II (заочный) этап Всесибирской открытой олимпиады школьников
Физика, 17 декабря 2016 г.
Задачи для 7 класса

Возможные (не самые изящные) решения с баллами (максимум – 10 баллов)

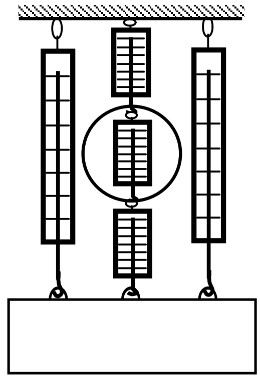
1) В тридевятом царстве проводился рыцарский турнир, одно из заданий которого – как можно быстрее обскакать посты вокруг замка. Старт был дан за час до полудня (по солнечным часам). Время заезда измерялось с помощью больших и малых песочных часов, которые переворачивали по очереди. Совсем малые промежутки времени измеряли по водяным часам, которые работали все время. Известно, что большие песочные часы нужно переворачивать в четыре раза реже, чем малые, а за промежуток времени, отмеряемый малыми песочными часами, в водяных часах падает 120 капель. Первым прискакал Ланселот, за время пути которого понадобилось дважды перевернуть большие песочные часы, трижды малые, после чего упало ещё тридцать капель в водяных часах. Вторым прискакал Ламорак, за время пути которого понадобилось трижды перевернуть большие и трижды малые песочные часы. На сколько минут Ланселот прискакал раньше соперника, если Ламорак прискакал ровно в полдень?

Решение: Обозначим промежутки времени, отмеряемые песочными (большими и малыми) и водяными часами, как $t1 > t2 > t3$. По условию, малые песочные часы нужно переворачивать в 4 раза чаще: $t1=4\cdot t2$ (+1 балл). Аналогично, $t2=120\cdot t3$ (+1 балл).
Ламорак преодолел дистанцию за 1 час = 60 мин = $3\cdot t1 + 3\cdot t2= 15\cdot t2$ (+1 балл), откуда $t2 = 4$ мин. (+1 балл), $t1 = 16$ мин. (+1 балл), $t3 = 2$ с (+1 балл). Ланселоту для преодоления дистанции понадобилось время: $2\cdot t1 + 3\cdot t2 + 30\cdot t3= (2\cdot 16 + 3\cdot 4)\cdot 60 + 30\cdot 2$ секунд или 45 минут (+2 балла). Значит, Ланселот прискакал на 15 минут раньше (+ 2 балла).

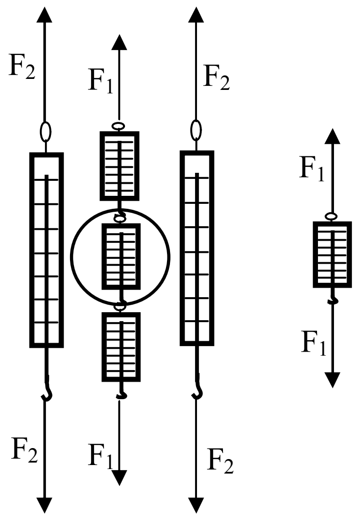
2) Два спортсмена пробежали два круга по стадиону за одно и то же время. При этом известно, что скорость первого бегуна на второй половине дистанции больше на 20% процентов, чем на первой. У второго бегуна, наоборот, скорость на втором круге упала на 20%. Во сколько раз скорость на первом круге у второго бегуна выше, чем у первого? Ответ записать в виде десятичной дроби с двумя цифрами после запятой.

Решение: Обозначим скорость первого бегуна на первом круге за V_1, а второго V_2. Тогда искомая величина есть отношение V_2/V_1. Скорость первого бегуна на втором круге равна $V_1\cdot(1+0.2)=6V_1/5$ (+1 балл), а у второго $V_2\cdot(1-0.2)=4\,V_2/5$ (+1 балл). Время преодоления всей дистанции первым бегуном составило $S\cdot(1/V_1+5/(6V_1))$, где S – длина одного круга (+1 балл), а второй бегун затратил время $S\cdot(1/V_2+5/(4V_2))$ (+1 балл).
Согласно условию $S\cdot(1/V_1+5/(6V_1))=S\cdot(1/V_2+5/(4V_2))$ (+2 балла).
Решая это уравнение, получаем отношение $V_2/V_1=27/22=1.2(27)$ (+2 балла). В соответствии с требованиями условия ответ записывается как $V_2/V_1\approx 1.23$ (+2 балла). За лишние цифры в записи ответа снимается 2 балла (!). За неверное округление снимается 1 балл.
Если приводится ответ 1.2 на основании аргумента - «Поскольку полное время движения было одинаково, то скорость второго вначале должна быть такая, как у первого в конце, т.е. на 20% или в 1.2 раза выше» или аналогичного - то ставится 3 балла.

3) У школьника было два набора динамометров. Два динамометра были одинаково длинные и рассчитаны на максимум показаний 20 Н. Три другие тоже были одинаковы между собой, только у каждого из них длина в нерастянутом состоянии, как и длина шкалы, были втрое меньше. И рассчитаны эти маленькие динамометры были на 5 Н. Школьник разместил динамометры так, как показано на рисунке, и подвесил груз с весом 36 Н. Что показывает маленький динамометр, обведенный на рисунке кружком? Считать, что все динамометры начали растягиваться при опускании груза одновременно, и что их собственным весом можно пренебречь.



Решение: На рисунке справа приведены изображения динамометров. Поскольку в рамках данной задачи другие тела - верхняя опора и груз - проявляют себя только через взаимодействие с динамометрами, их наличие и роль описывается с помощью внешних сил, приложенных к динамометрам с двух разных сторон. Свойства и положения как правого, так и левого динамометров не отличаются друг от друга в том смысле, что ничего не изменится, если эти динамометры поменять местами или посмотреть на всю систему с другой стороны (+1 балл). Поэтому силы, приложенные к крайним динамометрам (величина обозначена F_2) одинаковы между собой и, вообще говоря, отличаются от сил, приложенных к группе маленьких динамометров (величина обозначена F_1). Поскольку динамометры считаются невесомыми, то силы, приложенные со стороны верхней опоры и груза одинаковы по величине (+1 балл). По той же причине средний динамометр растягивается силами, равными по величине F_1 (+1 балл). Величина этих сил и будет искомым показанием динамометра (+1 балл), так как именно для работы в такой ситуации динамометры и делают.



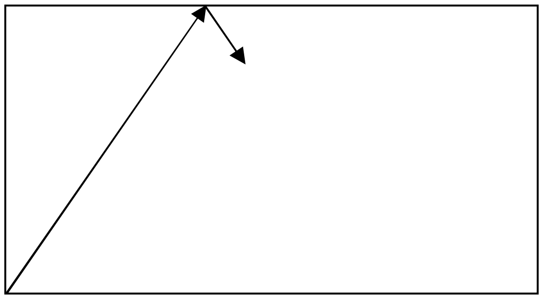
Поскольку смещения точек крепления груза к динамометрам равны между собой, то отсюда следует, что растяжение пружины одного маленького динамометра втрое меньше, чем у большого (+ 1 балл). Пружины подчиняются закону Гука, т.е. растяжение пропорционально величине сил, растягивающих динамометр, значит, $F_1/F_2= 5/20$ (+2 балла). Это следует из того, что по условию сила величиной 5 Н растягивает маленький динамометр на всю его шкалу, которая втрое меньше, чем у большого, рассчитанного на 20 Н.

Вес удерживаемого груза равен 36 Н, т.е. $F_1+2F_2= 36$ Н (+1 балл).

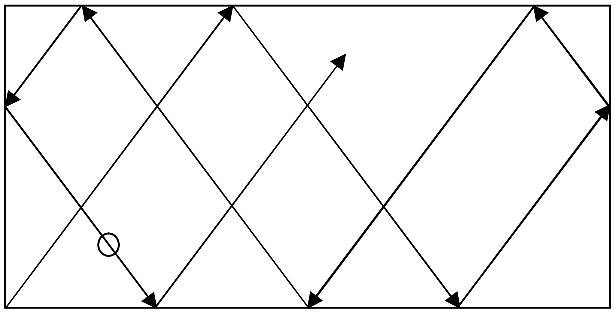
Зная соотношение величин сил F_1/F_2, получаем $9F_1= 36$ Н т.е. $F_1= 4$ Н (+ 2 балла).

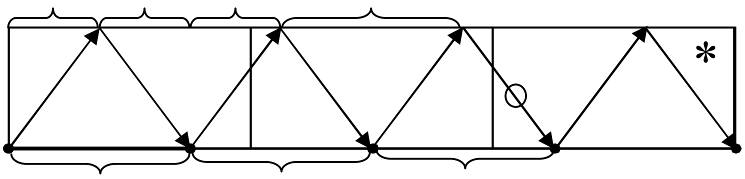
Отметим, что утверждение о равенстве распределения нагрузки по всем трем точкам подвеса является неверным. Также неверным является утверждение о том, что если приложить к трем последовательно соединенным динамометрам силу, равную F, то каждый из этих динамометров будет показывать значение F/3.

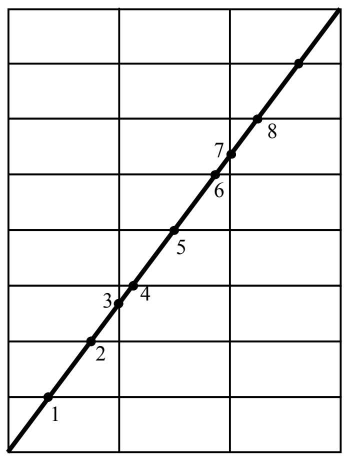
4) В углу прямоугольного биллиардного стола размером 120 см х 240 см стоит шар, по которому ударяют кием. Шар стукается о борта и отражается от них так, что угол падения равен углу отражения. Начальный участок траектории показан на рисунке. Известно, что между первым и вторым ударами шара о борта прошло 0.75 сек. С помощью графического построения примерно определите скорость шара и промежуток времени между 7-м и 8-м ударами. Размером шара пренебречь. *Указание: условие или увеличенный рисунок к этой задаче полезно распечатать на бумаге. Главное при графическом решении задач – точность и аккуратность построений. Например, если несколько каких-либо отрезков должны как можно меньше отличаться друг от друга, то их лучше откладывать с помощью циркуля, а не отмерять их каждый раз линейкой. Строить по возможности одинаковые углы тоже лучше не по транспортиру, а с помощью построения равных треугольников.*



Решение:



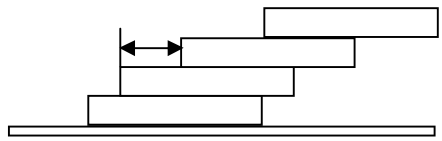




По мнению составителей задачи, лучшим, т.е. наиболее точным, способом построения является тот, который отмечен знаком *. В этом способе строятся два параллельные прямые, изображающие продолжение длинных сторон стола. Затем вдоль этих прямых откладываются отрезки, равные длинной стороне стола на рисунке. Смысл дальнейших построений состоит в том, чтобы изобразить «зеркальное» отражение шара от стенки как проход его на соседний «стол», который тоже можно считать зеркальным отражением. Точность построений при таком способе выше, так как приходится рисовать только прямые отрезки между двумя точками, лежащими на двух параллельных прямых, а положения точек определяются с помощью откладывания отрезков одной и той же длины.

Аккуратно выполняя графические построения наподобие тех, которые приведены на рисунках, можно установить, что длина отрезка, изображающего перемещение между 1 и 2 ударами, составляет 5/8 от длины длинного борта, т.е. составляет 150 см (+1 балл). Таким образом, скорость шара составляет (150 см)/(0.75 сек)= 2 м/с (+2 балла). Аналогично можно определить, что длина отрезка, изображающего перемещение между 7-м и 8-м ударами, составляет 2/3 длины отрезка (+2 балла), изображающего перемещение между 1 и 2 ударами, а также от угла до первого удара, между 4-м и 5-м и т.п. Значит, время между ударами, при условии постоянства скорости, составляет 0.5 сек (+ 5 баллов).

При отклонениях от этого значения более чем 0.05 сек снимается 1 балл за каждые 10% от искомой величины.



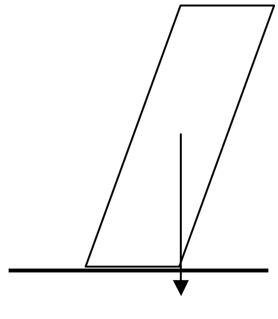
5) Предлагается провести эксперимент по уравновешиванию набора брусков. Для этого нужно найти или изготовить 5-6 или больше одинаковых плоских однородных брусков в форме параллелепипеда. Можно использовать конструктор, книги и т.п. – лишь бы эти тела в форме параллелепипеда были одинаковые и достаточно твердые. Далее надо положить их друг на друга так, что бы каждый верхний брусок был как *можно больше* смещен вдоль нижнего по длине в одну сторону. Затем нужно измерить величины смещений каждого бруска относительно нижнего в ситуации, когда вся конструкция находится в равновесии без внешней поддержки (см. поясняющий рисунок). *Решением* задачи является фотография всей стопки брусков и набор чисел, которые показывают, на какую долю своей длины каждый брусок (начиная с верхнего) смещен относительно бруска, который под ним. Эти числа могут быть записаны, например, так - 0.6; 0.3; 0.2;….

Решение: Был проведен опыт с одинаковыми линейками и пластиковыми карточками для настольной игры. Для линеек с полной длиной 171 мм (шкала 16 см) был получен следующий ряд чисел 0.49; 0.25; 0.16; 0.12; 0.10; 0.082; 0.07; 0.063; 0.053. Т.е. это означает, что самая верхняя линейка в этой стопке сдвинута почти на половину своей длины относительно второй сверху линейки. Эта, вторая сверху линейка, сдвинута на четверть своей длины относительно следующей и т.д. Если для каждого из приведенных чисел X вычислить величину 1/X, то округленно новые числа будут относиться как 1:2:3:4:5:6:7:8:10. Отметим, что последнее число определено с самой большой ошибкой. Смысл такого соотношения станет ясен после изучения условий равновесия тел в старших классах (за объяснение соотношения баллы не добавляются).

В случае карточек, которые имели меньшую длину, был получен ряд 0.47; 0.26; 0.17; 0.12; 0.1; 0.087; 0.076; 0.052. Обратные величины примерно относятся как 1:2:3:4:5:6:7:10. Опять отметим низкую точность вычислений последних членов этого ряда, который из-за малых смещений получился короче, чем в случае линеек. В некоторых опытах верхнюю карточку удавалось сдвинуть более, чем на половину ее длины, что кажется странным. Однако карточки имели малый вес (1.4 г) и довольно большую площадь, поэтому они могли прилипать друг к другу за счет неучтенных взаимодействий, например, за счет жировых пятен или электризации при трении (как бумажки, прилипающие к расческе).

Если приведены корректные результаты для 5-ти величин смещений, то ставился полный балл, 4-х – 8 баллов и т.д.

Если условие было понято так, что самое маленькое из смещений должно быть как можно больше, т.е. все смещения брусков должны быть одинаковыми (в пределе большого количества брусков конструкция сбоку напоминает параллелограмм), и при этом был получен корректный результат, около 1/(N-1), то ставилось 6 баллов.



II (заочный) этап Всесибирской открытой олимпиады школьников

Физика, задачи для 8 класса

Возможные (т.е. не самые изящные) решения с баллами (максимум – 10 баллов)

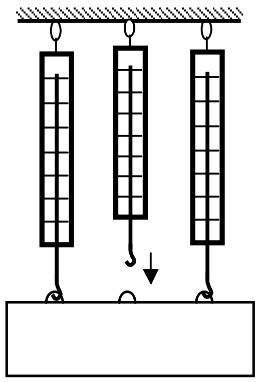
1) Машина ехала из пункта А в пункт С, проезжая пункт Б. До Б она ехала со средней скоростью 80 км/ч. После Б две трети оставшегося расстояния она ехала с постоянной скоростью 50 км/ч, а на заключительном отрезке скорость увеличилась вдвое. Какова была средняя скорость машины на всём пути из А в С, если на дорогу от Б в С было затрачено времени втрое больше, чем на дорогу из А в Б?

Решение: Обозначим расстояние от А до Б переменной L_1, расстояние от Б до С обозначим как L_2, переменной Т обозначим время поездки от А до Б. Согласно условию, время поездки от Б до С составило 3Т (+ 1 балл). Тогда, *по определению*, искомая средняя скорость на всем пути будет выражаться через эти переменные как $V_{AC} = \frac{L_1 + L_2}{T + 3T}$ (+1 балл).

Время движения на первых двух третях расстояния от Б до С, т.е. на расстояние $2L_2/3$, вчетверо больше, чем время движения по последней трети, т.к. длина вдвое меньше, а скорость вдвое выше (+ 2 балл). Таким образом, время движения на первом из этих двух участков составило $12 \cdot T/5$ (+1 балл), а на втором $3 \cdot T/5$ (+ 1 балла). Значит, выражение для средней скорости можно переписать:

$$V_{AC} = \frac{(80\frac{\text{км}}{\text{ч}}) \cdot T + (50\frac{\text{км}}{\text{ч}}) \cdot 12 \cdot T/5 + (100\frac{\text{км}}{\text{ч}}) \cdot 3 \cdot T/5}{T + 3T} = \frac{80\frac{\text{км}}{\text{ч}} + 120\frac{\text{км}}{\text{ч}} + 60\frac{\text{км}}{\text{ч}}}{4} = 65\frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

(+ 4 балла). За отсутствие явно выписанного ответа снимается 2 балла.

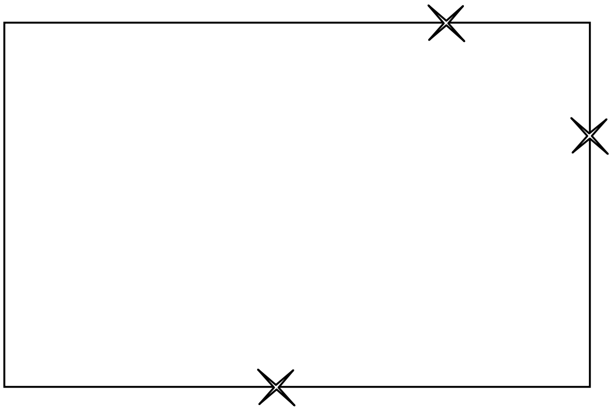


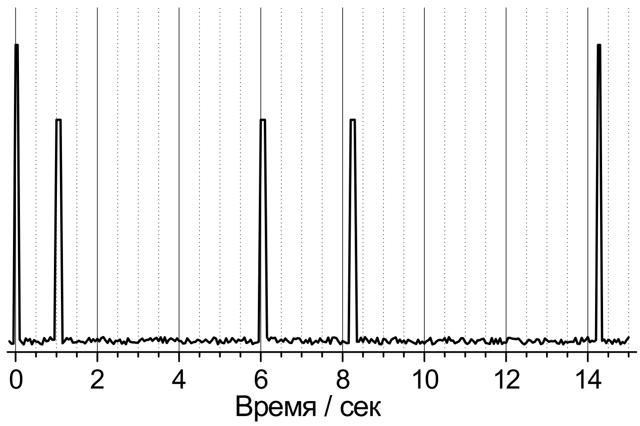
2) У школьника было три динамометра. Два динамометра были одинаково длинные и рассчитаны на максимум показаний 20 Н. Третий тоже был рассчитан на 20 Н, но его полная длина, как и длина шкалы, была на 5 см меньше. Школьник разместил динамометры над лежащим на столе грузом с весом 31 Н и, чтобы зацепить крючок среднего, короткого динамометра, он тянул крючок вниз рукой. Из-за этого, когда крайние динамометры были еще нерастянуты, средний уже показывал 5 Н. Затем школьник поднял все динамометры с грузом над столом. Что стал показывать средний динамометр?

Решение: Согласно условию, жесткость пружины среднего, короткого динамометра равна 1 Н/см (+1 балл). Тогда длина шкалы этого динамометра, рассчитанного на F0=20 Н, равна L1=20 см, длины шкал крайних динамометров равны L2=25 см (+ 1 балл). В результате подъема груза крайние пружины растянулись на одну и ту же величину (+1 балл). Обозначим это удлинение как X.

Тогда деформация средней пружины равна X+5 (+1 балл, примем сантиметры за единицы длины). Сила упругости, которая действует на груз со стороны среднего динамометра (*а это и есть его показания*), будет равна F1=F0*(5+X)/L1 (+ 1 балл). Для крайних грузов силы будут равны F2=F0*X/L2 (+ 1 балл). Сумма всех сил, приложенных к грузу, равна его весу P=31 Н, т.е. 2F2+F1=P (+1 балл). Подставляя выражения для сил в это уравнение, находим X=10 см (+1 балл). Показания этого динамометра будут равны 15 Н (+2 балла).

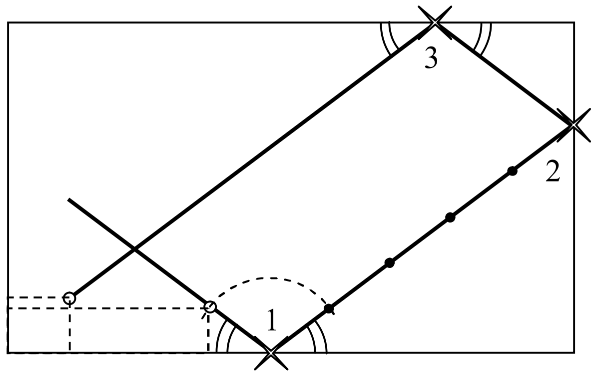
3) На прямоугольном биллиардном столе стоят два шара. По одному из них ударяют кием. Шар стукается три раза о борт, а затем – о второй шар. На рисунке показаны места ударов о борт, а на графике – зависимость громкости звуков в районе стола, считая от удара кием по первому шару.
Укажите на рисунке исходные положения шаров, если их размерами можно пренебречь. Удары о борт считать абсолютно упругими, т.е. происходящими без потерь кинетической энергии шара.





Положение шаров можно указать с помощью графических построений или определением координат в подходящих единицах относительно какого-либо угла (для удобства). Если не приводится объяснения построения, задача не считается решенной.

Решение: По графику можно определить отношение длительностей промежутков времени между ударами. Эти отношения составляют 1:5:(2.25):6 (+ 2 балла за точность не хуже ±10%). Поскольку скорость движения шара постоянна, то такое же соотношение должно быть между длинами отрезков, которые проходит шар между ударами (+2 балла). Из такого соотношения длин следует, что порядок ударов о борта был таким, как показано на рисунке, т.е. сначала был более длинный отрезок (+1 балл). Для проверки можно сравнить длины отрезков, соединяющих точки №1 и №2, и точки №2 и №3. Это соотношение также примерно равно 5:2.25, что показывает, что «лишних» громких звуков в районе стола не было.



Поскольку при упругих ударах угол падения равен углу отражения (+1 балл), то для определения места положения первого шара сначала построим отрезок, изображающий траекторию первого шара до удара о борт. Этот отрезок начинается в т. №1, угол между ним и длинным бортом такой же, что и угол между бортом и отрезком, соединяющим места ударов №1 и №2, только он отложен с другой стороны (см. рис.). Длина искомого отрезка в 5 раз меньше, чем расстояние между точками №1 и №2. Одну пятую часть этого отрезка можно отмерить с помощью линейки или определить с помощью теоремы Фалеса. Аналогичным образом выполняется построение для определения положения второго шара.

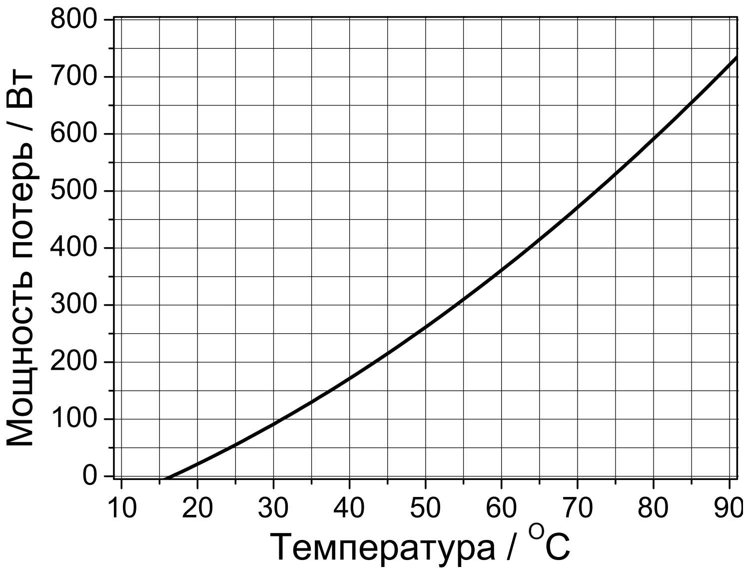
За определение положения каждого шара с точностью не хуже 10 % от расстояния между точками №1 и №2 ставится по + 2 балла. Если ошибка (расстояние от «истинного» положения) составляет 30 % от расстояния между точками №1 и №2, то баллы за получение ответа не ставятся.

Если пользоваться координатным методом и принять размер длинного борта за единицу длины, то координаты первого шара относительно левого нижнего угла будут равны примерно 0.35 по горизонтали и 0.08 по вертикали. У второго шара координаты в этой же системе координат составят 0.11 и 0.1.

4) Пустой бак начинают заполнять водой, заливая в него по одному ведру горячей воды (10 л, 70 ^{o}C) каждый час. Собственная теплоемкость бака пренебрежимо мала, но зато происходит теплообмен между налитой в него жидкостью и окружающей средой. Зависимость количества тепловой энергии, отдаваемой жидкостью в окружающую среду каждую секунду (мощность тепловых потерь), от температуры жидкости приведена на графике.

Используя приведенный график, постройте, тоже в виде графика, *примерную (но, по возможности, поточнее)* зависимость температуры залитой в бак жидкости от времени в течение 2.5-3 часов, считая от момента заливания первого ведра.

Указание: полезно сначала составить таблицу, в которую занести результаты расчетов температуры через каждые, например, 20 минут.

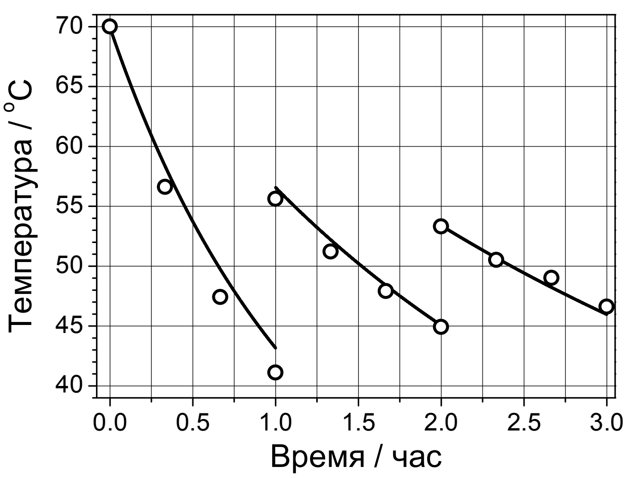


Решение: Таблица, составление которой рекомендовано в формулировке задачи, может выглядеть следующим образом:

Время / минуты	T, температура в начале интервала / ^{o}C	N, мощность потерь / Вт	ΔQ, полные потери за 20 минут/кДж	ΔT, изменение температуры за 20 минут / ^{o}C
0	70	470	564	13.4 (m=10 кг)
20	70-13.4 = 56.6	320	384	9.2
40	56.6-9.2 = 47.4	220	264	6.3
60 (до добав-ления воды)	47.4-6.3 = 41.1	-	-	-
60 (после добавления)	(41.1+70)/2≈ 55.6	310	372	4.4 (m=20 кг)
80	55.6-4.4 = 51.2	260	276	3.3
100	47.9	220	264	3.1
120 (до)	44.9	-	-	-
120 (после)	(2·44.9+70)/3≈ 53.3	290	348	2.8 (m=30 кг)
140	50.5	260	312	2.5
160	49	250	300	2.4
180	46.6	...	...	...

Величина мощности потерь N для заданной температуры T определялась по графику и считалась постоянной в течение всего интервала длительностью Δt=1200сек (это несколько

завышает потери). Количество энергии, отданное водой в процессе теплообмена, определялась как $\Delta Q=N\cdot\Delta t$.
Изменение температуры воды за этот интервал рассчитывалось как $\Delta T=\Delta Q/(mC)$, где m – масса залитой к данному моменту воды, C – удельная теплоемкость воды. Температура воды в баке в начале следующего расчетного интервала считалась равной T-ΔT.

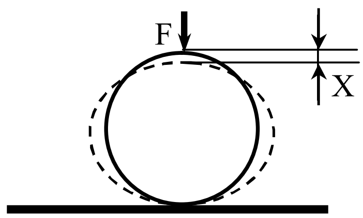


Температура воды после добавления новой порции горячей воды рассчитывалась в соответствии с уравнением теплового баланса $m_1\cdot T_1+m_2\cdot T_2=(m_1+m_2)\cdot T_x$
Рассчитанные таким образом значения температуры воды в зависимости от времени приведены на графике справа. На этом же графике линиями показано точное решение.

Отметим, что в таблицу результаты промежуточных вычислений заносятся с некоторым превышением точности (лишняя значащая цифра) с тем, чтобы уменьшить влияние накопления ошибок при многократных расчетах.

При качественно верном графике, на котором отражено остывание воды с разной скоростью и скачки температуры при добавлении горячей воды, ставится 3 балла. Если при расчете брался интервал длительностью 1 час, то, при отсутствии грубых расчетных ошибок, ставится 5 баллов. Если приведенная в качестве решения зависимость температуры от времени отличается от «точных» значений не более чем на 3 градуса, то ставится 10 баллов. Если на некоторых промежутках отличие превышает 3 градуса, то ставится 8 баллов, если отличия превышают 5 градусов, то ставится всего 5 баллов.

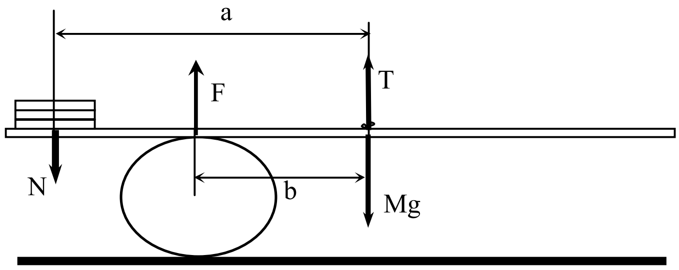
5) В этой задаче предлагается провести исследование упругих свойств бумажной трубы и определить коэффициент жесткости трубы при небольших деформациях. Для этого нужно взять лист хорошей, ровной бумаги и свернуть его, склеив или скрепив иным образом концы. Положить получившуюся трубу на бок и измерить зависимость смещения стенки цилиндра от внешней силы, которая действует сверху вниз. Способ прикладывания известной переменной силы - размещение разных грузов, использование рычагов и т.п. – выбирайте самостоятельно. Важно описать использованную процедуру в решении и привести фотографию установки. При решении задачи можно считать известным массу монеты достоинством 2 рубля (образца 1997 г.) – 5.1 г. Массу других использованных грузов, если это не калиброванные гири, следует определить экспериментально, используя двухрублевые монеты. Надо провести измерения для бумажных труб двух разных размеров. Можно, например, взять лист А4, его половину, два листа и т.п. Будет очень полезно также привести кратко описание того, что удалось наблюдать во время проведений измерений.



Решением является *фотография установки*, *график*, на котором точками отмечены *результаты измерений X(F) для не менее чем 5-ти* независимых измерений величины деформации трубы для каждого из использованных размеров. Кроме этого, надо привести среднее значение коэффициента жесткости для каждой трубы, *если* измерения покажут, что это понятие имеет смысл использовать.

Решение: для измерений было изготовлено два бумажных цилиндра. Для каждого из цилиндров использовался один лист формата А4 плотностью либо 80 г/м^2, либо 200 г/м^2, который склеивался короткими сторонами. Цилиндр приклеивался к плоскому основанию по линии касания узкой полоской клея.

Для прикладывания плавно регулируемой силы к поверхности цилиндра использовались монеты достоинством 2 руб. и достаточно жесткая линейка. Линейка подвешивалась на нити за центр масс с тем, чтобы не учитывать эффекты, связанные с ее собственным весом (Mg на рисунке). Монеты размещались на линейке, как проиллюстрировано на рисунке. Высота подвеса регулировалась так, чтобы при измерениях линейка была горизонтальна.



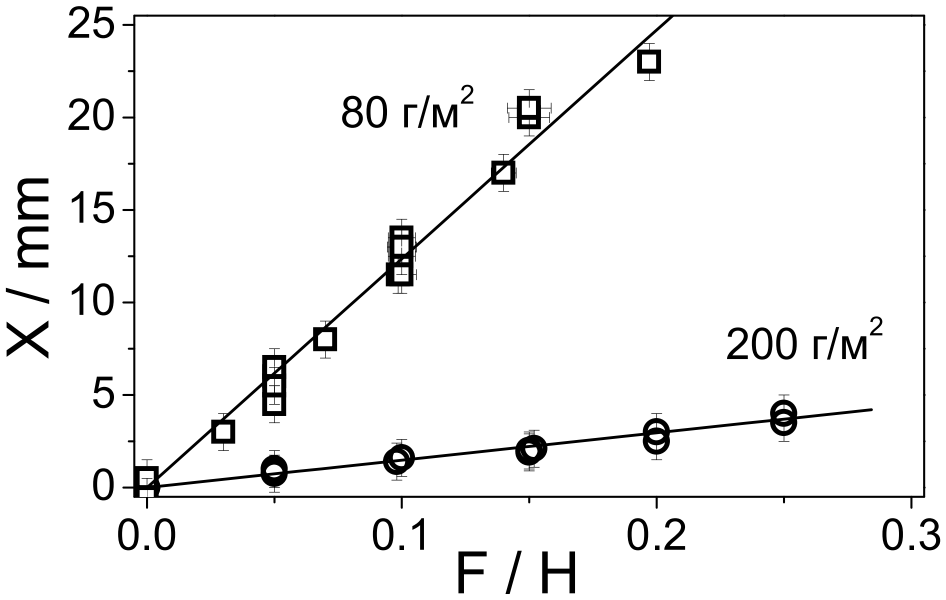
На рисунке показаны внешние силы, приложенные к линейке со стороны других тел и Земли. Условие равновесия линейки, записанное относительно точки подвеса, имеет вид:

$$N \cdot a = F \cdot b, \quad \text{т.е.} \quad F = N \cdot a/b.$$

Здесь N – величина силы, действующей на линейку со стороны монет (в данной ситуации совпадает с величиной силы тяжести $n \cdot mg$, действующей на n монет массой m каждая), F – величина силы, действующей на линейку со стороны цилиндра (совпадает с величиной силы, приложенной к поверхности цилиндра). a и b - расстояния от точки подвеса линейки до места расположения центров монет и точки касания линейки и цилиндра, соответственно. При горизонтальном расположении линейки эти расстояния совпадают с расстояниями до линий действия сил N и F, т.е. равны плечам этих сил. Значения a и b определялись непосредственно по этой же линейке.

Величина деформации бумажного цилиндра определялась другой линейкой, устанавливаемой вертикально рядом с верхним краем цилиндра, как справа, так и слева. В качестве величины деформации X бралось среднее арифметическое смещений обоих краев цилиндра.

При измерениях было установлено, что деформация цилиндров не является совершенно упругой – после первого измерения при максимальной использованной нагрузке цилиндры оставались сплющенными на 1-2 мм по вертикали по сравнению со своим исходным размером. Однако при последующих измерениях остаточные деформации при полной разгрузке не превышали точности измерений высоты лежащего на боку цилиндра (1 мм). Результаты измерений, полученные после первого цикла нагрузка-разгрузка, приведены на рисунке ниже. Величина силы F рассчитывалась, исходя из числа и положения монет, как описано выше.



Величина деформации в исследованном диапазоне нагрузок оказывается примерно пропорциональной величине приложенной силы. Таким образом, можно ввести независящий от нагрузки коэффициент упругости или жесткость цилиндра, который связывает величину приложенной силы и деформацию тела: F=kX.

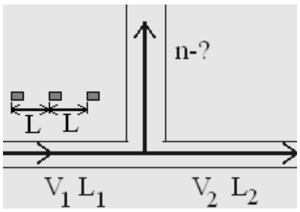
Линейная аппроксимация данных, т.е. приближение линейной зависимостью, дает, что в случае бумаги с плотностью 80 г/м^2 среднее значение k для цилиндра составляет 8.1 Н/м (±0.8 Н/м), а в случае более плотной бумаги k=68 Н/м (±10 Н/м).

Если в качестве ответа приводятся значения жесткости в несистемных единицах, например, «г/мм», то снимается 1 балл.

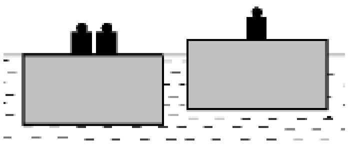
Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017

9 класс

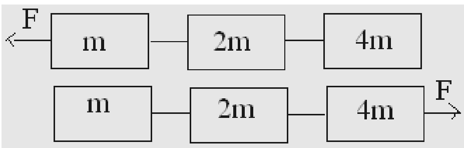
Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. По улице с односторонним движением до моста автомобили едут со скоростью V_1 = 36 км/час на расстоянии L_1 = 10 м друг от друга, а после моста со скоростью V_2 = 72 км/час на расстоянии L_2 = 24 м. Сколько автомобилей в минуту сворачивают на мост? Направление движения по улице и мосту указаны на рисунке, там же указано, что понимается под расстоянием L между автомобилями.



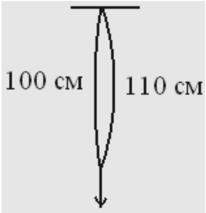
2. Если на плавающем бруске стоят две гири массы m каждая, то его верхняя грань находится точно на уровне воды. Когда одну гирю сняли, то над водой оказалась 1/5 объёма бруска. Какова масса бруска?



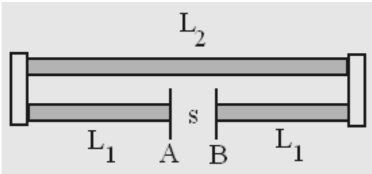
3. Тела массой m, 2m и 4m связаны нерастяжимыми нитями. В первом случае силу F прикладывают к телу m, во втором – к телу 4m. Во сколько раз сила натяжения нити между m и 2m в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

4. Автомобиль начал тормозить с постоянным ускорением и остановился через время T = 15 с. За первые t = 5 с торможения он проехал расстояние L = 50 м, Найдите величину ускорения в м/с^2.

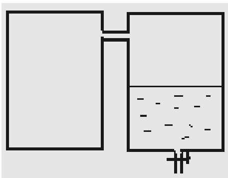
5. Камень бросили с начальной скоростью v_o = 10 м/с, в верхней точке траектории его скорость v_1 = 6 м/с. Каково время подъёма камня в секундах? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2, влиянием воздуха пренебречь.



6. Оба конца лёгкого упругого резинового шнура привязали к потолку. Затем к нему прикрепили лёгкий крюк для подвески грузов. В ненатянутом состоянии длина шнура справа от крюка L_1 = 110 см больше длины шнура L_2 = 100 см слева от крюка. При подвеске груза массой m = 2,2 кг левая часть шнура растянулась до длины L_1 = 110 см. При какой массе груза M в кг обе части шнура растянутся до длины L_3 = 120 см?

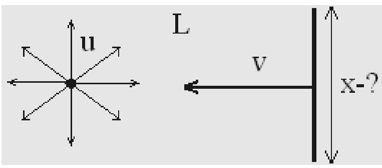


7. Зеркала A и B установлены на концах платиновых стержней, другие концы которых скреплены с концами иридиевого стержня так, что при тепловом расширении они движутся совместно. Длина твёрдых тел зависит от температуры: $L = L_o(1 + \alpha t)$, здесь L длина при температуре t в градусах Цельсия, L_o длина при температуре 0^o C, α коэффициент линейного расширения. Для платины коэффициент линейного расширения $\alpha_1 = 8{,}9\cdot10^{-6}$ 1/град, а для иридия $\alpha_2 = 6{,}5\cdot10^{-6}$ 1/град. Какой длины при 0^o C должны быть платиновые и иридиевый стержни, чтобы расстояние между зеркалами оставалось неизменно с изменением температуры и было равно s = 20 см? Ответ привести в см.

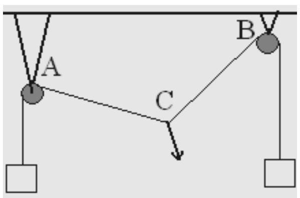


8. Закрытые сосуды соединены трубкой, в левом только воздух, правый частично заполнен водой. Из правого сосуда через кран снизу вылили объём V_1 = 10 л воды, тогда масса воздуха в левом сосуде уменьшилась на m_1 = 3 г. Когда объём вылитой воды стал V_2 = 20 л, уменьшение массы воздуха в левом сосуде составило m_2 = 5,5 г. Найдите начальный объём воздуха литрах.

Воздух равномерно заполняет доступный ему объём.



9. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью v. Когда сеть приблизилась на расстояние L к небольшой стайке рыб, они бросилась врассыпную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью u (u < v). При какой наименьшей ширине сети все рыбы стайки попадут в сеть ?



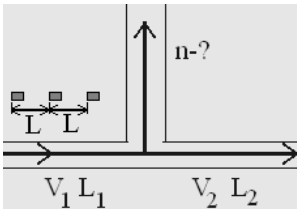
10. С помощью верёвки и неподвижных блоков A и B рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью v. Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку C верёвки между блоками (AC = BC). Какова величина скорости точки C в момент, когда отрезок веревки AC направлен под углом $\alpha = 80^o$ к вертикали, а BC – под углом $\beta = 40^o$? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

№ задачи	Ответ
1.	**10**
2.	**3m**
3.	**6**
4.	0,8
5.	0,816
6.	6,4
7.	27,1; 74,2
8.	**100**
9.	$2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$
10.	2v; 20^o

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
9 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

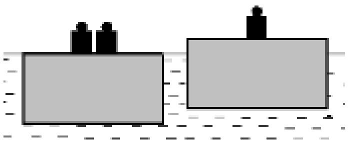


1. По улице с односторонним движением до моста автомобили едут со скоростью V_1 = 36 км/час на расстоянии L_1 = 10 м друг от друга, а после моста со скоростью V_2 = 72 км/час на расстоянии L_2 = 24 м. Сколько автомобилей в минуту сворачивают на мост? Направление движения по улице и мосту указаны на рисунке, там же указано, что понимается под расстоянием L между автомобилями.

Возможное решение

$n = V_1/L_1 - V_2/L_2$ = 36000/10 – 72000/24 = 600 1/час = 10 1/мин.

Ответ: 10

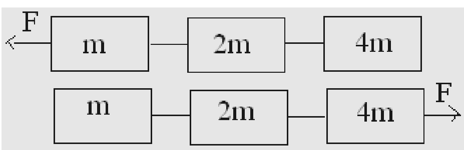


2. Если на плавающем бруске стоят две гири массы m каждая, то его верхняя грань находится точно на уровне воды. Когда одну гирю сняли, то над водой оказалась 1/5 объёма бруска. Какова масса бруска?

Возможное решение

Обозначим искомую массу M, объём брускаV, плотность воды ρ. Из закона Архимеда в первом и втором случаях имеем: $2m + M = \rho V$; $m + M = 4\rho V/5$. Откуда $M = 3m$.

Ответ: 3m или M = 3m.



3. Тела массой m, 2m и 4m связаны нерастяжимыми нитями. В первом случае силу F прикладывают к телу m, во втором – к телу 4m. Во сколько раз сила натяжения нити между m и 2m в первом случае больше, чем во втором? Других внешних сил нет.

Возможное решение

Из 2-го закона Ньютона в применении ко всей системе $7ma = F$, где ускорение a одинаково в 1-м и 2-м случае. Применим с учётом направления ускорения 2-й закон Ньютона в 1-м случае к системе из тел 2m и 4m: $6ma = T_1$, где T_1 натяжение указанной нити. Во 2-м случае применение 2-го закона даёт: $ma = T_2$. Отсюда $T_1/T_2 = 6$.

Ответ: 6 или $T_1/T_2 = 6$

4. Автомобиль начал тормозить с постоянным ускорением и остановился через время T = 15 с. За первые t = 5 с торможения он проехал расстояние L = 50 м, Найдите величину ускорения в м/с^2.

Возможное решение

Если начальная скорость v, а ускорение торможения a, то v = aT. Перемещение за время t выразим через начальную скорость и ускорение торможения L = vt – at^2/2. Отсюда v = at/2 + L/t. Сравнивая два выражения для v найдём a = 2L/t(2T – t) = 0,8 м/с^2.

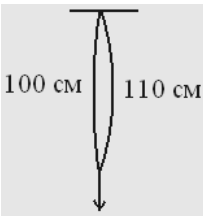
Ответ: 0,8 или a = 0,8 м/с^2.

5. Камень бросили с начальной скоростью v_o = 10 м/с, в верхней точке траектории его скорость v_1 = 6 м/с. Каково время подъёма камня в секундах? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2, влиянием воздуха пренебречь.

Возможное решение

В верхней точке скорость по вертикали нулевая. Горизонтальная скорость неизменна и равна v_1. Начальная вертикальная скорость v_2 найдётся из соотношения $v_1^2 + v_2^2 = v_o^2$ (теорема Пифагора), v_2 = 8 м/с. Время подъёма это время уменьшения вертикальной скорости до нуля: t = v_2/g = 0,816 с.

Ответ: 0,816 или 0,816 с.



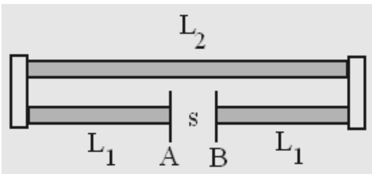
6. Оба конца лёгкого упругого резинового шнура привязали к потолку. Затем к нему прикрепили лёгкий крюк для подвески грузов. В ненатянутом состоянии длина шнура справа от крюка L_1 = 110 см больше длины шнура L_2 = 100 см слева от крюка. При подвеске груза массой m = 2,2 кг левая часть шнура растянулась до длины L_1 = 110 см. При какой массе груза M в кг обе части шнура растянутся до длины L_3 = 120 см?

Возможное решение

В первом случае растянут только левый шнур. Из закона Гука и условия равновесия имеем mg = $k_2(L_1 – L_2)$. **Во** втором случае растянуты оба шнура, тогда Mg = $k_2(L_3 – L_2) + k_1(L_3 – L_1)$. При той же нагрузке участки шнура одинаковой длины в недеформированном состоянии растягиваются одинаково, отсюда находим связь жесткостей $k_1L_1 = k_2L_2$.

M = m[$(L_3 – L_2)/(L_1 – L_2) + L_2(L_3 – L_1)/L_1(L_1 – L_2)$] = 6,4 кг.

Ответ: 6,4 кг или 6,4

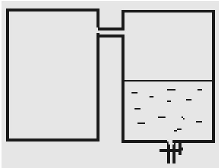


7. Зеркала A и B установлены на концах платиновых стержней, другие концы которых скреплены с концами иридиевого стержня так, что при тепловом расширении они движутся совместно. Длина твёрдых тел зависит от температуры: L = $L_o(1 + \alpha t)$, здесь L длина при температуре t в градусах Цельсия, L_o длина при температуре 0^o C, α коэффициент линейного расширения. Для платины коэффициент линейного расширения $\alpha_1 = 8{,}9\cdot10^{-6}$ 1/град, а для иридия $\alpha_2 = 6{,}5\cdot10^{-6}$ 1/град. Какой длины при 0^o C должны быть платиновые и иридиевый стержни, чтобы расстояние между зеркалами оставалось неизменно с изменением температуры и было равно s = 20 см? Ответ привести в см.

Возможное решение

Условие неизменности расстояния между зеркалами $2L_1\alpha_1 = L_2\alpha_2$; выражение для расстояния между зеркалами $L_2 - 2L_1 = s$. Отсюда находим, что $L_1 = s\alpha_2/2(\alpha_1 - \alpha_2) = 27{,}1$ см; $L_2 = s\alpha_1/(\alpha_1 - \alpha_2) = 74{,}2$ см.

Ответ: 27,1; 74,2.



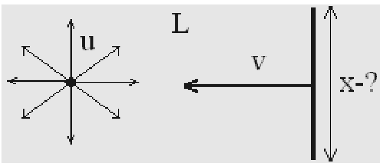
8. Закрытые сосуды соединены трубкой, в левом только воздух, правый частично заполнен водой. Из правого сосуда через кран снизу вылили объём $V_1 = 10$ л воды, тогда масса воздуха в левом сосуде уменьшилась на $m_1 = 3$ г. Когда объём вылитой воды стал $V_2 = 20$ л, уменьшение массы воздуха в левом сосуде составило $m_2 = 5{,}5$ г. Найдите начальный объём воздуха в литрах.

Воздух равномерно заполняет доступный ему объём.

Возможное решение

Пусть общая масса воздуха M, начальный его объём V_o, объём левого сосуда V. Равномерное заполнение означает, что плотность воздуха по всему объёму одна и та же. Начальная масса воздуха в левом сосуде $M_o = MV/V_o$. После выливания $V_1 = 10$ л воды общий объём воздуха станет $V_o + V_1$, его плотность $M/(V_o + V_1)$, а оставшаяся в левом сосуде масса $M_1 = MV/(V_o + V_1)$. $m_1 = M_o - M_1$, и $m_1 = MVV_1/V_o(V_o + V_1)$. Аналогично $m_2 = MVV_2/V_o(V_o + V_2)$. Разделив одно выражение на другое исключим неизвестные велличины M и V и получим уравнение для V_o: $m_1V_2/(V_o + V_2) = m_2V_1/(V_o + V_1)$. И окончательно $V_o = (m_2 - m_1)V_1V_2/(m_1V_2 - m_2V_1) = 100$ л.

Ответ: 100.

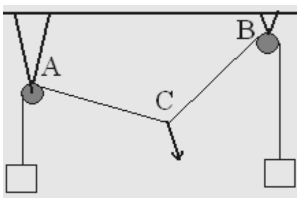


9. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью v. Когда сеть приблизилась на расстояние L к небольшой стайке рыб, они бросилась врассыпную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью u (u < v). При какой наименьшей ширине сети все рыбы стайки попадут в сеть ?

Возможное решение

В системе отсчёта «Сеть» скорость рыб равна векторной сумме скорости –**v** и скорости рыб в исходной системе. Для наибольшего угла α, образуемого суммой скоростей с направлением v, имеем $sin\alpha = u/v$. Так как $x/2 = L\,tg\alpha$; то выражая тангенс через синус получим $x = 2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$.

Ответ: $2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$.



10. С помощью верёвки и неподвижных блоков A и B рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью v. Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку C верёвки между блоками (AC = BC). Какова величина скорости точки C в момент, когда отрезок веревки AC направлен под углом $\alpha = 80^o$ к вертикали, а BC – под углом $\beta = 40^o$? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?

Возможное решение

Средняя точка С движется по срединному перпендикуляру к отрезку АВ, а то есть по биссектрисе угла с вершиной С. В указанный момент времени угол АСВ = 120^o, а углы между искомой скоростью u и наклонными участками верёвки одинаковы и равны $\varphi = (\alpha + \beta)/2 = 60^o$. Из нерастяжимости верёвки скорость увеличения длины наклонных участков равны скорости грузов v. С другой стороны это проекция скорости u на направление этих участков, то есть $v = u\cos\varphi$, и $u = v/\cos\varphi = 2v$ в указанный момент. Искомый угол это угол между биссектриссой и вертикалью $\theta = (\alpha - \beta)/2 = 20^o$.

Ответ: 2v; 20^o.

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
10 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

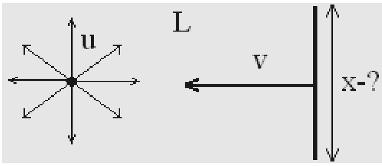
2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на $\Delta m = 1{,}10$ г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

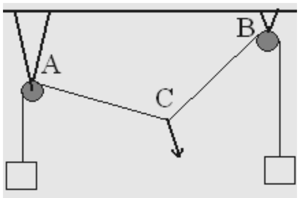
4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^o$ к горизонтали. При пролёте расстояния L = 4 м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^o$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: $a_1 = 5g$. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

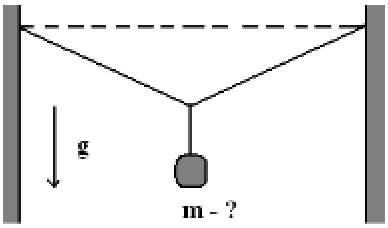
6. При давлении 760 мм ртутного столба и температуре 0°C в литровой банке содержится 1,293 г воздуха. Какова масса воздуха в банке (в граммах), если его температура стала 27,3°C, а давление 750 мм ртутного столба?



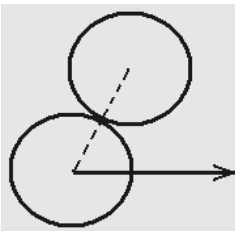
7. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью v. Когда сеть приблизилась на расстояние L к небольшой стае рыб, они бросилась врассыпную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью u (u < v). При какой ширине сети все рыбы попадут в неё?



8. С помощью верёвки и неподвижных блоков A и B рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью v. Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку C верёвки между блоками (AC = BC). Какова величина скорости точки C в момент, когда отрезок веревки AC направлен под углом $\alpha = 80^\circ$ к вертикали, а BC – под углом $\beta = 40^\circ$? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?



9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения $\varepsilon = 0,5\%$. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите (в кг) массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.



10. На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью v другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью u = v/2. Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость v с отрезком, соединяющим центры шаров?

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

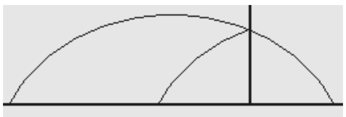
№ задачи	Ответ
1.	**$tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L**
2.	1,80 г или 1,80
3.	$(M+m)g(tg\alpha + \mu)$
4.	$Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20 или 5,20 м
5.	7g; 6P; 4P.
6.	1,16 или 1,16 г
7.	$2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$
8.	2v; 20°.
9.	12 или 12 кг.
10.	60°

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
10 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

Возможное решение



На рис. справа указана траектория мяча до удара и после удара при возвращении на ту же горизонталь. Второй участок получается отражением продолжения траектории за стеной. Раз мяч вернулся в точку броска, то удар о стену произошел в верхней точке траектории. Тогда вертикальная скорость в момент броска равна $v_y = gt$, а горизонтальная $v_x = L/t$. Откуда для искомого угла $tg\alpha = v_y/v_x = gt^2/L$.

Ответ: $tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на $\Delta m = 1{,}10$ г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

Возможное решение

Увеличение массы за промежуток между взвешиваниями происходит за счёт замещения вышедшего водяного пара воздухом, тогда $\Delta m = m_o - m$; где m_o масса вошедшего воздуха, а m масса вышедшего пара. При постоянных температуре, давлении и объёме суммарное число молей в баке неизменно. Тогда $m_o/\mu_o = m/\mu$. Для воздуха молярная масса $\mu_o = 29$ г; для воды $\mu = 18$. Отсюда $m = \Delta m\mu/(\mu_o - \mu) = 1{,}1\cdot 18/(29 - 18) = 1{,}80$ г.

Ответ: 1,80

3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

Возможное решение

В граничном случае ускорения тела и клина одинаковы и направлены по горизонтали. Вертикальная составляющая силы реакции между клином и телом $N\cos\alpha = mg$, а из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения тела имеем $ma = N\sin\alpha$, откуда $a = g\,tg\alpha$. Сила нормального давления со стороны пола $N_1 = Mg + N\cos\alpha = (M+m)g$, а сила трения $f = \mu(M+m)g$, из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения клина имеем $Ma = F - N\sin\alpha - f$. Откуда $F = (M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

Ответ: $(M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^o$ к горизонтали. При пролёте расстояния $L = 4$ м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^o$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

Возможное решение

Обозначим горизонтальную и вертикальную проекцию начальной скорости v_x и v_y, $v_y = v_x tg\alpha$. Горизонтальная скорость неизменна и тогда $L = v_x t$, где t время пролёта. Вертикальная скорость за это время уменьшится на gt и станет равной $v_x tg\beta$, откуда $v_x(tg\alpha - tg\beta) = gt$. Из этих двух уравнений исключим время и получим $v_x^2 = gL/(tg\alpha - tg\beta)$. Из сохранения энергии или кинематики выразим через начальную вертикальную скорость наибольшую высоту подъёма $H = v_y^2/2g$. Окончательно $H = L\,tg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$, а числовое значение высоты $H = 5{,}20$ м.

Ответ: $L\,tg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20

5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: $a_1 = 5g$. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

Возможное решение

Вес груза $P = mg$, где m его масса. Пусть жёсткость шнура k, а наибольшее растяжение пружины x (тогда и ускорение максимально). В этом случае из второго закона Ньютона имеем: $ma_1 = kx - mg$; а из сохранения энергии (скорость вначале и конце нулевая) $kx^2/2 = mg(L + x)$. Отсюда $(a_1/g)^2 = 1 + 2kL/P$. Для груза половинного веса аналогично получим $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P$. Поскольку $a_1 = 5g$, то $2kL/P = 24$; тогда $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P = 49$ и $a_2 = 7g$. Из применения 2-го закона Ньютона находим и наибольшие натяжения в этих случаях $T_1 = mg + ma_1 = 6P$; $T_2 = mg/2 + ma_2/2 = 4P$.

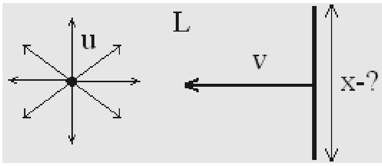
Ответ: 7g; 6P; 4P.

6. При давлении 760 мм ртутного столба и температуре 0^oC в литровой банке содержится 1,293 г воздуха. Какова масса воздуха в банке (в граммах), если его температура стала $27{,}3^oC$, а давление 750 мм ртутного столба?

Возможное решение

Из уравнения состояния идеального газа имеем $P_oV = (m_o/\mu)RT_o$; $PV = (m/\mu)RT_o$; $m = m_oPT_o/P_oT = 1{,}293\cdot(75/76)(10/11) \cong 1{,}16$ г.

Ответ: 1,16

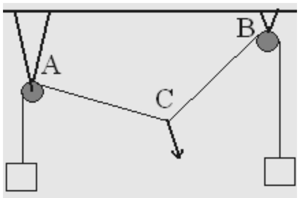


7. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью v. Когда сеть приблизилась на расстояние L к небольшой стае рыб, они бросилась врассыпную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью u (u < v). При какой ширине сети все рыбы попадут в неё?

Возможное решение

В системе отсчёта «Сеть» скорость рыб равна векторной сумме скорости $-\mathbf{v}$ и скорости рыб в исходной системе. Для наибольшего угла α, образуемого суммой скоростей с направлением v, имеем $sin\alpha = u/v$. Так как $x/2 = Ltg\alpha$; то выражая тангенс через синус получим $x = 2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$.

Ответ: $2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$.

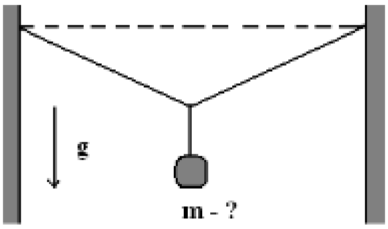


8. С помощью верёвки и неподвижных блоков A и B рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью v. Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку C верёвки между блоками (AC = BC). Какова величина скорости точки C в момент, когда отрезок веревки AC направлен под углом $\alpha = 80^o$ к вертикали, а BC – под углом $\beta = 40^o$? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?

Возможное решение

Средняя точка C движется по срединному перпендикуляру к отрезку AB, а то есть по биссектрисе угла с вершиной C. В указанный момент времени угол ACB = 120º, а углы между искомой скоростью u и наклонными участками верёвки одинаковы и равны $\varphi = (\alpha + \beta)/2 = 60^o$. Из нерастяжимости верёвки скорость увеличения длины наклонных участков равны скорости грузов v. С другой стороны это проекция скорости u на направление этих участков, то есть $v = u cos\varphi$, и $u = v/cos\varphi = 2v$ в указанный момент. Искомый угол это угол между биссектрисой и вертикалью $\theta = (\alpha - \beta)/2 = 20^o$.

Ответ: 2v; 20º.



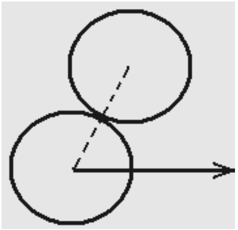
9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения $\varepsilon = 0{,}5\%$. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.

Возможное решение

Нить рвётся во 2-м случае при том же относительном удлинении $\varepsilon = 0{,}5\cdot10^{-2}$ и том же натяжении $T = Mg$. Подвесим груз к середине нити. Пусть длина нити 2L, удлинение половины нити x, а смещение середины нити по вертикали h.

Из равновесия сил по вертикали находим $m = 2Mh/(L + x)$. Из теоремы Пифагора имеем $h^2 = 2Lx + x^2$. Так как $x = \varepsilon L$, то $m = 2M\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}/(1 + \varepsilon) \cong 2M\sqrt{2\varepsilon} =$ 12 кг.

Ответ: 12



10. На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью v другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью $u = v/2$. Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость v с отрезком, соединяющим центры шаров?

Возможное решение

Пусть координатная ось OX направлена по отрезку, соединяющему центры шаров в момент столкновения, а OY – перпендикулярно ей по касательной к поверхности шаров.

Для гладких шаров составляющая силы вдоль касательной нулевая. Поэтому при столкновении проекции скоростей на касательную не изменятся, у налетающего шара она останется равной v_y, а у исходно покоящегося нулевой. Таким образом конечная скорость второго шара $u = v/2$ направлена по оси OX.

Из сохранения импульса по оси OX имеем $mv_x = mv_x` + mv/2$ или $v_x = v_x` + v/2$. Из сохранения энергии с учётом неизменности проекций скоростей на ось OY получим $v_x^2 = v`_x^2 + (v/2)^2$. Из последних двух уравнений находим $v_x` = 0$, $v_x = v/2$.

Для искомого угла φ $cos\varphi = v_x/v = 1/2$, а тогда $\varphi = 60^o$.

Ответ: 60^o.

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
11 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, обязательно округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на $\Delta m = 1,10$ г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

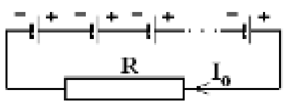
3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^o$ к горизонтали. При пролёте расстояния L = 4 м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^o$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

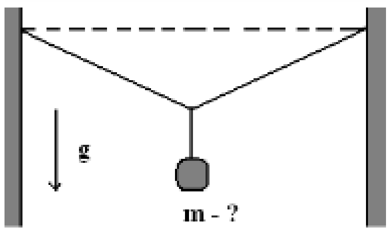
5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: a_1 = 5g. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

6. Три точечных заряда величиной q, q и – q находятся в вершинах равностороннего треугольника на расстоянии R друг от друга. Первые два заряда удерживают, а третий отпускают. Определите расстояния от третьего заряда – q до первых двух в момент, когда его скорость равна половине наибольшей. Внешние воздействия отсутствуют.

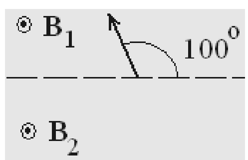
7. Вертикальный теплоизолированный цилиндр заполнен гелием и перекрыт сверху поршнем без трения, к которому подвешен небольшой кусок льда при температуре 0° С. После установления равновесия часть льда растаяла, но высота поршня над дном осталась прежней. Найдите эту высоту в случае а) лёд находится вблизи дна, но не касается дна и воды, б) лёд находится вблизи поршня. Удельная теплота плавления льда λ, изменением объема при таянии пренебречь.



8. Одинаковые батарейки, соединенные последовательно, дают в нагрузке с сопротивлением R ток I_o. Если одну батарейку закоротить, то ток в нагрузке $I_1 = 35I_o/36$. Если вместо этого одну батарейку включить с другой полярностью, то ток в нагрузке $I_2 = 2I_o/3$. Найдите число батареек и ЭДС каждой.



9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения $\varepsilon = 0{,}5\%$. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите в кг массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.



10. Выше и ниже плоской границы раздела вектора магнитной индукции B_1 и B_2 параллельны и направлены на Вас по нормали к плоскости рисунка. Протон, скорость которого перпендикулярна направлению магнитного поля, пересекает границу раздела под углом $\alpha = 100°$. Найдите отношение B_2/B_1, если время движения в области выше плоскости раздела равно времени движения в области ниже этой плоскости.

11. В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

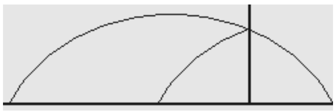
№ задачи	Ответ
1.	$tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L
2.	1,80 или 1,80 г
3.	$(M+m)g(tg\alpha + \mu)$
4.	$Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20 или 5,20 м
5.	7g; 6P; 4P
6.	0,8R
7.	$2\lambda/3g$; $2\lambda/5g$
8.	6; $7I_oR/6$
9.	12 или 12 кг
10.	$B_2/B_1 = 0,8$ или 0,8

Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников
2016-2017
11 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, обязательно округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

1. Мяч вернулся в место броска через время t после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены L? Ускорение свободного падения g, сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

Возможное решение



На рис. указана траектория мяча до и после удара при возвращении на ту же горизонталь. Второй участок получается отражением продолжения траектории за стеной. Раз мяч вернулся в точку броска, то удар о стену произошел в верхней точке траектории. Тогда вертикальная скорость в момент броска $v_y = gt$, а горизонтальная $v_x = L/t$. Откуда для искомого угла $tg\alpha = v_y/v_x = gt^2/L$.

Ответ: $tg\alpha = gt^2/L$ или gt^2/L

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на $\Delta m = 1{,}10$ г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями**?**

Возможное решение

Увеличение массы за промежуток между взвешиваниями происходит за счёт замещения вышедшего водяного пара воздухом, тогда $\Delta m = m_o - m$; где m_o масса вошедшего воздуха, а m масса вышедшего пара. При постоянных температуре, давлении и объёме суммарное число молей в баке неизменно. Тогда $m_o/\mu_o = m/\mu$. Для воздуха молярная масса $\mu_o = 29$ г; для воды $\mu = 18$. Отсюда $m = \Delta m\mu/(\mu_o - \mu) = 1{,}1\cdot18/(29 - 18) = 1{,}80$ г.

Ответ: 1,80

3. Клин массы M с углом α при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы m. Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения g, трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом μ.

Возможное решение

В граничном случае ускорения тела и клина одинаковы и направлены по горизонтали. Вертикальная составляющая силы реакции между клином и телом $N\cos\alpha = mg$, а из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения тела имеем $ma = N \sin\alpha$, откуда $a = g\,tg\alpha$. Сила нормального давления со стороны пола $N_1 = Mg + N\cos\alpha = (M+m)g$, а сила трения $f = \mu(M+m)g$, из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения клина имеем $Ma = F - N \sin\alpha - f$. Откуда $F = (M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

Ответ: $(M+m)g(tg\alpha + \mu)$.

4. Камень бросили под углом $\alpha = 60^o$ к горизонтали. При пролёте расстояния $L = 4$ м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до $\beta = 30^o$. На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

Возможное решение

Обозначим горизонтальную и вертикальную проекцию начальной скорости v_x и v_y, $v_y = v_x tg\alpha$. Горизонтальная скорость неизменна и тогда $L = v_x t$, где t время пролёта. Вертикальная скорость за это время уменьшится на gt и станет равной $v_x tg\beta$, откуда $v_x (tg\alpha - tg\beta) = gt$. Из этих двух уравнений исключим время и получим $v_x^2 = gL/(tg\alpha - tg\beta)$. Из сохранения энергии или кинематики выразим через начальную вертикальную скорость наибольшую высоту подъёма $H = v_y^2/2g$. Окончательно $H = L tg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$, а числовое значение высоты $H = 5{,}20$ м.

Ответ: $L tg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$; 5,20

5. Упругий резиновый шнур прикреплён к потолку. К другому концу привязан груз веса P. Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза a_1 оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения: $a_1 = 5g$. Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

Возможное решение

Вес груза $P = mg$, где m его масса. Пусть жёсткость шнура k, а наибольшее растяжение пружины x (тогда и ускорение максимально). В этом случае из второго закона Ньютона имеем: $ma_1 = kx - mg$; а из сохранения энергии (скорость вначале и конце нулевая) $kx^2/2 = mg(L + x)$. Отсюда $(a_1/g)^2 = 1 + 2kL/P$. Для груза половинного веса аналогично получим $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P$. Поскольку $a_1 = 5g$, то $2kL/P = 24$; тогда $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P = 49$ и $a_2 = 7g$. Из применения 2-го закона Ньютона находим и наибольшие натяжения в этих случаях $T_1 = mg + ma_1 = 6P$; $T_2 = mg/2 + ma_2/2 = 4P$.

Ответ: 7g; 6P; 4P.

6. Три точечных заряда величиной q, q и – q находятся в вершинах равностороннего треугольника на расстоянии R друг от друга. Первые два заряда удерживают, а третий отпускают. Определите расстояния от третьего заряда – q до первых двух в момент, когда его скорость равна половине наибольшей. Внешние воздействия отсутствуют.

Возможное решение

Третий заряд движется по средней линии, расстояния r от него до первых двух одинаковы. Из сохранения энергии: $-2kq^2/R = mv^2/2 - 2kq^2/r$. Поэтому наибольшая скорость при наименьшем r, $r_{min} = R/2$. Тогда для наибольшей скорости $mv_{max}^2/2 = 2kq^2/R$, а для скорости $u = v_{max}/2$ кинетическая энергия $mu^2/2 = kq^2/2R$. Для искомого расстояния r сохранение энергии даёт: $-2kq^2/R = mu^2/2 - 2kq^2/r$. После подстановок получим $r = 4R/5 = 0{,}8R$.

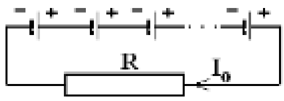
Ответ: 0,8R

7. Вертикальный теплоизолированный цилиндр заполнен гелием и перекрыт сверху поршнем без трения, к которому подвешен небольшой кусок льда при температуре 0° С. После установления равновесия часть льда растаяла, но высота поршня над дном осталась прежней. Найдите эту высоту в случае а) лёд находится вблизи дна, но не касается дна и воды, б) лёд находится вблизи поршня. Удельная теплота плавления льда λ, изменением объема при таянии пренебречь.

Возможное решение

Обозначим массу растаявшего льда m. Теплота, затраченная на плавление льда $Q = \lambda m$ равна изменению внутренней энергии газа $3V\Delta P/2$. Отсюда уменьшение давления $\Delta P = 2\lambda m/3V = 2\lambda m/3SH$. Условие равновесия $\Delta PS = mg = 2\lambda m/3H$, то есть $H = 2\lambda/3g$. Это если лед находился около дна цилиндра. Если лед находился сверху, то к изменению внутренней энергии добавляется mgH, и высота равна $H = 2\lambda/5g$. При промежуточной высоте льда получится промежуточный результат.

Ответ: $2\lambda/3g$; $2\lambda/5g$

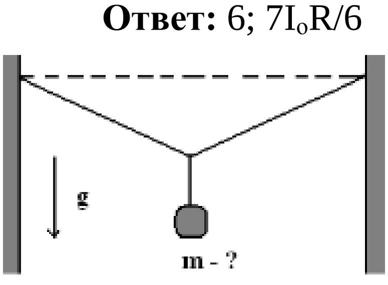


8. Одинаковые батарейки, соединенные последовательно, дают в нагрузке с сопротивлением R ток I_o. Если одну батарейку закоротить, то ток в нагрузке $I_1 = 35I_o/36$. Если вместо этого одну батарейку включить с другой полярностью, то ток в нагрузке $I_2 = 2I_o/3$. Найдите число батареек и ЭДС каждой.

Возможное решение

Обозначим ЭДС одной батарейки *E*, внутреннее сопротивление r. Тогда N батареек дают ток $I_o = NE/(R+Nr)$. Если одна батарейка включена с противоположной полярностью, то вклад ее в общую ЭДС будет $-E$, а ток $I_2 = 2I_o/3 = (N-2)E/(R+Nr)$, то есть $(N-2)/N = 2/3$, а N = 6. Тогда $6E/(R+6r) = I_o$. При закорачивании одной батарейки получаем $35I_o/36 = 5E/(R+5r)$. Из этих двух уравнений находим внутреннее сопротивление r = R и ЭДС $E = 7I_oR/6$.

Ответ: 6; $7I_oR/6$

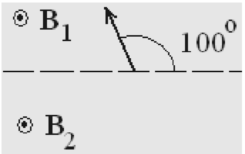


9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения M = 60 кг, а относительное удлинение нити – значения ε = 0,5%. Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите в кг массу m груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.

Возможное решение

Нить рвётся во 2-м случае при том же относительном удлинении $\varepsilon = 0{,}5\cdot10^{-2}$ и том же натяжении $T = Mg$. Подвесим груз к середине нити. Пусть длина нити $2L$, удлинение половины нити x, а смещение середины нити по вертикали h. Из равновесия сил по вертикали находим $m = 2Mh/(L + x)$. Из теоремы Пифагора имеем $h^2 = 2Lx + x^2$. Так как $x = \varepsilon L$, то $m = 2M\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}/(1 + \varepsilon) \cong 2M\sqrt{2\varepsilon} =$ 12 кг.

Ответ: 12



10. Выше и ниже плоской границы раздела вектора магнитной индукции B_1 и B_2 параллельны и направлены на Вас по нормали к плоскости рисунка. Протон, скорость которого перпендикулярна направлению магнитного поля, пересекает границу раздела под углом $\alpha = 100^{\circ}$. Найдите отношение B_2/B_1, если время движения в области выше плоскости раздела равно времени движения в области ниже этой плоскости.

Возможное решение

В верхней области протон описывает дугу окружности с угловой мерой 200°, а в нижней – 160°. Из 2-закона Ньютона и выражения для магнитной силы имеем $mv^2/R = evB$, тогда угловая скорость $\omega = eB/m$. Раз времена прохождения этих дуг одинаковы, то угловые скорости относятся как углы поворота, то есть $\omega_2/\omega_1 = 160/200 = 0{,}8$. А тогда и $B_2/B_1 = 0{,}8$.

Ответ: $B_2/B_1 = 0{,}8$ или 0,8