Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
14 марта 2021 г.
Задачи 8 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. На фабрику из карьера непрерывно возят руду 24 одинаковых машины. Каждая машина везёт руду по сравнительно длинной дороге, разгружается на фабрике и сразу едет по той же дороге обратно к карьеру, чтобы встать там в очередь на погрузку. Сколько машин находится одновременно в карьере, если за время движения до фабрики и обратно машина на дороге встречает 18 других машин? Считать, что для каждой машины 1-я и 18-я встречи происходят при пересечении границы "карьер-дорога". Временем разгрузки машин на фабрике пренебречь.

Возможное решение

Введем обозначения, которые будут использованы при записи соотношений, связывающих разные величины из задачи. Пусть N_X - искомое число машин в карьере, $N_0=24$ - полное число машин, T - время движения машины от карьера до фабрики и обратно.

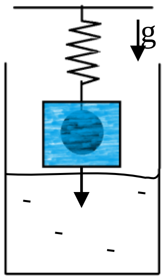
Сначала заметим, что по условию задачи все машины находятся в одинаковых условиях: для каждой машины все выглядит одинаково и поэтому в среднем число машин в карьере (N_X), как и число машин по дороге на фабрику или обратно ($N_0–N_X$) все время остается постоянным.

На дороге одновременно находится столько машин, сколько выехало в рейс за T, так как одна из них заезжает в карьер в самом конце своего рейса в момент выезда очередной машины, для которой движение по дороге только начинается (+2 балла за установление такой связи). Все остальные находятся в карьере.

Определим, сколько всего других машин встретит конкретная машина за время движения от карьера и обратно, т.е. за T. Каждая машина встретит все машины, которые выехали *раньше нее* на T (первый раз она встречается с другой, заканчивающей свой рейс, машиной в момент выезда из карьера) и все машины, которые выедут *после нее* на T (последнюю машину она встретит в момент подъезда к карьеру, т.е. как раз через T после своего выезда в рейс с грузом) (+3 балла за установление такой связи). Причем машины, которые выехали раньше нее, рассматриваемая машина встретит по дороге от карьера до фабрики, а потом еще столько же на обратном пути. Это соотношение не зависит от того, одинакова ли скорость машины туда и обратно, а определяется лишь периодичностью выезда машин из карьера.

Таким образом, каждая машина встречает за время рейса в *два* раза больше машин, чем находится на дороге в конкретный момент (+2 балла). Значит, на дороге находится 9 машин, а в карьере - 15 машин (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

2. Медный шарик полностью вморожен в лед и подвешен на пружинке (см. рис. справа). Конструкцию стали опускать вниз и весь кусок льда вместе с шариком полностью опустили в воду. При этом пружина уменьшила свою длину на H_1= 8 см. После того как лёд растаял, длина пружины снова изменилась – на H_2=0.5 см. Найти *отношение* объемов шарика и льда, в который был вморожен шарик (плотность воды – 1000 кг/м^3, льда – 900 кг/м^3). Собственным объемом пружинки пренебречь.



Возможное решение

Введем обозначения: $V_Л$, $V_Ш$ - объемы льда и шарика; $\rho_В$, $\rho_Л$, $\rho_Ш$ - плотности воды, льда и шарика, соответственно; H_0 - величина растяжения пружинки до того, как тело со льдом было опущено в воду; k - коэффициент жесткости пружинки (многие из этих величин неизвестны, но в конечном ответе они не понадобятся).

До того, как висящий на пружинке шарик со льдом погрузили в воду, деформация (растяжение) пружинки связана с другими параметрами следующим образом:

$\rho_Л \cdot V_Л \cdot g + \rho_Ш \cdot V_Ш \cdot g = kH_0$ (+1 балл)

После погружения, но до того, как лед стал заметно таять, условие равновесия системы имеет вид:

$\rho_Л \cdot V_Л \cdot g + \rho_Ш \cdot V_Ш \cdot g - \rho_Ж \cdot (V_Ш + V_Л) \cdot g = k(H_0 - H_1)$ (+2 балла)

Здесь учтено, что появление выталкивающей силы *уменьшает* растяжение пружины.

После того, как лед полностью растаял, условие равновесия снова изменится:

$\rho_Ш \cdot V_Ш \cdot g - \rho_Ж \cdot V_Ш \cdot g = k(H_0 - H_1 + H_2)$ (+3 балла)

Здесь учтено, что деформация пружины увеличилась по сравнению с предыдущей ситуацией, поскольку лед имеет плотность меньшую, чем вода, т.е. служил для шарика "поплавком".

Вычитая из второго уравнений первое, исключаем таким образом неизвестную величину начальной деформации.

$\rho_Ж \cdot (V_Ш + V_Л) \cdot g = kH_1$

А вычитая из третьего уравнения второе, исключаем объем шарика и получаем:

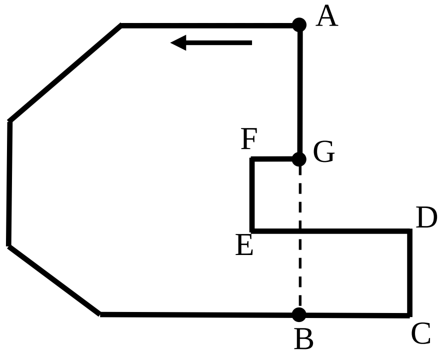
$(\rho_Ж - \rho_Л) \cdot V_Л \cdot g = kH_2$

Учитывая, что плотности льда и воды известны, делим полученные уравнения друг на друга и получаем

$\frac{V_Ш}{V_Л} = \frac{\rho_Ж - \rho_Л}{\rho_Ж} \cdot \frac{H_1}{H_2} - 1$ (+2 балла за аналитическое соотношение, позволяющее получить искомое отношение).

Подставляя численные значения, получаем $\frac{V_Ш}{V_Л} = 0.6$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

3. Двое туристов решили пройтись по городу по маршруту, начиная с т. А в сторону, указанную стрелкой, и заканчивая т. В. После этого каждый из них планировал вернуться в исходную т. А по прямой (см. рис.). Туристы вместе прошли пешком до т. ***B***, где один из туристов пропустил поворот и повернул налево только в т. ***C*** (см. рисунок). Через некоторое время (в точке ***D***) он понял, что заблудился, и, повернув налево, *побежал* в направлении улицы, ведущей от т. ***B*** к т. ***A***. В точке ***E*** он повернул направо и *пошел* пешком. В т. ***F*** турист понял, что снова идет не там, повернул направо и дошел до нужной улицы в т. ***G***. Оставшуюся часть маршрута турист *пробежал* и добрался до т. ***A*** одновременно со вторым туристом, который все время шел с постоянной скоростью. Насколько короче по длине вышла прогулка для этого второго туриста, если первому за всю прогулку пришлось пробежать ***L***=800 метров? Считать, что турист бежит в 4 раза быстрее, чем идет, а все повороты после т. ***B*** происходили под прямым углом.



Возможное решение

Введем обозначения: **V** - скорость ходьбы туристов, **X** - искомая разница в длине прогулки туристов.

Как следует из рисунка в условии X=(BC+DE+FG)+(CD+FE+GA)-BA=2·DE (+ 1 балл)

Здесь слагаемые - длины отдельных отрезков, концы которых обозначены соответствующими символами. В этих обозначениях ***L***=DE+GA.

Поскольку до точки B туристы шли вместе, а в т. A они также попали одновременно, то для времен их движения между этими точками получаем

BA/V= (BC+CD+EF+FG)/V+(DE+GA)/4V (+3 балла за это или эквивалентное уравнение)

Здесь учтено, что скорость бега в 4 раза выше, чем скорость ходьбы.

Поскольку повороты всегда происходили под прямым углом, то верно следующее:

BA=CD+EF+GA и DE= BC + FG

Поэтому предыдущее уравнение можно упростить:

BA/V= (CD+EF+GA)/V+(DE+GA)/4V + BC/V +FG/V-GA/V,

Т.е. (DE+GA)/4V + BC/V +FG/V-GA/V=0 или, умножая на 4V, получаем

DE + 4·BC +4·FG=3·GA, т.е.

5·DE=3·GA (+2 балла за это или эквивалентное соотношение, которое позволяет приблизиться к ответу).

Так как ***L***=DE+GA=800 м, то DE=3***L***/8=300 м (+2 балла)

Поскольку X=2·DE , то искомая разница в длине прогулки составила X=600 м (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

4. В цехе изготавливают маленькие шарики. На одном из этапов шарики надо охлаждать в специальной жидкости, которая налита в две одинаковые бочки до половины их объема. Рабочий высыпал треть горячих шариков в одну бочку, а оставшиеся – в другую. Из-за этого температура жидкости в первой бочке установилась на значении T_1=80ºC, а в другой - на значении T_2=120ºC. Бригадир поручил рабочему все шарики из первой бочки аккуратно переложить во вторую, в результате чего во второй бочке установилась температура T_3= 115ºC. Какова была температура шариков перед охлаждением? Считать, что теплообмен происходит только между шариками и жидкостью, количество жидкости в бочке не меняется, а исходная температура жидкости в обеих бочках одинакова.

Возможное решение

Введем обозначения для записи уравнений теплового баланса: M и $C_Ж$, m и $C_Ш$ массы и удельные теплоемкости жидкости (в одной бочке) и шариков (всех), соответственно. T_0 - начальная температура жидкости, $T_Ш$ - искомая температура шариков до засыпания в жидкость.

Уравнение, описывающее теплообмен между шариками и водой (тепловой баланс) для первой бочки, имеет вид:

$M \cdot C_Ж \cdot (T_1 - T_0) = \frac{m}{3} \cdot C_Ш \cdot (T_Ш - T_1)$ (+1 балл).

Для второй бочки после того, как туда было засыпано две трети от всех шариков, аналогично записываем такое уравнение:

$M \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_0) = \frac{2m}{3} \cdot C_Ш (T_Ш - T_2)$ (+1 балл)

Уравнение теплового баланса можно записать и для системы, включающей обе бочки и шарики, после того, как все шарики были засыпаны во вторую бочку:

$M \cdot C_Ж \cdot (T_1 - T_0) + M \cdot C_Ж \cdot (T_3 - T_0) = m \cdot C_Ш \cdot (T_Ш - T_3)$ (+2 балла)

Здесь учтено, что в конечном итоге в первой бочке осталось исходное количество жидкости с температурой T_1.

Для упрощения выкладок заметим, что решение этой системы уравнений зависит только от отношения теплоемкостей всех шариков и жидкости $Y = \frac{m \cdot C_Ш}{M \cdot C_Ж}$, т.е. все эти уравнения можно переписать (разделив обе части на $M \cdot C_Ж$ и перегруппировав) так:

$$T_0 + Y\frac{1}{3} \cdot T_Ш = (1 + \frac{1}{3} \cdot Y) \cdot T_1$$

$$T_0 + Y\frac{2}{3} \cdot T_Ш = (1 + \frac{2}{3} \cdot Y) \cdot T_2$$

$$2T_0 + Y \cdot T_Ш = T_1 + (1 + Y) \cdot T_3$$

Сложив первые два уравнения, получим

$$2T_0 + Y \cdot T_Ш = T_1 + (1 + Y) \cdot T_3$$

Сопоставляя полученное уравнение с третьим, получаем

$$T_1 + T_2 + T_1\frac{Y}{3} + T_2\frac{2Y}{3} = T_1 + (1 + Y) \cdot T_3$$

Проводя дальнейшие преобразования, получаем отношение теплоемкостей

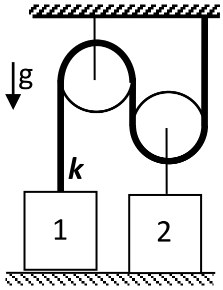
$Y = \dfrac{3 \cdot (T_2 - T_3)}{3T_3 - 2T_2 - T_1} = \dfrac{3}{5}$ (+2 балла за определение каких-либо промежуточных величин, которые позволяют получить ответ на вопрос задачи)

Теперь запишем разность второго и первого уравнений теплового баланса, чтобы исключить T_0:

$T_Ш = 2T_2 - T_1 + \dfrac{3 \cdot (T_2 - T_1)}{Y} = \left[\dfrac{T_3 \cdot (T_2 - T_1) - T_1 \cdot (T_3 - T_1)}{T_2 - T_3} \right] = 7 \cdot T_2 - 6 \cdot T_1 = 360\ ^OC$ (+2 балла за выражение связи между искомой величиной и данными задачи и +2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

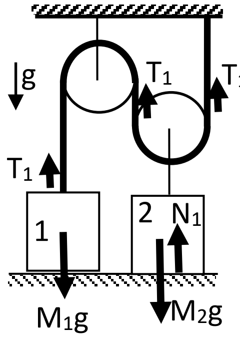
Для справки: в условиях задачи $T_0=24^OC$. Отметим, что возможно такое преобразование системы исходных уравнений, что промежуточных величин вычислять не приходится. При корректном получении ответа баллы за это не снимаются.

5. Школьник изучает условия равновесия в системе блоков. Кроме двух невесомых блоков у него есть два груза с неизвестными массами и невесомый резиновый шнур, который он использует вместо обычной нити (на рисунке шнур показан толстой линией). В первом опыте груз №2 стоял на столе (на рисунке - справа). При этом груз №1 (на рисунке - слева) был очень близко к столу, но не касался его. Затем школьник поменял грузы местами. В этом втором опыте зазор между грузом №1 и столом в равновесии составил ***H***. *На какую величину изменилась* сила давления груза №2 на стол во втором опыте по сравнению с первым опытом, если жесткость резинового шнура равна ***k***?



Возможное решение

Сначала найдем соотношения между силами, действующими на тела в первом опыте. Поскольку в этом опыте груз №1 не касался стола, то натяжение шнура было равно $T_1=M_1g$. Следовательно, со стороны подвижного блока на груз №2 действовала сила $\mathbf{2T_1=2M_1g}$, направленная вверх (+1 балл).



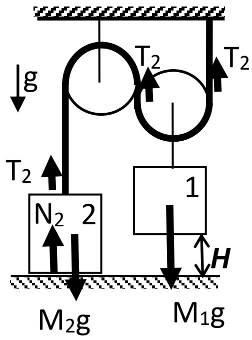
Груз №2 находится в равновесии, поэтому выполняется условие $\mathbf{2T_1+N_1=M_2g}$ (+1балл). Здесь $\mathbf{N_1}$ - величина силы давления груза №2 на стол, изменение которой надо найти. Заметим, что направления сил $\mathbf{T_1}$ и силы давления груза №2 на стол различны. Указанное уравнение верно потому, что сила $\mathbf{N_1}$ равна по величине силе, действующей на стол со стороны груза №2, но обратна ей по направлению.

Во втором опыте, в условиях равновесия, выполняются следующие условия:

$\mathbf{2T_2=M_1g}$ (+1балл);

$\mathbf{T_2+N_2=M_2g}$ (+1балл);

$\mathbf{T_1=T_2+2kH}$ (+3 балла).



Здесь $\mathbf{T_2}$ и $\mathbf{N_2}$ - натяжение шнура и величина силы давления груза №2 на стол во втором опыте, соответственно. Последнее уравнение возникает вследствие того, что длина шнура уменьшилась на **2H**, т.е. сила упругости шнура, которая и есть его сила натяжения, уменьшилась на **2kH**. Заметим, что на рисунке показана сила давления стола на груз №2, которая равна $\mathbf{N_2}$ по величине.

Преобразуя записанные уравнения, получаем, что $\mathbf{T_1=4kH}$ и $\mathbf{T_2=2kH}$.

В задаче требуется найти разность сил давления груза №2 на опору:

$(\mathbf{N_2-N_1})=(\mathbf{M_2g-T_2})-(\mathbf{M_2g-2T_1}) = \mathbf{6 \cdot k \cdot H}$

(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Возможно и более компактное решение, в котором используется тот факт, что в условиях задачи сила давления груза №1 на стол равна 0, а сумма сил, действующих на оба груза со стороны стола и потолка, всегда одна и та же (обозначения имеют стандартный смысл) : $N_{1,2}+3T_{1,2}=(M_1+M_2)g$.

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Желаем успеха!