi\varepsilon_o R^2$ (2 балла). За достаточно большое время конденсатор разрядится и конечный заряд будет нулевым, при этом будет максимальное выделение тепла $W_{max} = \frac{(q_1 - q_2)^2}{8C}$ = $(q_1 - q_2)^2 d/8\pi\varepsilon_o R^2$ (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Установление распределения зарядов	$\pm\frac{1}{2}(q_1 - q_2)$; $\frac{1}{2}(q_1 + q_2)$ на полусфере	3
Конечные заряды «конденсатора»	$\pm\frac{1}{2}(q_1 + q_2 - 2q)$	1
Вывод о изменении поля лишь внутри зазора, нахождение убыли энергии и ёмкости	$W = \frac{1}{8C}(q_1 - q_2)^2 - \frac{1}{8C}(q_1 - q_2 - 2q)^2$; $C = \varepsilon_o\pi R^2/d$	2
Равенство тепла W и ответ	$W = q(q_1 - q_2 - q)d/2\pi\varepsilon_o R^2$	2
Нахождение тепла за большое время	$W_{max} = (q_1 - q_2)^2 d/8\pi\varepsilon_o R^2$	2

Задача не считается решённой, если приводится только ответ!

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике 17 февраля 2013
Решения и разбалловка 10 класс



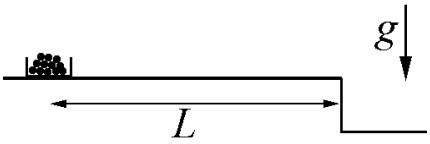
1.Однородный стержень массы m стоит по диагонали в вертикальном цилиндрическом стакане, внутри которого оказалась 1/4 длины стержня. При какой наименьшей массе стакана он не опрокинется?

Решение

Условие опрокидывания поворот относительно нижнего правого угла (2 балла).Рассмотрим равновесие моментов сил тяжести относительно него. Центр масс стакана находится на расстоянии R левее этой точки (2 балла), центр масс стержня – на расстоянии 2R правее ее (2 балла), (здесь R – радиус стакана). Имеем тогда MgR = 2mgR (3 балла).и M = 2m (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Условие опрокидывания		2
Нахождение плеч сил (центров масс)	Стакан R левее, стержень 2R правее	2+2
Уравнение моментов	MgR = 2mgR	3
Ответ	M = 2m	1



2. Ящик с массой песка M в нём стоит на горизонтальной поверхности с коэффициентом трения μ. Найдите минимальную затрату энергии, необходимую для перемещения песка в яму, находящуюся на расстоянии L. Песок можно перебрасывать лопатой сразу из исходного положения, или сначала передвинув ящик ближе к яме, толкая его горизонтально направленной силой. Ускорение силы тяжести g. Массой самого ящика и его размером по сравнению с L пренебречь.

Решение.

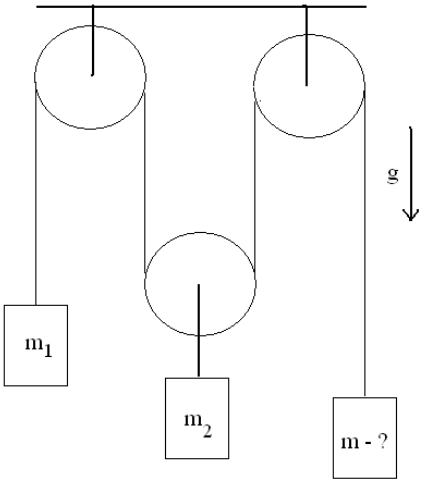
С любого расстояния выгоднее всего бросать песок под углом 45° к горизонтали. При начальной скорости V дальность полета равна V^2/g. Если бросать на исходное расстояние L, то затраты идут на кинетическую энергию, $MV^2/2 = MgL/2$. (3 балла).

Передвинем ящик на некоторое расстояние x к яме. Тогда затраты на переброс уменьшатся до величины $Mg(L - x)/2$, но потребуется еще работа μMgx на перемещение. Всего получим $Mg(L - x)/2 + \mu Mgx = MgL/2 + Mg\,x(\mu - 1/2)$. (3 балла).Видно, что при $\mu > 1/2$ затраты только увеличатся, а при обратном условии уменьшаются тем сильнее, чем больше x. (1 балл).

Вывод при $\mu > 1/2$ следует перебрасывать песок из исходного положения, $A_{min} = MgL/2$ (1 балл); при $\mu < 1/2$ следует толкать ящик до ямы, $A_{min} = \mu MgL$ (1 балл);. При $\mu = 1/2$ работа $A_{min} = MgL/2$ и не зависит от способа (т.е. выбора величины x) (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Выбор бросания под углом 45°, рассчёт затрат	$L = v^2/g$; $MV^2/2 = MgL/2$	3
Нахождение затрат при исходном сдвиге на x	$MV^2/2 = Mg(L - x)/2$; μMgx; *в сумме* $MgL/2 + Mg\,x(\mu - 1/2)$.	3
Анализ зависимости от x (рост, убывание)	$\mu > ½$ рост при росте x иначе убыль	1
Ответы в трёх случаях	$\mu > 1/2$ $A_{min} = MgL/2$; $\mu < 1/2$ $A_{min} = \mu MgL$; $\mu = 1/2$ $A_{min} = MgL/2$	3



3. В системе грузы с массами m_1, m_2 и m удерживают на нерастяжимых нитях, блоки невесомы, трения нет. При какой наименьшей массе m правого груза он станет опускаться, если все грузы отпустить?

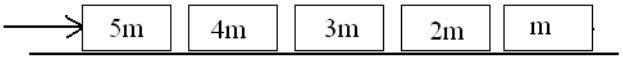
Решение

Граничный случай груз m неподвижен, тогда натяжение нити $T = mg$ (1). При неподвижном правом грузе из нерастяжимости нити получаем связь ускорений: $a_1 = 2a_2$ (2). Из 2-го закона Ньютона в применении к движущимся грузам имеем: $m_1a_1 = T - m_1g$; $m_2a_2 = m_2g - 2T$ (2 + 2). Исключая ускорения находим $T = 3m_1m_2g/(4m_1 + m_2)$ (2); $m = 3m_1m_2/(4m_1 + m_2)$ (1).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на граничный случай, связь T и m	$T = mg$	1
Нахождение связи ускорений	$a_1 = 2a_2$ или аналог	2
Использование 2-го закона Ньютона	$m_1a_1 = T - m_1g$; $m_2a_2 = m_2g - 2T$	2+2
Нахождение T	$T = 3m_1m_2g/(4m_1 + m_2)$	2
Ответ	$m = 3m_1m_2/(4m_1 + m_2)$	1

4. На столе в ряд стоят бруски с массами 4m, 3m, 2m и m. На них налетает брусок с массой 5m, имеющий кинетическую энергию E_o. Какую энергию приобретёт брусок m в результате упругих столкновений брусков? Трения нет.

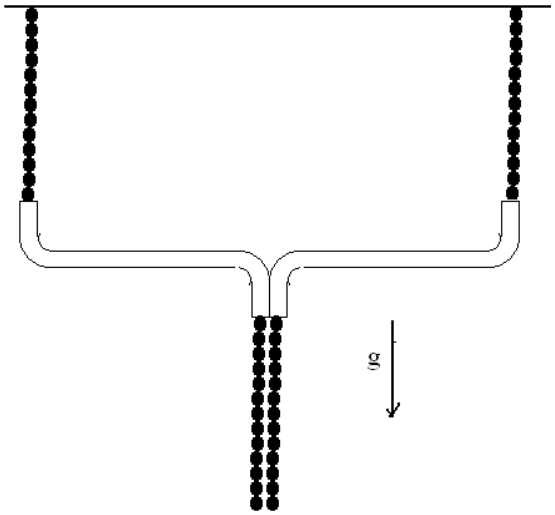


Решение

Из сохранения импульса и энергии получим общую формулу для скоростей после упругого столкновения налетающего со скоростью v бруска массы m_1 на покоящийся брусок массы m_2. У налетающего бруска скорость $w = (m_1 - m_2)v/(m_1 + m_2)$, у исходно покоящегося $u = 2m_1v/(m_1 + m_2)$. При указанных в условии массах будем последовательно применять эту формулу. Начнём со столкновения масс 5m и 4m, тогда $w = v/9$, а $u = (10/9)v$. В следующем столкновении масс 4m и 3m роль v играет u и скорость у переднего бруска станет $(8/7)(10/9)v$, скорость же бруска 4m будет больше, чем у бруска 5m, так что они не столкнутся, и вообще задние более массивные бруски не будут догонять передние после их следующего столкновения, так что достаточно находить лишь скорость переднего бруска. Скорости передних брусков последовательно нарастают, наибольшая скорость будет поэтому у последней массы m, она равна $V = (128/63)v$. $E/E_o = mV^2/5mv^2 = (128/63)^2/5 \cong 0{,}803$.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Получение общей формулы для скоростей после столкновения из сохраненя импульса и энергии	$w = (m_1 - m_2)v/(m_1 + m_2)$; $u = 2m_1v/(m_1 + m_2)$	3
Указание, что досточно находить скорость переднего бруска при данных массах		1
Последовательное нахождение скоростей до m	$V = (128/63)v$	4
Нахождение энергии m	$E/E_o = mV^2/5mv^2 = (128/63)^2/5$ и $E \cong 0{,}803\ E_o$.	1+1



5. Две одинаковых однородных цепочки из массивных шариков прикреплены концами к потолку и проходят через невесомые коленчатые трубки, скрепленные между собой. Входные и выходные колена трубок вертикальны, между ними длинные горизонтальные участки. С каким ускорением опускаются трубки? Трения и потерь энергии нет.

Решение

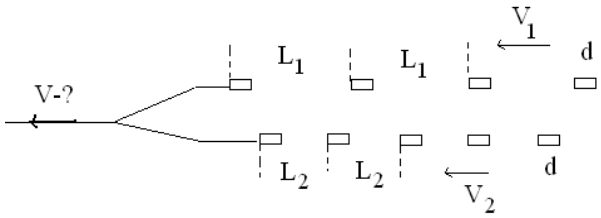
Пусть трубки опустились на высоту h. При этом в каждой трубке шарики имеют скорость v вниз и такую же по величине горизонтальную скорость. Из сохранения энергии $2m2v^2/2 = 2mgh$, где m – масса шариков внутри каждой трубки. Отсюда $v^2 = gh = 2Ah$, и ускорение $A = g/2$ ($h = At^2/2$ $v = At$).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Связь скоростей шариков и трубки	$v_x = v_y = v$	2
Применение сохранения энергии	$2m2v^2/2 = 2mgh$	4
Нахождение ускорения через связь скорости и перемещения	$v^2 = gh = 2Ah$	4

Задача не считается решённой, если приводится только ответ!

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике 17 февраля 2013
Решения и разбалловка 9 класс



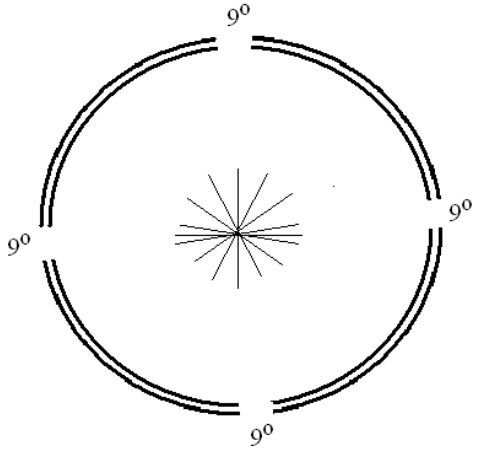
1. Автомобили длины d = 5 м движутся со скоростью v_1 = 90 км/час с интервалом L_1 = 30 м в первом ряду и со скоростью v_2 = 60 км/час и с интервалом L_2 = 10 м во втором (см. рис.). На некотором участке они перестраиваются в общий ряд. С какой наименьшей одинаковой для всех скоростью они могут двигаться в общем ряду?

Решение

За время t из первого ряда в общий перейдет V_1t/L_1, а из второго – V_2t/L_2 машин. Минимальная скорость в общем ряду при движении машин вплотную друг к другу. Тогда полная длина получившегося за время t общего ряда $L=\left(\frac{V_1t}{L_1}+\frac{V_2t}{L_2}\right)d$, формировался он время t и минимальная скорость общего ряда $V_{\min}=\frac{L}{t}=\left(\frac{V_1}{L_1}+\frac{V_2}{L_2}\right)d=\left(\frac{90}{30}+\frac{60}{10}\right)5=45$км/час.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Нахождение количества машин, перешедших из каждого ряда за время t	$N_1=V_1t/L_1$, $N_2=V_2t/L_2$	1+1
Указание условия минимальности скорости	«интервал» равен d	2
Нахождение длины сформировавшейся колонны за время t	$L=\left(\frac{V_1t}{L_1}+\frac{V_2t}{L_2}\right)d$	2
Получение формулы минимальной скорости	$V_{\min}=\frac{L}{t}=\left(\frac{V_1}{L_1}+\frac{V_2}{L_2}\right)d$	2
Получение численного выражения для V_{min}	V_{min}=45 км/час	2



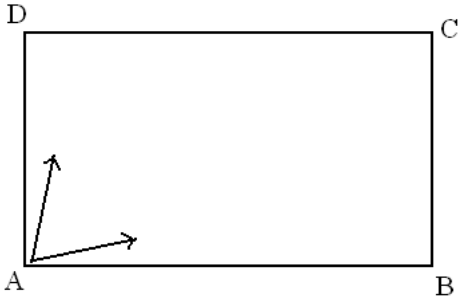
2. Чтобы создать мигающий световой сигнал, источник, испускающий свет во все стороны, помещают на общей оси двух непрозрачных цилиндров с четырьмя прорезями. Они расположены равномерно по окружности, а угол, под которым видны прорези от оси, φ = 9°. Внешний цилиндр вращают с постоянной скоростью. Определите области снаружи, из которых можно увидеть свет от источника. Какую долю времени свет от источника вообще не будет виден снаружи?

Решение

Внутренний цилиндр пропускает свет через прорези внутри углов в 9°. Вместе будет четыре угла по 9°. Свет проходит наружу промежуток времени от начала открытия щели до закрытия. Внешний цилиндр повернется при этом на 18°. Значит $t_{тьма}/t_{общ}$ = (90 – 18)/90 = 8/10.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание, что свет может быть только в областях, куда пропускает внутренний цилиндр		1
Нахождение суммарной области в 4 угла по 9°		2
Определение, что свет будет проходить, пока внешний цилиндр повернется на 18°		3
Получение формулы $t_{тьма}/t_{общ}$	$t_{тьма}/t_{общ}$ = (90 – 18)/90	2
Получение численного выражения для $t_{тьма}/t_{общ}$	$t_{тьма}/t_{общ}$ = 8/10	2



3. Из угла A прямоугольного биллиарда без луз запускают шары с одинаковой скоростью по всевозможным направлениям, но так, что они не скользят вдоль его бортов. Наименьшее время движения до угла C t_C = 30,0 мс, а до угла B t_B = 40,0 мс. Каково наименьшее время движения до угла D? Удары шаров о борта считать упругими.

Решение

По прямой до B расстояние меньше чем до C, но при таком движении шар трётся о борт AB. Попасть в угол B шар может лишь после одного или нескольких отскоков от бортов. Наименьшим будет время при одном отскоке от середины борта DC. По той же причине наименьшее время достижения D будет при одном отскоке от середины борта BC. Если стороны биллиарда равны L и H, то применяя теорему Пифагора для нахождения путей, получим: $(vt_C)^2 = L^2 + H^2$; $(vt_B)^2 = L^2 + 4H^2$; $(vt_D)^2 = 4L^2 + H^2$. Откуда $t_D^2 = 5t_C^2 - t_B^2 = 2900$ мс^2. Окончательно t_D = 53,8 мс.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание, что шар может попасть в угол после отскоков от бортов		1
Указание, что наименьшее время будет при одном отскоке		1
Выражение для времени t_C	$(vt_C)^2 = L^2 + H^2$	2
Выражение для времени t_B	$(vt_B)^2 = L^2 + 4H^2$	2
Выражение для времени t_D	$(vt_D)^2 = 4L^2 + H^2$	2
Выражение времени t_D через t_C и t_B и численного выражение для t_D	$t_D^2 = 5t_C^2 - t_B^2$; t_D = 53,8 мс	2

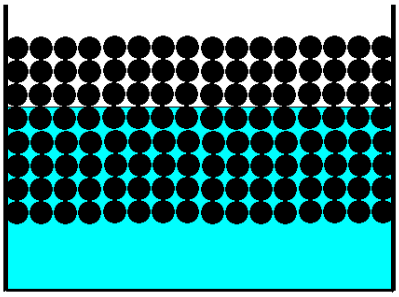
4. От остановки до остановки автобус движется время T, а стоит на остановках время τ. Он разгоняется с постоянным ускорением до скорости v и сразу с тем же ускорением тормозится до следующей остановки. При какой постоянной скорости u велосипедиста он сможет рано или поздно догнать автобус, где бы тот исходно не находился?

Решение

Достаточно, чтобы скорость велосипедиста превосходила среднюю скорость автобуса за большое время, а она равна средней скорости за период $T + \tau$, за один цикл разгона, торможения и стоянки. На участке разгона-торможения $v_{ср} = v/2$, тогда расстояние, пройденное от остановки до остановки, $L = vT/2$. А средняя скорость за цикл $v_{ср} = vT/2(T + \tau)$, то есть скорость велосипедиста $u > vT/2(T + \tau)$.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание, что средняя скорость велосипедиста должна быть больше средней скорости автобуса	$u > v_{ср}$	2
Указание на повторение циклов с периодом $T + \tau$		1
Нахождение средней скорости движения без учета стоянок на остановках	$v_{ср} = v/2$	2
Нахождение расстояния, пройденного при разгоне и торможении (между остановками)	$L = vT/2$	2
Нахождение средней скорости движения за цикл	$v_{ср} = vT/2(T + \tau)$	3



5. На воде в сосуде сечения S плавает восьмирядный слой шариков диаметра d. Пять нижних рядов полностью в воде, а три верхних в воздухе. Найдите плотность материала шариков ρ и суммарную массу воды в слое, если плотность воды ρ_o, а суммарная масса всех шариков m.

Решение

Рассмотрим равновесие вертикального столбика шариков. Если объём одного шарика V, то согласно закону Архимеда масса вытесненной столбиком воды $5\rho_o V$ равна массе столбика $8\rho V$ и тогда $\rho = 5\rho_o/8$. Избыточное давление на границе слоя $\rho_o gh = 5\rho_o gd$ уравновешивает вес шариков и воды в порах, тогда: $m + m_в = 5\rho_o dS$, откуда $m_в = 5\rho_o dS - m$. Возможны другие решения с нахождением суммарного объёма пор и т. д. Если допустить, что в горизонтальной плоскости центры шариков образуют квадратную решётку, когда шар вписан в куб, то можно найти массу воды через массу шариков без d и S. Но в условии не указано, как расположены шары в плоскости. Поэтому максимум за такое решение 9 баллов.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Применение закона Архимеда для нахождения ρ	$5\rho_o V = 8\rho V$; $\rho = 5\rho_o/8$	3+1
Рассчёт суммарной массы воды $m_в$ в слое (идея)		4
Выражение для $m_в$	$m_в = 5\rho_o dS - m$	2

Задача не считается решённой, если приводится только ответ!

Заключительный тур Всесибирской олимпиады
Физика, 7,8 классы.
17 февраля 2013 г
Решения с возможной разбалловкой
7 класс

1) Готовясь к соревнованиям, Вася тренируется, бегая по периметру двора размером 22м×26м, его лучшее время T_1=24 сек на один оборот. Петя бегает по прямоугольному двору размером 18м×22м, его лучший результат T_2=16 сек на оборот. Соревноваться им предстоит на стадионе длиной L=400м. Кто из спортсменов первым пробежит 5 кругов на таком стадионе, и на сколько секунд он обгонит своего соперника, если считать, что школьники всегда бегут с постоянными скоростями?

Решение: Скорость Васи составляет 96/24=4 м/с (+2 балл), Пети – 80/16=5 м/с (+2). Первым должен прибежать Петя, он пробежит 5 кругов за 400 секунд (+2), а Вася – за 500 сек (+2), что на 100 сек дольше (+2).

2) В детском летнем лагере в одной большой комнате живут 25 школьников разного возраста. На 15 кроватях справа спят первоклассники, а слева спят 10 второклассников. В «тихий час» они начинают активно бросать друг в друга подушки. Максимальный темп бросания подушек, который могут обеспечить первоклассники (все вместе), равен N_1=15 подушек/минуту, а физически более крепкие второклассники могут в сумме бросать до N_2=35 подушек/минуту. Через некоторое время после начала «тихого часа» вожатый, заподозрив неладное, подошел к двери в спальню и посмотрел в замочную скважину. Сколько перелетевших через комнату подушек он может насчитать за две минуты наблюдения, если по условиям «сражения» школьникам по комнате бегать нельзя?

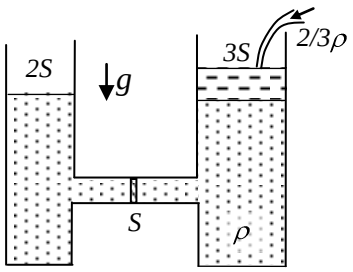
Решение: Уже через полминуты у второклассников не останется подушек, кроме тех, которые бросили в них первоклассники (+4). Поэтому скорость бросания подушками второклассниками будет равна скорости бросания первоклассниками, т.е. 15 п/мин (+2). За две минуты через комнату пролетят (в обе стороны) 2·2·15=60 подушек. Если приводится решение для частного случая, когда вожатый начал наблюдение ровно в момент начала «сражения», то ставится 6 баллов.

3) Имеется два исправных динамометра, пружины которых имеют вдвое различающиеся коэффициенты жесткости. Школьники закрепили динамометры на лабораторном столе и привязали к их концам нерастяжимые нити. Один школьник натянул нити так, что динамометр с более жесткой пружиной стал показывать 3.5 Н, а другой динамометр - 5 Н. Другой школьник, удерживая нити натянутыми, связал их концы (см. рисунок). Какие показания будут у динамометров, если школьники отпустят нити? Трением пренебречь.

Решение: Динамометры в конечном итоге должны показывать одно и то же значение силы (+1 б). Так как концы нитей связаны, то изменения длин пружин, после того как нити освободятся, будут одинаковы по величине (+2). Из условия следует, что пружина с меньшей жесткостью сожмется, а длина другой пружины увеличится (+1). Соотношение между величинами изменений показаний будет равно отношению коэффициентов жесткости, т.е. 2:1, т.е. составят +1 Н у жесткой пружины и (-0.5 Н) у мягкой (+3). Отсюда следует, что показания динамометров составят 4.5 Н у каждого (+3).

Другой вариант решения: сумма деформаций пружин остается постоянной (+2), т.е. 3.5/2k+5/k=F/2k+F/k, где F – искомое значение показаний динамометров, т.е. сила, которая растягивает пружины (+6). Отсюда F=4.5 Н (+2).

4) Имеются сообщающиеся сосуды в форме цилиндров, наполненные жидкостью с плотностью ρ. Площади сечения сосудов равны 2S и 3S. Сосуды соединены трубкой сечения S, которая перекрыта подвижным поршнем. В сосуд с большим сечением начинают тонкой струйкой подливать дополнительную жидкость с плотностью 2/3·ρ. За время T объем долитой жидкости составил V. С какой средней скоростью при этом двигался поршень, если считать, что он всегда оставался в соединительной трубке? Трения нет, жидкости не смешиваются.



Решение: жидкость перераспределяется между сосудами так, чтобы давление в однородной жидкости на одном уровне было одним и тем же (+1 балл), при этом объем более плотной жидкости остается постоянным (+1). Обозначим за H смещение уровня жидкости в левом сосуде (с меньшим сечением). Тогда в правом сосуде уровень более плотной жидкости опустился на 2/3H (связь уровней +1 балл). Из условия равенства давления на одном уровне в плотной жидкости следует, что $5Hg\rho/3=(2/3\cdot\rho)gV/(3S)$ (+1), т.е. $H=2/15\cdot V/S$ (+1). Поршень в трубке переместится на расстояние, вдвое большее подъема уровней, так как сечения различны (+1), т.е. на $2H=4/15\cdot V/S$ (+2). Его средняя скорость будет равна $2H/T=4V/(15TS)$ (+2).

Более простой вариант решения: Изменение уровней жидкости будет таким же, если бы залили $2/3\cdot V$ жидкости с плотностью ρ (+2 балла). Залитая жидкость перераспределится по сосудам в отношении 2:3 (+3), т.е. в другой сосуд по трубке за время T перетечет $2/5\cdot 2/3\cdot V$ (+2). Искомая скорость движения поршня $4/15\cdot V/(TS)$ (+3).

8 класс

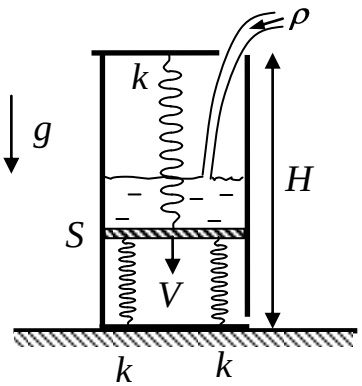
1) В детском летнем лагере в одной большой комнате живут 25 школьников разного возраста. На 15 кроватях справа спят первоклассники, а слева спят 10 второклассников. В «тихий час» они начинают активно бросать друг в друга подушки. Максимальный темп бросания подушек, который могут обеспечить первоклассники (все вместе), равен N_1=15 подушек/минуту, а физически более крепкие второклассники могут в сумме бросать до N_2=35 подушек/минуту. Через некоторое время после начала «тихого часа» вожатый, заподозрив неладное, подошел к двери в спальню и посмотрел в замочную скважину. Сколько перелетевших через комнату подушек он может насчитать за две минуты наблюдения, если по условиям «сражения» школьникам по комнате бегать нельзя?

Решение: Уже через полминуты у второклассников не останется подушек, кроме тех, которые бросили в них первоклассники (+4). Поэтому скорость бросания подушками второклассниками будет равна скорости бросания первоклассниками, т.е. 15 п/мин (+2). За две минуты через комнату пролетят (в обе стороны) 2·2·15=60 подушек. Если приводится решение для частного случая, когда вожатый начал наблюдение ровно в момент начала «сражения», то ставится 6 баллов.

2) В результате аварии на нефтепроводе в море образовалось круглое нефтяное пятно. Когда туда прибыл специальный танкер-уборщик для откачки нефти, пятно имело радиус R=1 км, и край пятна двигался со скоростью u=12 см/минуту. Танкер идет по периметру пятна и «засасывает» нефть на полосе шириной L=10 м. С какой минимальной скоростью V должен двигаться танкер-уборщик, чтобы локализовать пятно, т.е. не дать ему расти до больших размеров? Считать, что толщина пятна и объем утекающей в единицу времени нефти постоянны.

Решение: Чтобы пятно перестало далее увеличиваться в размерах, за время обхода танкером всего пятна по периметру край пятна должен сдвинуться не более, чем на ширину очищаемой полосы (+2): $u\cdot(2\pi R/V)<L$ (+4), т.е. $V> u\cdot 2\pi R/L\approx 1.26$ м/с$\approx$4.5 км/час (+4).

3) В цилиндрический стакан площадью сечения ***S*** и высотой ***H*** вставлен подвижный поршень. Вначале поршень удерживается тремя пружинами в равновесии на половине высоты стакана. Коэффициенты жесткости каждой из пружин равны ***k***, они прикреплены сверху и снизу, как показано на рисунке. В стакан начали наливать жидкость плотности жидкости ρ, после чего поршень стал опускаться с постоянной скоростью ***V***. Найти по этим данным время ***T***, через которое жидкость начнет выливаться из стакана. Считать, что под поршнем давление воздуха не меняется, собственным объемом пружин и поршня пренебречь.



Решение:

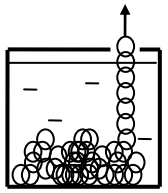
За время ***t*** после начала заливания жидкости сила упругости пружины, действующая на поршень, увеличится на ***3kVt*** (+1 балл), т.е. на столько же увеличится вес жидкости (+1). Вес залитой жидкости связан со скоростью подъема верхнего уровня ***u***, $\rho gS(u+V)t=3kVt$, т.е. $u=V\cdot(3k/\rho gS-1)$ (+2). Если ***u*** отрицательна, то верхний уровень понижается, пока поршень не достиг дна.

Жидкость начнет выливаться, когда ее верхний уровень достигнет верха стакана. Если $u\geq V$ (т.е. $3k\geq 2\rho gS$), то жидкость начнет выливаться в момент $T=H/2u=\rho gH/(2V\cdot(3k-\rho gS))$ (+2).

При $3k<2\rho gS$ сначала поршень достигнет дна, двигаясь со скоростью ***V***. Верхний уровень к этому моменту переместится на $(3k/\rho gS-1)\cdot H/2$ и будет от края стакана на $H\cdot(1-$

3k/2ρgS) (+1). После этого верхний уровень станет подниматься со скоростью ***u+V***. Полное время в этом случае составит ***T=H/2V+ H·(1-3k/2ρgS)/(u+V)=H/(u+V)=ρgSH/3kV*** (+3).

4) Имеется бак, заполненный горячей жидкостью с температурой T_0=90 ^oC. Для того, чтобы быстро понизить температуру до T_1=55 ^oC, в бак дополнительно опускают однородную цепь, которая лежала снаружи бака. Длина цепи L=12 м. Температура понизилась, но до T_2=60 ^oC. Тогда решили вытащить часть цепи из бака, подождать, пока она остынет до комнатной температуры и опустить обратно. Какую длину должна иметь эта часть? Считать, что теплообмена между соседними звеньями цепи не происходит. Комнатная температура равна $T_к$=20 ^oC, теплообменом бака с окружающей средой пренебречь.



Решение: Запишем уравнение теплового баланса для системы (жидкость + цепь) для первого погружения цепи

$$T_0C_L+T_KC_C=T_2\cdot(C_L+C_C) \qquad (+2 \text{ балла})$$

В этом уравнении C_L – теплоемкость жидкости, равная произведению удельной теплоемкости на массу жидкости, C_C теплоемкость цепи. Отсюда находим отношение $C_L/C_C=(T_2-T_K)/(T_0-T_2)=4/3$ (+1 балл).

У части цепи длиной X теплоемкость равна $C_C\cdot X/L$ (+2).

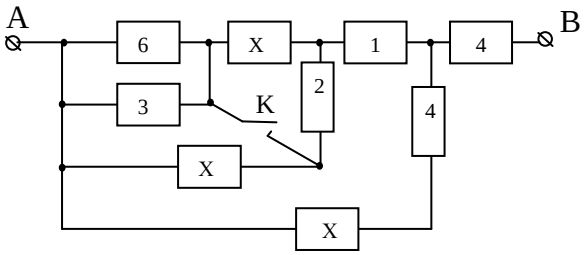
При охлаждении этой части от T_2 до T_K в окружающую среду будет передано $C_C\cdot X\cdot(T_2-T_K)/L$ (+1 балл)

Уравнение теплового баланса при втором погружении (один из вариантов) имеет вид

$$T_2\cdot(C_L+C_C)=T_1\cdot(C_L+C_C)+C_C\cdot X\cdot(T_2-T_K)/L \quad (+2)$$

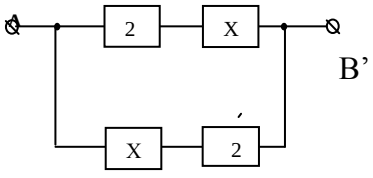
Таким образом, $X=L\cdot(T_2-T_1)\cdot(C_L+C_C)/(C_C\cdot(T_2-T_K))=35L/120=3.5$ м. (+2)

5) Имеется схема, состоящая из резисторов и ключа К. Известные значения сопротивлений резисторов указаны на схеме. Знаком X указаны три одинаковых сопротивления. Найти сопротивление между точками A и B, если известно, что оно не зависит от того, замкнут ключ К или нет.

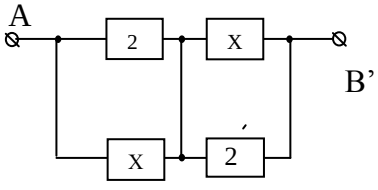


Решение: Заметим, что параллельно соединенные резисторы 3 и 6 Ом могут быть заменены одним резистором с сопротивлением 2 Ом (+2 балла).

Выделим участок цепи, в которую входит ключ (см. рисунок). По условию задачи, сопротивление этого участка не зависит от замыкания ключа, т.е. равны сопротивления между выводами AB’ двух показанных на рисунке схем (+2)



$$2\frac{2X}{2+X}=\frac{(2+X)}{2}$$ (за уравнение +2 балла), т.е. $(X-2)^2=0$ или X=2 Ом (+1).



Таким образом, полное сопротивление цепи составляет 6 Ом (+3). Если значение X=2 выбрано без обоснования, за правильный ответ ставится 8 баллов.