

Рекомендации для жюри

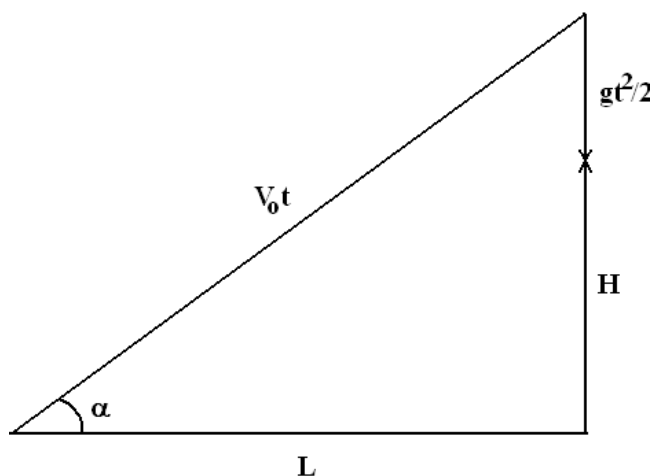
Каждая задача оценивается из 10 баллов. Участники олимпиады могут предложить полные и верные решения задач, отличные от приведённых ниже. За это они должны получить полный балл. Частичное решение или решение с ошибками оценивается, ориентируясь на этапы решения, приведённые в разбалловке. При этом верные выводы из ошибочных допущений не добавляют баллов. Если какой-то этап решения не полный, или частично правильный, то он оценивается частью баллов за этап. Если в решении участника олимпиады предложенные этапы объединены как один, то оценка проводится из суммарного балла. Наличие ответа без решения не оценивается. В решении в скобках могут быть указаны баллы, они повторяются в таблице разбалловки.

11 класс

Решения и разбалловка

1. Наибольшая высота

С расстояния L в стену бросают камень с начальной скоростью v_0 . Под каким углом его нужно бросить, чтобы высота точки удара о стену была наибольшей? Чему равна эта высота? Ускорение свободного падения g .



Решение

При бросании под углом α к горизонтали из картины перемещения имеем: $(v_0 t)^2 = L^2(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$ откуда

$$t^2 = L^2(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)/v_0^2 \quad (1 \text{ балл}).$$

Так как $H = L \operatorname{tg} \alpha - gt^2/2$ (1 балл), то $H = L \operatorname{tg} \alpha - (gL^2/2v_0^2)(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$ (2 балла). Зависимость высоты попадания в стену от тангенса угла возвышения квадратичная. Стандартное исследование на максимум (2 балла) даёт искомый $\operatorname{tg} \alpha =$

v_0^2/gL (2 балла). Тогда $H_{\max} = v_0^2/2g - gL^2/2v_0^2$ (2 балла).

Другой вариант

Уравнения движения для камня:

- (1) $x = V_0 \cos \alpha t$
- (2) $y = V_0 \sin \alpha t - g t^2 / 2$
- (3) В момент удара о стену $x = L$ и $y = H$. Подставляя в (1) и (2), получаем:
- (4) $L = V_0 \cos \alpha t$
- (5) $H = V_0 \sin \alpha t - g t^2 / 2$
- (6) Из (4) находим, что камень попал в стену через время $t = L / (V_0 \cos \alpha)$.

Подставляя в (5), получаем выражение для Н:

$$(7) \quad H = L \operatorname{tg} \alpha - g L^2 / (2 V_0^2 \operatorname{Cos}^2 \alpha) \quad (3 \text{ балла})$$

Заменяя $1 / \operatorname{Cos}^2 \alpha = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$ (1 балл) и выделяя полный квадрат:

$$(8) \quad H = V_0^2 / (2 g) - g L^2 / (2 V_0^2) - g L^2 (\operatorname{tg} \alpha - V_0^2 / (g L))^2 / (2 V_0^2)$$

Исследование на максимум (2 балла). Максимум Н достигается при

$$(9) \quad \operatorname{tg} \alpha = V_0^2 / (g L) \quad (2 \text{ балла})$$

$$(10) \quad \text{и равен } H_{\max} = V_0^2 / (2 g) - g L^2 / (2 V_0^2) \quad (2 \text{ балла}).$$

Те же значения можно получить, продифференцировав выражение (7) по α и найдя, в какой точке производная будет равна 0.

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Установление картины перемещений и зависимости высоты от угла возвышения		4
Исследование на максимум		2
Нахождение $\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha = v_0^2 / gL$	2
Нахождение $H_{\max}$	$H_{\max} = v_0^2 / 2g - gL^2 / 2v_0^2$	2

2. Башня

Открытую трёхлитровую банку очень медленно поднимают по лестнице башни. Оказалось, что воздух в неё не входит и из неё не выходит. Насколько температура воздуха в башне на высоте $h = 100$ м меньше, чем в начале лестницы? Масса моля воздуха $\mu \cong 29$ г.

Решение

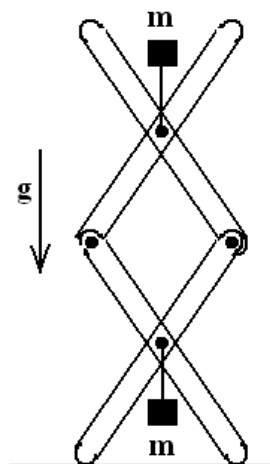
При медленном подъёме давление и температура воздуха в банке сравниваются с давлением и температурой окружающего воздуха (2 балла). Поскольку масса воздуха в банке неизменна, то неизменна и плотность воздуха ρ , а она при равенстве температур и давлений равна плотности окружающего воздуха (1+1=2 балла). Тогда на высоте h давление $P = P_0 - \rho gh$ (1 балл). Из уравнения состояния находим $P = \rho RT / \mu$, откуда $T = \mu P / \rho R$ (2 балла). Тогда после подстановок $T = \mu P_0 / \rho R - \mu gh / R = T_0 - \mu gh / R$ (2 балла). И окончательно $T_0 - T = \mu gh / R \cong 3,4^\circ \text{C}$ (1 балл за число!).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Равенство давлений и температуры воздуха в банке и башне		2
Постоянство плотности воздуха в башне		2
Зависимость давления от высоты	$P = P_0 - \rho gh$	1
Связь Т Р из уравнения состояния	$T = \mu P / \rho R$	2
Зависимость температуры от высоты	$T = \mu P_0 / \rho R - \mu gh / R = T_0 - \mu gh / R$	2
Числовой ответ (нет числа нет балла)	$T_0 - T = \mu gh / R \cong 3,4^\circ \text{C}$	1

3. Шарнирная система

Четыре одинаковых лёгких стержня соединены шарнирно, как показано на рисунке. К нижней оси привязан на нити груз массы m . Второй груз массы m привязан к верхней оси и исходно удерживается. Система стоит на горизонтальном полу. Верхний груз отпускают. Найдите ускорения грузов. Трения нет, ускорение свободного падения g .



Решение

Перемещение нижней оси это уменьшение половины диагонали ромба (1 балл). Тогда перемещение верхней оси в 3 раза больше. Отсюда связь перемещений $H = 3h$, скоростей $V = 3v$ и ускорений $A = 3a$ (2 балла). Из сохранения энергии: $mg(h + H) = mv^2/2 + mV^2/2$ (2 балла). Предполагая движения равноускоренным, имеем $(gat^2/2)(1 + 3) = [(at)^2/2](1 + 9)$ (3 балла) и $a = 0,4g$ и $A = 1,2g$ (1 + 1 = 2 балла)! Можно найти ускорения из раскрытия малых изменений потенциальной и кинетической энергий ($dU + d(mv^2/2 + mV^2/2) = 0$).

Возможно решение с нахождением отношения натяжений нити. Сумма работ натяжений равна нулю (энергия невесомых стержней не меняется), откуда натяжение нижней нити в 3 раза больше натяжения T верхней (2 балла). А далее из 2-го закона Ньютона: $ma = mg - 3T$; $3ma = mg + T$ (3 балла) найдутся искомые ускорения.

Разбалловка 1 вариант

Этапы решения	соотношения	балл
Связь перемещений, скоростей и ускорений	$H = 3h$; $V = 3v$; $A = 3a$	3
Сохранение энергии	$mg(h + H) = mv^2/2 + mV^2/2$	2
Вывод уравнения для ускорений	$(gat^2/2)(1 + 3) = [(at)^2/2](1 + 9)$	3
Нахождение ускорений	$a = 0,4g$; $A = 1,2g$	2

Разбалловка 2 вариант

Этапы решения	соотношения	балл
Связь перемещений, скоростей и ускорений	$H = 3h$; $V = 3v$; $A = 3a$	3
Нахождение отношения натяжений	$TH - T'h = 0$; $T' = 3T$	2
Применение 2 закона Ньютона	$ma = mg - 3T$; $3ma = mg + T$	3
Нахождение ускорений	$a = 0,4g$; $A = 1,2g$	2

4. Три заряда

Три частицы, с зарядом q и массой m каждая, находятся на прямой. Первые две удерживают на расстоянии r друг от друга, а третью на много большем чем r расстоянии от них. Частицы одновременно отпускают. Найдите наименьшее расстояние R между второй (средней) и третьей частицей. Какими станут скорости частиц v_1 , v_2 и v_3 через очень большое время?

Решение

Третья частица находится на расстоянии много большем расстояния r между двумя первыми частицами. Следовательно, сначала можно рассматривать только взаимодействие частиц 1 и 2. Потенциальная энергия кулоновского взаимодействия двух зарядов: $U = q^2 / (4 \pi \epsilon_0 r)$. После того, как их перестанут удерживать, частицы разлетятся в противоположные стороны и потенциальная энергия перейдет в кинетическую. Закон сохранения энергии даст: $2 (m v^2 / 2) = q^2 / (4 \pi \epsilon_0 r)$. Откуда скорости частиц после разлёта: $v = q / \sqrt{4 \pi \epsilon_0 r m}$.

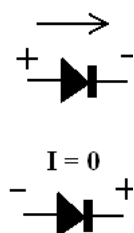
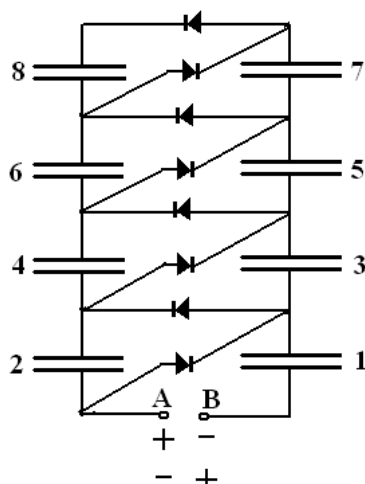
В то время, как первая частица улетает в свое удовольствие на бесконечность, никого не трогая, вторая начнет заметно взаимодействовать с третьей и из-за кулоновского отталкивания импульс будет постепенно передаваться от второй к третьей частице. Наименьшее расстояние между второй и третьей частицей будет, когда их скорости (и соответственно импульсы) сравняются (до этого момента вторая частица будет лететь быстрее третьей и расстояние между ними будет уменьшаться, а после — третья частица будет лететь быстрее и расстояние будет увеличиваться). Обозначим скорости частиц в этот момент за u . Из сохранения импульса: $m v = m u + m u$. Из сохранения энергии: $m v^2 / 2 = 2 (m u^2 / 2) + q^2 / (4 \pi \epsilon_0 R)$. Решая уравнения, с учетом найденной ранее v , получим $R = 4 r$.

Вторая и третья частица будут взаимодействовать до тех пор, пока не разойдутся снова на бесконечно большое расстояние. Тогда из сохранения энергии и импульса получим, что вторая частица остановится, передав полностью свой импульс и скорость третьей частице: $v_3 = q / \sqrt{4 \pi \epsilon_0 r m}$; а $v_2 = 0$. Скорость же первой частицы уже найдена: $v_1 = q / \sqrt{4 \pi \epsilon_0 r m}$.

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Разлёт первых двух частиц	$2(mv^2/2) = q^2/4\pi\epsilon_0 r$. $v = q/\sqrt{4\pi\epsilon_0 r m}$.	2
Взаимодействие при сближении 2 и 3	Торможение 2, разгон 1	1
Условие наименьшего расстояния	Равенство скоростей у 1 и 2	1
Сохранение импульса и энергии для случая сближения	$m v = m u + m u$. $mv^2/2 = 2(mu^2/2) + q^2/4\pi\epsilon_0 R$.	2
Нахождение наименьшего расстояния	$R = 4 r$	1
Нахождение скоростей при разлёте 2 и 3 из сохранения импульса и энергии	$mv^2/2 = mv_2^2/2 + mv_3^2/2$; $mv = mv_2 + mv_3$; $v_1 = v_3 = q/\sqrt{4\pi\epsilon_0 r m}$; $v_2 = 0$.	3

5. Каскадный умножитель



Восемь одинаковых конденсаторов соединены через диоды по указанной схеме. Исходно они незаряжены. Подключают батарею с напряжением U_0 , плюс к А, а минус к В. После установления равновесия к А подсоединяют минус, а к В плюс батареи. Снова дожидаются равновесия, и снова меняют полярность батареи. Найдите напряжения на конденсаторах после многократного повторения таких циклов. Каким будет напряжение на левом столбце конденсаторов?

При положительном напряжении на диоде (рис. справа сверху) через него идёт ток и его можно считать малым сопротивлением. При отрицательном напряжении на диоде (рис. справа снизу) он не пропускает ток и может считаться разрывом цепи.

Решение

Рассмотреть процесс установления трудно. Воспользуемся тем, что в установившемся состоянии не возникнет перетекания зарядов при смене полярности батареи (1 балл). Если к А подсоединён «плюс» батареи, то батарея через первый «диагональный» диод подсоединена к конденсатору 1 параллельно, а то есть напряжение на нём $U_1 = U_0$ (1 балл). При этом при отсутствии токов 2-й и 3-й, 4-й и 5-й, 6-й и 7-й конденсаторы соединены параллельно, то есть $U_2 = U_3$; $U_4 = U_5$; $U_6 = U_7$ (2 балла). Теперь при подсоединении «минуса» батареи к А (все диагональные диоды можно считать разрывом цепи, а остальные малыми сопротивлениями) напряжение на конденсаторе 2 равно сумме напряжения батареи и напряжения на конденсаторе 1, то есть $U_2 = 2U_0$ (1 балл)! Поскольку теперь 3-й и 4-й, 5-й и 6-й, 7-й и 8-й конденсаторы соединены параллельно, то $U_3 = U_4$; $U_5 = U_6$; $U_7 = U_8$ (2 балла). Таким образом, учитывая предыдущую цепочку равенств, напряжения всех конденсаторов, кроме первого, одинаковы и равны $2U_0$, а суммарное же напряжение на левом столбике конденсаторов $U_{\text{сум}} = 8U_0$ (3 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Условие установления	Нулевой ток при смене полюсов	1
Плюс к А напряжение 1 конденсатора	$U_1 = U_0$	1
Плюс к А, равенство напряжений на параллельно соединённых конденсаторах	$U_2 = U_3$; $U_4 = U_5$; $U_6 = U_7$	2
Минус к А напряжение 2 конденсатора	$U_2 = U_1 + U_0 = 2U_0$	1
Минус к А, равенство напряжений на параллельно соединённых конденсаторах	$U_3 = U_4$; $U_5 = U_6$; $U_7 = U_8$	2
Нахождение искомых напряжений	$U_1 = U_0$; остальные $2U_0$; $U_{\text{сум}} = 8U_0$.	3

Рекомендации для жюри

Каждая задача оценивается из 10 баллов. Участники олимпиады могут предложить полные и верные решения задач, отличные от приведённых ниже. За это они должны получить полный балл. Частичное решение или решение с ошибками оценивается, ориентируясь на этапы решения, приведённые в разбалловке. При этом верные выводы из ошибочных допущений не добавляют баллов. Если какой-то этап решения не полный, или частично правильный, то он оценивается частью баллов за этап. Если в решении участника олимпиады предложенные этапы объединены как один, то оценка проводится из суммарного балла. Наличие ответа без решения не оценивается. В решении в скобках могут быть указаны баллы, они повторяются и в таблице разбалловки.

Решения и разбалловка

10 класс

1. Где упадёт?

После удара о пол мяч через время t оказался на высоте h на расстоянии l по горизонтали от места удара. На каком расстоянии L от места удара он снова ударится о пол? Ускорение свободного падения g , влиянием воздуха на движение мяча пренебречь.

Решение

Если u и v начальные скорости по вертикали и горизонтали, то $l = vt$, а $v = l/t$ (1 балл), $h = ut - gt^2/2$ (1 балл) и $u = h/t + gt/2$ (2 балла). Если T время подъёма мяча до верхней точки траектории, то $u = gT$ – обращение вертикальной скорости в нуль (1 балл), а $T = u/g = h/gt + t/2$ (2 балла). Так как время всего полёта $2T$ (1 балл), то $L = 2vT = l(2h/gt^2 + 1)$ (2 балла).

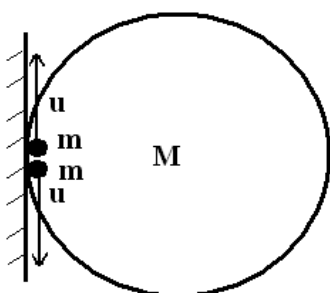
Возможны другие варианты решения с другими разбиениями на этапы.

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Нахождение проекций начальных скоростей		4
Нахождение времён подъёма и всего полёта		4
Нахождение L	$L = 2vT = l(2h/gt^2 + 1)$	2

2. Шарики в коробке

В цилиндрической коробке массы M находятся два соприкасающихся шарика массы $m = M/2$ каждый. Коробка лежит на горизонтальном полу и касается стены. Шарикам одновременно сообщили горизонтальные скорости u , как показано на рисунке (вид сверху). Какими будут скорости шариков перед их столкновением? Радиусы шариков много меньше радиуса коробки, трением пренебречь.

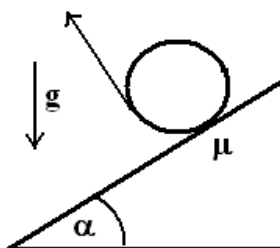


Решение

Пока шарики не повернутся на прямой угол, коробка упирается в стенку, после же контакт со стенкой исчезнет (1 балл). В этот момент импульс системы $P = 2mu$ (1 балл). Если скорость коробки перед столкновением шариков w , то из сохранения импульса $(M + 2m)w = 2mu$ (2 балла). Откуда добавка $2mw$? – проекции скорости шариков по нормали равны скорости коробки (2 балла). Из сохранения энергии $2mu^2/2 = Mw^2/2 + 2mv^2/2$ (2 балла) для v имеем: $v^2 = u^2(1 - 2mM/(M + 2m)^2) = (3/4)u^2$; $v = u\sqrt{3}/2$ (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Условие отрыва		1
Равенство проекций скорости на нормаль		2
Сохранение импульса	$P = 2mu$; $(M + 2m)w = 2mu$	1+2
Сохранение энергии	$2mu^2/2 = Mw^2/2 + 2mv^2/2$	2
Получение уравнения для v и решение	$v = u\sqrt{3}/2$ (с выводом!)	2



3. Скатится-не скатится

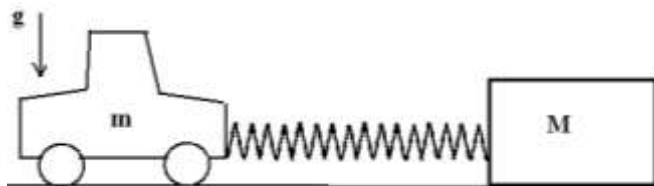
На наклонной плоскости с углом наклона α удерживают однородный цилиндр, на который намотана нить. Один её конец привязан к цилиндру, другой закреплён так, что прямолинейный участок нити перпендикулярен наклонной плоскости. При каком наименьшем коэффициенте трения μ с плоскостью цилиндр останется на месте, если его отпустить? Для каких α цилиндр начнёт опускаться при любом коэффициенте трения?

Решение

Центр масс на оси цилиндра (1 балл). Равновесие моментов сил относительно этой оси даёт $T = F$, где T натяжение нити, а F сила трения (1 балл). Из равновесия сил вдоль плоскости $F = mgsin\alpha$ (1 балл); из равновесия сил по нормали имеем для силы нормального давления $N = mgcos\alpha - T$ (2 балла). В предельном случае $F = \mu N$ (1 балл) и $\mu = tg\alpha/(1 - tg\alpha)$ (2 балла). При угле большем 45° не удержится, ибо тогда $mgcos\alpha - T < 0$, то есть цилиндр оторвётся от наклонной плоскости (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Указание, что центр масс на оси цилиндра		1
Равновесие моментов для этой оси	$T = F$	1
Равновесие сил вдоль плоскости	$F = mgsin\alpha$	1
Равновесие сил по нормали	$N = mgcos\alpha - T$	2
Условие начала проскальзывания	$F = \mu N$	1
Нахождение искомого μ	$\mu = tg\alpha/(1 - tg\alpha)$	2
Вывод, что при α большем 45° отрыв	$mgcos\alpha - T < 0$ или аналог	2



4. Назад-вперёд

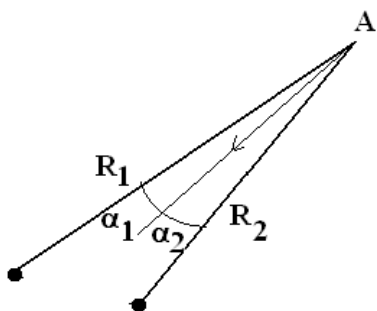
Чтобы сдвинуть тяжёлый груз, его соединяют с неподвижным тягачом массы m исходно недеформированной горизонтальной пружиной. Затем тягач едет вправо, а в момент остановки переключает ход на передний и едет влево. Все колёса тягача ведущие. Коэффициенты трения колёс и груза с дорогой одинаковы. Какова предельная масса груза M , при которой он останется на месте?

Решение

Условие, что груз начнёт двигаться $kx = \mu Mg$, где x максимальное растяжение пружины при движении тягача влево (1 балл). При исходном движении вправо максимальная сила, действующая на тягач со стороны дороги вправо, это сила трения $F = \mu(N_1 + N_2) = \mu mg$, так как $N_1 + N_2 = mg$ (2 балла). В момент остановки при максимальном сжатии пружины x_0 работа этой силы идёт на прирост упругой энергии: $\mu mgx_0 = kx_0^2/2$ (2 балла). В момент остановки при максимальном растяжении пружины: $kx_0^2/2 + \mu mg(x_0 + x) = kx^2/2$ (3 балла). Отсюда получаем уравнение для искомой массы и находим искомую $M = 4m$ (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Условие, что груз начнёт двигаться	$kx = \mu Mg$	1
Нахождение максимальной силы, действующей со стороны дороги на тягач	$N_1 + N_2 = mg$; $F = \mu(N_1 + N_2) = \mu mg$	1+1
Связь работы и упругой энергии при наибольшем а) сжатии, б) растяжении	а) $\mu mgx_0 = kx_0^2/2$; б) $kx_0^2/2 + \mu mg(x_0 + x) = kx^2/2$	2+3
Уравнение для искомой массы и ответ	$M = 4m$	2



5. Массы звёзд

Звездолёт с выключенными двигателями оказался в окрестности двойной звезды. В точке А на расстояниях R_1 и R_2 от звёзд парной системы ускорение звездолёта равно a и образует углы α_1 и α_2 с направлениями на звёзды. Найдите массы звёзд.

Решение

На звездолёт действуют силы притяжения со стороны звёзд: $F_1 = GmM_1/R_1^2$ и $F_2 = GmM_2/R_2^2$, где G гравитационная постоянная, а m масса звездолёта (1 балл). Векторная сумма этих сил по 2-му закону Ньютона равна ma (1 балл). Сумма поперечных a составляющих этих сил равна нулю, то есть: $F_1 \sin \alpha_1 = F_2 \sin \alpha_2 = f$, где f величина «поперечной» составляющей (2

Всесибирская открытая олимпиада школьников по физике

Заключительный этап 23.02.2014

балла). Сумма проекций сил на направление ускорения связана с величиной ускорения: $ma = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = f(\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$ (3 балла), тогда $f = ma/(\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$ (1 балл), а отсюда $M_1 = aR_1^2/G \sin \alpha_1 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$; $M_2 = (aR_2^2/G \sin \alpha_2 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2))$ (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Выражение для сил притяжения	$F_1 = GmM_1/R_1^2$ и $F_2 = GmM_2/R_2^2$	1
Применение 2-го закона Ньютона	$m\mathbf{a} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$	1
Равенство поперечных составляющих	$F_1 \sin \alpha_1 = F_2 \sin \alpha_2 = f$	2
Применение 2-го закона Ньютона для проекций на $\mathbf{a}$ и связь с f	$ma = F_1 \cos \alpha_1 + F_2 \cos \alpha_2 = f(\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$	2+1
Выражение для f	$f = ma/(\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$	1
Нахождение искомых масс	$M_1 = aR_1^2/G \sin \alpha_1 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2)$; $M_2 = (aR_2^2/G \sin \alpha_2 (\operatorname{ctg} \alpha_1 + \operatorname{ctg} \alpha_2))$	2



Рекомендации для жюри

Каждая задача оценивается из 10 баллов. Участники олимпиады могут предложить полные и верные решения задач, отличные от приведённых ниже. За это они должны получить полный балл. Частичное решение или решение с ошибками оценивается, ориентируясь на этапы решения, приведённые в разбалловке. При этом верные выводы из ошибочных допущений не добавляют баллов. Если какой-то этап решения не полный, или частично правильный, то он оценивается частью баллов за этап. Если в решении участника олимпиады предложенные этапы объединены как один, то оценка проводится из суммарного балла. Наличие ответа без решения не оценивается. В решении в скобках могут быть указаны баллы, они повторяются в таблице разбалловки.

9 класс

Решения и разбалловки

1. Наперегонки

Автомобиль ехал вдоль железной дороги со скоростью $v_1 = 36$ км/час. Движущийся с постоянной скоростью поезд обогнал его, проехав мимо автомобиля за время $t_1 = 30$ с. Автомобиль увеличил скорость до $v_2 = 90$ км/час, догнал и обогнал поезд, проехав мимо него за время $t_2 = 60$ с. Какова длина поезда L ?

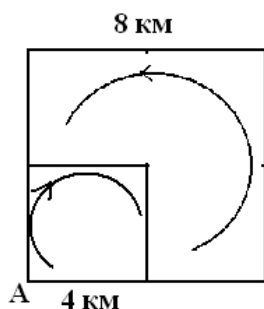
Решение

Если скорость поезда u , то из рассмотрения относительного движения имеем: $L/t_1 = u - v_1$; $L/t_2 = v_2 - u$ (2 + 2 балла). После исключения u получаем уравнение для L и находим $L = (v_2 - v_1)t_1t_2/(t_2 + t_1) = 0,3$ км = 300 м (4 + 2 балла). (Можно сначала найти скорость поезда, $u = 72$ км/час, а затем L .)

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Нахождение относительных скоростей	$V_{\text{лпн}} = u - v_1$; $V_{\text{опн}} = v_2 - u$	2
Их связь с временами проезда	$L/t_1 = u - v_1$; $L/t_2 = v_2 - u$ или $L = t_1(u - v_1)$; $L = t_2(v_2 - u)$	2
Получение уравнений и выражения для L	$L = (v_2 - v_1)t_1t_2/(t_2 + t_1)$	4
Числовой ответ		2

2. Встречи патрулей



Маршруты патрульных машин – квадраты со сторонами 4 и 8 км и общей вершиной А. Патрули одновременно выезжают из А. Первый объезжает меньший квадрат со скоростью $v_1 = 40$ км/час по часовой стрелке, второй – больший со скоростью $v_2 = 60$ км/час против часовой стрелки. На каком расстоянии x от точки А будут происходить встречи патрулей? Через какое время произойдёт их первая встреча?

Решение

Обозначим a сторону меньшего квадрата. При однократном объезде проходит 4 стороны, то есть расстояние $4a$. Сторона большего квадрата тогда $2a$, а при его однократном объезде проходит расстояние $8a$. Допустим, что встреча происходит на «вертикальной» стороне меньшего квадрата через время t . Тогда первый патруль проезжает расстояние x плюс некоторое целое число n_1 объездов меньшего квадрата, второй – расстояние $8a - x$ плюс некоторое целое число n_2 объездов большего квадрата:

$$x + n_1 4a = v_1 t; (8a - x) + n_2 8a = v_2 t.$$

Отсюда, исключив t

$$(x + n_1 4a)/v_1 = ((8a - x) + n_2 8a)/v_2.$$

После подстановки значений скоростей получаем выражение для x :

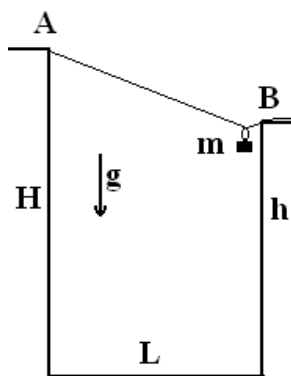
$$x = [4n_2 + 4 - 3n_1]4a/5.$$

Квадратная скобка обязательно целое число. В нашем случае (x от 0 до a) это может быть только 0 и 1. Для ближайшей по времени встречи в А $n_1 = 4$, а $n_2 = 2$. Для ближайшей встречи при $x = 4a/5 = 3,2$ км $n_1 = 1$, а $n_2 = 0$ и она произойдёт через время $t = (x + 4a)/v_1 = 19,2/40 = 0,48$ часа, то есть заведомо раньше. Аналогичное рассмотрение для места встречи на горизонтальной стороне квадрата даёт то же расстояние $x = 4a/5 = 3,2$ км, а время большее 0,48 часа! Отметим, что решения для отрицательного x предыдущего случая дают место встреч на «горизонтали».

Ответ: встречи происходят в точке А ($x = 0$) и на расстоянии $x = 3,2$ км от А на горизонтальной и вертикальной стороне меньшего квадрата. Первая встреча произойдёт через 0,48 часа.

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Выражение путей через скорости	$L_1 = v_1 t; L_2 = v_2 t$	1
Выражение путей через x и число оборотов для встреч а)на вертикали, б)горизонтали	а) $L_1 = x + n_1 4a$; $L_2 = (8a - x) + n_2 8a$ и аналог	1+1
Исключение t , выражение для x для а) и б)	а) $x = [4n_2 + 4 - 3n_1]4a/5$. и аналог	1+1
Соображения целократности		1
Условие x от 0 до $a = 4$ км		1
Нахождение x а)на вертикали, б)горизонтали	$x = 0$, а)б) $x = 3,2$ км;	1+1
Нахождение наименьшего времени	$t_{\min} = 0,48$ час	1



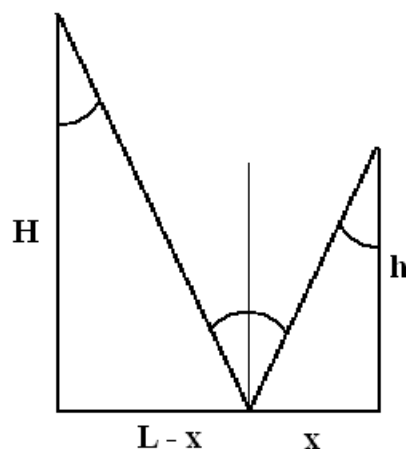
3. Спуск с крыши

Расстояние между зданиями L . На высоте H к левому зданию привязан лёгкий шнур. Он перекинут через блок В на краю крыши правого здания высоты h . За блоком шнур держат так, что между зданиями он остаётся натянутым. Груз подвешивают крюком на шнур около блока. Затем постепенно высвобождая шнур, медленно опускают груз. Крюк скользит

по шнуру без трения. На каком расстоянии x от правого здания окажется груз, когда он опустится до земли? Размерами блока и груза пренебречь. Почему при наличии трения между крюком и шнуром результат изменится?

Решение

При отсутствии трения силы натяжения шнура одинаковы по обе стороны от блока (1 балл). Опускаем груз медленно, значит ускорение можно считать нулевым. Тогда сумма всех действующих на груз сил нулевая (два натяжения и сила тяжести). Сила тяжести вертикальна, она уравнивается силами натяжения наклонных участков шнура по обе стороны от блока (1 балл). Тогда горизонтальные проекции натяжений одинаковы, а при равенстве величин натяжений одинаковы будут образуемые ими углы с вертикалью, а то есть и углы участков шнура (3 балла).



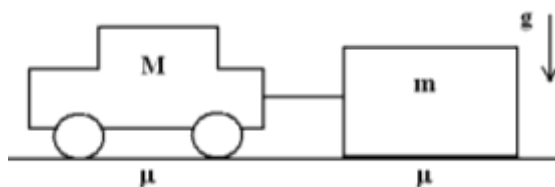
Из равенства углов вплоть до соприкосновения груза с землёй и из подобия треугольников находим $x = Lh/(H + h)$ (3 балла).

Трение препятствует проскальзыванию крюка по шнуру и натяжение слева больше, чем справа. Тогда при равенстве горизонтальных проекций угол с вертикалью шнура слева меньше чем справа. И груз в этом случае опустится ближе к левому зданию, чем при отсутствии трения (2 балла).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Равенство натяжений при отсутствии трения	$T_1 = T_2$	1
Равенство горизонтальных проекций натяжений	$T_{1x} = T_{2x}$	1
Равенство углов (указание); вывод		(1)3
Нахождение x	$x = Lh/(H + h)$	3
Учёт трения, вывод для углов, для смещения		2

4. Оборвётся ли трос?



К тягачу массы $M = 6$ т горизонтальным тросом привязан контейнер массы $m = 4$ т. Трос рвётся при натяжении $T_0 = 25\,000$ Н. Коэффициенты трения шин и контейнера с дорогой одинаковы и равны $\mu = 0,5$. Все колёса тягача ведущие. С каким наибольшим ускорением при натянутом тросе может двигаться контейнер? Ускорение свободного падения $g \cong 10$ м/с².

Решение

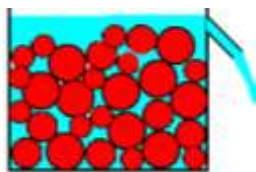
Разгоняет тягач сила трения $F_{\text{тр}}$, действующая со стороны дороги а колёса и направленная вперёд (1 балл). Наибольшее достижимое её значение $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu Mg$ (1 балл), но при этом трос не должен оборваться. То есть должно быть его натяжение $T < T_0$ (1 балл). Применим 2-й закон Ньютона для тягача и контейнера: $Ma = \mu Mg - T$; $ma = T - \mu mg$; ускорения при натянутом тросе одинаковы, а сила трения μmg для контейнера направлена против проскальзывания и против ускорения (2 + 2 балла). Из этих уравнений находим наибольшее ускорение $a = \mu(M - m)g/(M + m) = 1 \text{ м/с}^2$ (1 балла) и наибольшее натяжение троса $T = 2mM\mu g/(M + m) = 24\,000 \text{ Н}$ (1 балл), которое меньше натяжения разрыва $T_0 = 25\,000 \text{ Н}$ (1 балл).

Комментарий При $T_0 < T = 24\,000 \text{ Н}$ тягач должен снизить обороты, чтобы не было проскальзывания и $F_{\text{тр}}$ стало меньше μMg для избежания разрыва троса. Тогда из 2-го закона Ньютона в применении к контейнеру $ma = T_0 - \mu mg$, а $a = T_0/m - \mu g < 1 \text{ м/с}^2$. В нашем случае ($T_0 = 25\,000 \text{ Н}$) тягач не может вызвать такое натяжение и ответ $a = T_0/m - \mu g = 1,25 \text{ м/с}^2$ неверен.

Если в решении участник, не определяя максимально возможного натяжения, исходит только из допущения разрыва троса и получает этот ответ, то ему ставится $2+1 = 3$ балла и всё.

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Указание на направление $F_{\text{тр}}$ для тягача		1
Указание наибольшего значения $F_{\text{тр}}$	$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu Mg$	1
Условие, что трос не рвётся	$T < T_0$	1
2-й закон Ньютона для тягача и контейнера	$Ma = \mu Mg - T$; $ma = T - \mu mg$	2+2
Нахождение ускорения	$a = \mu(M - m)g/(M + m) = 1 \text{ м/с}^2$	1
Нахождение натяжения	$T = 2mM\mu g/(M + m) = 24\,000 \text{ Н}$	1
Проверка условия допустимости	$T < T_0 = 25\,000 \text{ Н}$	1



5. Вытекающий расплав

В сосуде плавят свинцовую дробь. Дробинки полностью погружены в расплав, уровень которого неизменен из-за вытекания расплава из сосуда. Плотность дробинок ρ_0 , плотность расплавленного свинца ρ ($\rho_0 > \rho$). Найдите массу расплава вытекающего за единицу времени, если удельная теплота плавления свинца λ , а подводимая при постоянной температуре тепловая мощность N .

Решение

За время t расплавится масса дробинок $m_0 = Nt/\lambda$ (2 балла) и освободится в сосуде объём $V_0 = m_0/\rho_0$ (2 балла). Освободившийся объём заполнит масса $m = \rho V_0 = m_0\rho/\rho_0$ расплавленного свинца (2 балла). Оставшаяся часть мас-

Всесибирская открытая олимпиада школьников по физике

Заключительный этап 23.02.2014

сы вытечет: $m_0 - m = m_0(1 - \rho/\rho_0) = (Nt/\lambda)(1 - \rho/\rho_0)$ (2 +1 = 3 балла), а за единицу времени вытекает масса $(m_0 - m)/t = (\rho_0 - \rho)N/\rho_0\lambda$ (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	соотношения	балл
Нахождение массы расплавившейся дроби	$m_0 = Nt/\lambda$	2
Нахождение освободившегося объёма	$V_0 = m_0/\rho_0$	2
Нахождение массы, заполнившей этот объём	$m = \rho V_0 = m_0\rho/\rho_0$	2
Нахождение массы вытекшего расплавленного свинца	$m_0 - m = m_0(1 - \rho/\rho_0) = (Nt/\lambda)(1 - \rho/\rho_0)$	2+1
Нахождение массы, вытекшей за единицу времени	$(m_0 - m)/t = (\rho_0 - \rho)N/\rho_0\lambda$	1

Заключительный этап Всесибирской олимпиады

Физика, 8 класс

Возможные решения с примерными баллами (максимальный балл 10)

1) По туристскому маршруту отправился турист с рюкзаком. Через каждые 30 минут ходьбы он садился отдыхать на пенек и отдыхал по 6 минут. Еще через 2 часа по тому же маршруту пошел турист без рюкзака. Пешком он шел вдвое быстрее первого и отдыхал на тех же пеньках по 1 минуте. На скольких пеньках успеет отдохнуть второй турист до того, как он нагонит первого?

Решение: Время между моментами, когда первый турист встает с пеньков, составляет 36 минут (+1 балл), а для второго это время равно 16 минут (+1), т.е. на 20 минут меньше. Второй турист к моменту встречи шел на 2 часа = 120 мин меньше (+2), т.е. он догонит первого через 6 промежутков, т.е. к 6-му пеньку (+3).

В этом можно также убедиться, решая уравнение

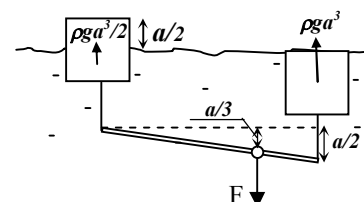
$$36 \cdot N = 16 \cdot N + 120,$$

которое имеет целочисленное решение $N = 120 / (36 - 16) = 6$. Здесь N – число пройденных промежутков, равное числу пеньков, на которых уже посидел первый турист. Но когда второй турист догонит первого, тот еще будет сидеть на 6-м пеньке целую минуту, т.е. второму удастся посидеть только на пяти пеньках (+3).

2) В озере школьники проводят опыт по погружению очень лёгких поплавков в форме кубов с ребром $a = 20$ см. В исходном положении поплавки привязаны одинаковыми нитями к концам тонкого, практически невесомого стержня. К стержню в точке O , которая делит весь стержень в отношении 1:2, прикладывают силу и тянут его вниз. При этом стержень может свободно поворачиваться вокруг т. O . Какую силу надо приложить к этой точке, чтобы один из поплавков полностью погрузился в воду? На какое расстояние переместится т. O к этому моменту? Считать, что погружение происходит медленно. Считать, что плотность воды 1 кг/дм^3 , сила тяжести на 1 кг равна 10 Н .

Решение: При медленном погружении стержень будет находиться в равновесии. Т.е. сила, действующая на короткий конец стержня, будет вдвое больше силы, приложенной к другому концу (+1 балл). Так как силы тяжести пренебрежимо

малы по условию, то равновесие обуславливается выталкивающими силами, действующими на поплавки. Стержень, вначале горизонтальный, будет наклоняться так, как показано на рисунке, т.е. погруженным окажется правый (по рисунку) поплавок (+1).



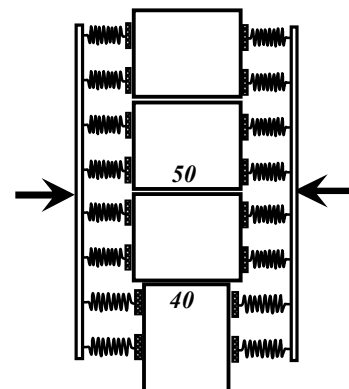
При полном погружении правого поплавка левый будет погружен ровно на половину своей высоты (+1). Искомая сила F равна равнодействующей выталкивающих сил,

$$1.5 \rho g a^3 = 1.5 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot (0.2 \text{ м})^3 = 120 \text{ Н} \quad (+2 \text{ балла}).$$

Таким образом, левый конец стержня опустится на $a/2$ (+1), а правый – на a (+1). Из соотношения длин плеч рычага следует, что точка O при этом должна быть опущена на $a/3$ (+1) относительно левого конца, т.е. на $5a/6 \approx 16.7$ см относительно своего начального положения (+2).

3) На фабрике робот-погрузчик поднимает по 4-е лежащих на полу ящика, захватывая их с боковых сторон (см. вид сверху на рисунке). На каждый захват робота прикреплено по 8 одинаковых пружин, которые прижимаются к стенкам ящиков и удерживают их за счет силы трения. Когда все ящики ориентированы одинаково, то к захватам приходится прикладывать силы не менее $F_0=100$ Н. Какие силы F надо будет приложить к захватам для подъема всех ящиков, если один из ящиков окажется повернутым на 90° , как показано на рисунке? Все ящики одинаковы и имеют размеры основания 40×50 см². Считать, что захваты параллельны между собой, коэффициент жесткости пружин $k=1000$ Н/м.

Решение: При таком способе подъема ящики удерживаются силой трения о боковые стенки. Чтобы ящик не выскользнул, сила, действующая на ящик со стороны пружин, должна превышать некоторое значение, определяемое весом ящика (+2). При повернутом ящике только две пары пружин должны быть сжаты так же, как и при нормальной работе (+2). При этом ящик будет находиться посередине между захватами, так как силы, действующие с разных сторон должны быть одинаковы (+1). Величина сжатия остальных 6 пар увеличится на $\Delta L=0.05$ м (+1). Таким образом, для такого сжатия 6-ти пружин на каждом захвате придется увеличить силу на $6 \cdot k \cdot \Delta L=300$ Н (+2), т.е. величины требуемых сил составят $F=400$ Н (+2).



4) Школьник складывает квадратные титановые пластины одинаковой площади, но разной толщины в стопку до тех пор, пока не получится стопка высоты 24 см. Одни пластины имеют толщину 5 мм, а другие – 8 мм. Пластины имеют и разную температуру: тонкие лежали возле батареи и нагрелись до 80° С, а толстые лежали при комнатной температуре 20° С.

Через некоторое время температура всей стопки стала равна 40° С. Сколько всего пластин было в стопке? Теплообменом пластин с окружающей средой пренебречь.

Решение: Обозначим число тонких пластин N , а толстых – K , т.е. искомой величиной является сумма $(N+K)$. Высота всей стопки (в миллиметрах) определяет уравнение

$$5N+8K=240 \text{ (+2 балла)}$$

Из условия теплового баланса при теплообмене между пластинами разной толщины получается уравнение

$$5N \cdot S \rho C_{уд} \cdot (80-T) = 8K \cdot S \rho C_{уд} \cdot (T-20) \text{ (+2 балла за уравнение теплового баланса в любой форме), т.е. } 5N \cdot (80-T) = 8K \cdot (T-20) \text{ (+1 балл)}$$

Здесь учтено, что пластины сделаны из одного и того же материала, т.е. имеют одинаковую удельную теплоемкость, а также одинаковую площадь и, следовательно, теплоемкость одной пластины пропорциональна ее толщине. $T=40^\circ$ С – конечная температура пластин.

Таким образом, $N=8K/10$ (+1 балл за связь между N и K), т.е. из первого уравнения получаем $K=20$ (+1 балл), $N=16$ (+1 балл). Всего же пластин 36 (+2).

Если ответ получен перебором вариантов, то всего ставится 5 баллов.

5) Школьник получил задание изготовить электрический нагреватель максимально возможной мощности. У него имеется источник постоянного напряжения $U=30$ В и два куска проволоки из одного и того же материала. Оба куска проволоки имеют одинаковую длину, но площади их сечения различаются вдвое. Известно, что сопротивление всего куска более толстого провода равно 68 Ом, а максимальный ток, который можно длительное время пропускать по такому проводу, равен $I_1=2.5$ А. Про более тонкий провод известно, что он может использоваться при токе не более $I_2=1.5$ А. Как школьник сможет решить поставленную задачу, и какова будет мощность полученного нагревателя? Провод можно разрезать и соединять произвольным образом.

Решение: При постоянном напряжении источника максимальная мощность достигается при минимальном сопротивлении нагрузки, т.е. при параллельном соединении нагревательных элементов подходящего сопротивления (+1 балл). Так как максимально допустимый ток для толстого провода составляет 2.5 А, то минимальное сопротивление нагревательного элемента, изготовленного из одного куска такого провода должно быть равно 12 Ом, соответственно, для второго провода минимально допустимое сопротивление составляет 20 Ом (+1 балл за оба значения).

Так как площади сечения проводов различаются в 2 раза, то сопротивление всего куска более тонкого провода равно 136 Ом (+1 балл). Таким образом, для получения максимальной мощности на каждом из элементов надо отрезать от толстого провода 5 отрезков по 12 Ом каждый (+1), от тонкого 6 отрезков по 20 Ом (+1) и соединить их параллельно (+1).

Оставшиеся куски имеют сопротивления 8 Ом для толстого провода и 16 Ом для тонкого. Еще один элемент можно изготовить, соединив отрезок толстого провода с двумя параллельно соединенными отрезками тонкого провода по 8 Ом каждый (+1), т.е. тонкий провод также полностью расходуется. Ограничение по току определяется толстым проводом и составляет 2.5 А (+1).

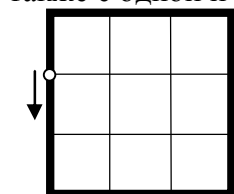
Мощность, выделяющаяся на всех параллельно соединенных отрезках проводов, составит $U \cdot (6I_1 + 6I_2) = 720$ Вт (+2 балла).

Заключительный этап Всесибирской олимпиады

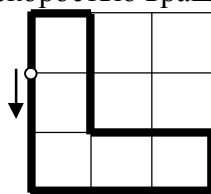
Физика, 7 класс

Возможные решения с примерными баллами (максимальный балл 10)

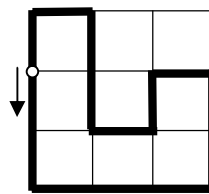
1) На ровной поверхности планеты планетоход исследует квадратный участок, разделенный на более мелкие квадраты. На рисунках толстыми линиями показаны различные маршруты этого планетохода с указанием начальной точки движения. На движение по первому маршруту ушло 3 часа 20 минут, а по второму - 3 часа 30 минут. Сколько времени уйдет на прохождение маршрута №3? Считать, что планетоход либо едет прямо, причем всегда с одной и той же скоростью, либо поворачивается на месте, также с одной и той же скоростью вращения.



Маршрут №1



Маршрут №2



Маршрут №3

Решение: Маршруты №1 и №2 имеют одинаковую протяженность, но разное число поворотов: на втором их на два больше (+1 балл). Каждый поворот требует одного и того же времени, так как планетоход всегда поворачивается на 90° (+1). Так как на прохождение маршрута №2 потребовалось на 10 минут больше, то на каждый поворот приходится 5 минут (+2). Тогда время поездки вдоль одной стороны всего участка составляет 45 минут (+1), а вдоль стороны малого квадрата – 15 минут (+1). Маршрут №3 длиннее остальных на две стороны малого квадрата (+1) и содержит еще два дополнительных поворота (+1).

Поэтому для него потребуется 4 часа 10 минут (+2).

2) В сосуде плавают два кубика, изготовленные из разных материалов. Верхние грани кубиков находятся на одной и той же высоте над уровнем воды. Объемы погруженных частей кубиков различаются в 12 раз, а объемы надводных частей – в 4 раза. Во сколько раз плотность малого кубика отличается от плотности большого?

Решение: Так как кубики плавают в одной и той же жидкости, выталкивающие силы, действующие на них со стороны жидкости, различаются в 12 раз, так же, как различаются объемы погруженных частей (+1 балл). Значит, масса большого кубика в 12 раз больше массы малого (+2). Так как высоты надводных частей кубиков одни и те же, то отношение объемов равно отношению площадей граней (+1), т.е. длина стороны большого кубика вдвое больше, чем у малого (+2). Следовательно, объемы кубиков различаются в 8 раз (+2), а плотность малого кубика меньше плотности большого в 1.5 раза (+2).

3) У школьника есть три одинаковые по длине пружины, обозначенные номерами 1, 2 и 3. Вначале он соединил пружины так, как показано на рисунке 1, а левый конец пружины 1 прикрепил к стене. Когда школьник переместил свободный конец соединенных пружин 2 и 3 (т. А) на 5 см от положения равновесия, то место соединения всех трех пружин (т. В) переместилось на 4 см. Когда школьник поменял местами пружины 1 и 2 и повторил тот же опыт, то и смещение т. В осталось тем же. Каким будет смещение т. В, если школьник поменяет местами пружины 1 и 3 (см. рисунок 2), а точку А опять сместит на 5 см?

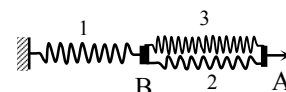


Рисунок 1

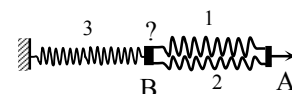


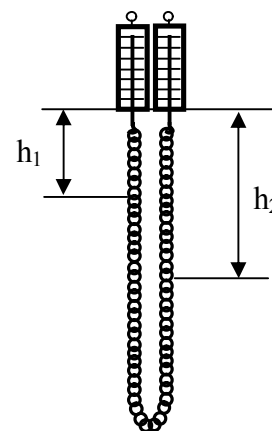
Рисунок 2

Решение: Из второго опыта следует, что пружины 1 и 2 имеют одинаковый коэффициент жесткости (+1 балл). Обозначим его k_1 , а коэффициент у пружины №3 - k_2 . Сумма сил, приложенных к месту соединения пружин в точке В, в равновесии равна нулю (+1 балл). Тогда из первого опыта следует (величины деформации пружин приведены в метрах), что $0.04 \cdot k_1 = 0.01 \cdot (k_1 + k_2)$ (+2 балла), т.е. $k_2 = 3k_1$ (+1).

В третьем опыте у школьника фактически будет две последовательно соединенные пружины с коэффициентами жесткости $3k_1$ и $2k_1$ (+1), т.е. деформации пружин будут относиться, как 2:3, соответственно (+2).

Значит, смещение точки В в третьем опыте составит 2 см (+2).

4) У школьника есть два разных динамометра. У одного из них максимальное показание 20 Н, а у другого 30 Н, хотя динамометры не ломаются, если к ним повесить и большие грузы. Школьник хотел взвесить однородную цепь, прикрепив концы цепи к разным динамометрам (см. рис.). Но когда он разместил динамометры на одной высоте, то оба динамометра «зашкалили», т.е. нагрузка превышала их максимально возможные показания. Левый динамометр начинал показывать реальную нагрузку, только если школьник опускал его на $h_1 = 30$ см относительно правого. Правый динамометр начинал «работать», если его опускали на $h_2 = 80$ см ниже левого. Какова же была масса всей цепи? Считать силу тяжести, действующую на груз массой 1 кг, равной 10 Н.



Решение: Согласно условию, динамометр начинает «работать», т.е. его показания соответствуют реальной нагрузке, начиная с нагрузок $P_1 = 30$ Н и $P_2 = 20$ Н, соответственно (+1 балл). Показания динамометра должны быть равны весу участка цепи от соответствующего конца до нижней точки (+1), и это вес тем больше, чем больше длина участка. Так как цепь однородна, то максимальное показание левого – 30 Н, поскольку его приходится опускать на меньшее расстояние, а у правого – 20 Н (+1). Далее можно предложить два разных способа решения:

а) Согласно условию, правый динамометр показывал 20 Н, когда он был опущен на 80 см. Можно заметить, что при подъеме на исходный уровень он показывал бы 30 Н (как

левый), когда он был ниже этого уровня на 30 см (+1 балл). Нагрузка на динамометр, вместе с длиной цепи, меняется линейно, т.е. пропорционально смещению динамометра (+1). При смещении динамометра на 50 см вес соответствующего участка цепи вырос на 10 Н. При подъеме еще на 30 см, нагрузка вырастет еще на $3/5 \cdot 10 = 6$ Н (+2).

Значит, при одинаковом положении концов цепи нагрузка на каждый динамометр составляет 36 Н (+1), т.е. масса равна 7.2 кг (+2).

б) Если решать формально, то для моментов, когда динамометры начинают показывать реальные значения нагрузки, можно записать для левого динамометра

$$\left(\frac{L - h_1}{2} \right) \cdot \frac{M}{L} \cdot g = P_1 \quad (+2 \text{ балла})$$

В этом уравнении учтено, что при смещении конца цепи вес цепи перераспределяется между разными участками. Отношение M/L дает т.н. «линейную плотность» цепи, или массу единицы её длины.

$$\text{Для правого динамометра будет справедливо } \left(\frac{L}{2} - \frac{h_2}{2} \right) \cdot \frac{M}{L} \cdot g = P_2 \quad (+2)$$

$$\text{Преобразуя уравнения, получаем } \frac{Mg}{h_1} - \frac{Mg}{L} = \frac{2P_1}{h_1} \quad \text{и} \quad \frac{Mg}{h_2} - \frac{Mg}{L} = \frac{2P_2}{h_2}.$$

Вычитая одно уравнение из другого, получаем:

$$Mg \cdot \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) = 2 \cdot \left(\frac{P_1}{h_1} - \frac{P_2}{h_2} \right), \text{ т.е. } Mg = 2 \cdot \left(\frac{P_1 \cdot h_2 - P_2 \cdot h_1}{h_2 - h_1} \right) \quad (+1)$$

Подстановка значений дает $M = 7.2$ кг (+2). Из этих уравнений можно получить и длину цепи, $L = 1.8$ м.