

**Заочный этап всесибирской олимпиады школьников
по физике 2011 – 2012
7 класс**

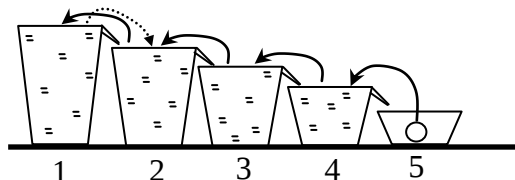
1) Через большую страну с севера на юг проходила одна дорога. Два путешественника, назовем из А. и Б., одновременно въехали в эту страну с разных сторон и пересекали эту страну, двигаясь навстречу друг другу по этой дороге. Впоследствии путешественник А. рассказывал, что в самом конце шестого дня пути встретил путешественника Б. Тот же вспоминал, что пересек всю страну ровно за 15 дней. Сколько всего дней пересекал страну путешественник А., если считать, что средние скорости у обоих были постоянными в течение всего пути? Изменился бы ответ, если бы дорога шла с востока на запад?

Ответ. Если путешественник А. начал путешествие в самом начале дня, то он пересекал страну 10 дней.

Во-первых, заметим, что Б. *до встречи* также путешествовал уже в течение 6 дней. За оставшиеся $15-6=9$ дней Б. прошел то же расстояние, что и А. за первые 6 дней. Значит, их средние скорости за день различаются в $3/2$ раза. *После* встречи А. прошел то же расстояние, что и Б. за 6 дней. Но А. двигался в $3/2$ раза быстрее, поэтому он прошел это расстояние за 4 дня. Всего получится 10 дней.

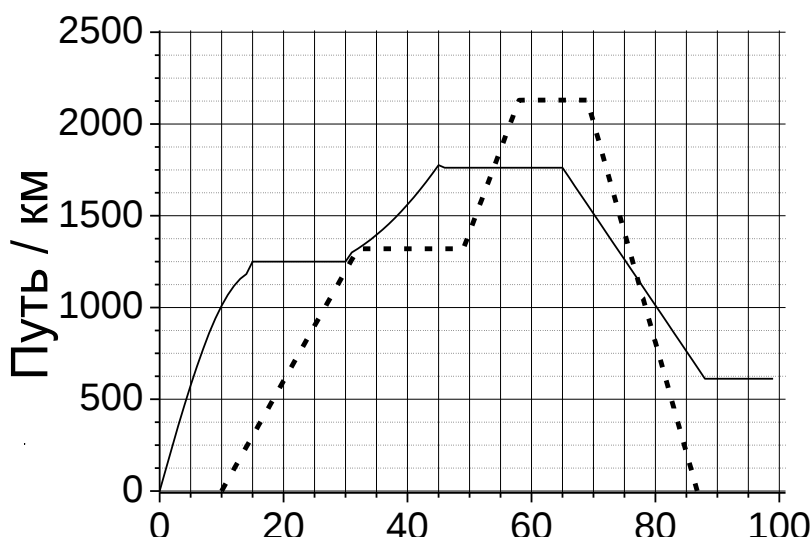
Во втором случае ответ изменится, поскольку день (светлое время суток) на востоке и на западе начинается в разное время. Для примера, если А. начал движение утром на западе, то на востоке Б. начал движение уже в разгар дня или к вечеру. Значит, число полных дней, которое понадобилось Б. до встречи с А., будет меньше, чем 6, и для получения точного ответа надо иметь дополнительную информацию о времени восхода солнца на востоке и на западе. При этом не важно, что при движении вдоль широты длительность светлого времени суток зависит от направления движения, так как каждый путешественник всегда при оценке времени использует «свой» день.

2) Имеются 4-е сосуда, залитые по края водой, в пятом нет воды, но лежит камень. Сосуды имеют боковые отводы, через которые может выливаться излишек воды. Камень поочередно кладут в 4-й, 3-й, 2-й и 1-й сосуды, а затем в обратном порядке. После того, как камень опять оказался в 5-м сосуде, вода в этом сосуде поднялась до края. Во сколько раз объем камня меньше объема 5-го сосуда?



Ответ: объем камня меньше объема 5-го сосуда в 5 раз. При погружении камня в полный сосуд объем выливаемой воды равен объему камня. В конечном итоге в сосудах 1-4 объем воды станет меньше на объем камня. Вся эта вода из 4-х сосудов, имея объем, равный объему 4-х камней, перельется в 5-ый сосуд.

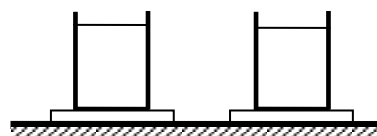
3) Из города N выехала машина. На рисунке приведен график зависимости расстояния L , на котором находится машина от города, от времени. Расстояние отсчитывается вдоль дороги. Другая машина выехала из города N



по той же дороге на 10 часов позже. Она ехала 22 часа со скоростью 60 км/час, потом 17 часов стояла на стоянке, далее снова ехала 9 часов со скоростью 90 км/час, снова стояла 11 часов и поехала обратно со скоростью 120 км/час. Определите с помощью графика, через сколько часов после выезда вторая машина могла встретиться с первой.

Ответ: Если изобразить на графике зависимость пути второй машины от времени, то получится график, показанный на рисунке пунктиром. Место возможной встречи – пересечения графиков для различных машин, поскольку в один и тот же момент времени они находятся в одном и том же месте. Из этого графика следует, что могло быть три встречи. Считая от начала движения второй машины, встречи происходят примерно через 22, 44 и 67 часов.

4) На двух электронных весах стоят одинаковые цилиндрические сосуды (см. рисунок). В сосуды налили жидкости разной плотности, но в равном объеме. Величина разности показаний весов после этого составила 1 кг. Сосуды оставили стоять открытыми на весах и обнаружили, что жидкости испаряются. При этом уровень более плотной жидкости понижался вдвое быстрее, а максимальная величина разности показаний весов в процессе испарения снова составила 1 кг. Чему равно отношение плотностей налитых в сосуды жидкостей?



Ответ: 1.5.

Максимальная разность между показаниями весов возникает в тот момент, когда плотная жидкость испаряется полностью. В этот же момент менее плотная жидкость заполняет ровно половину сосуда. Поскольку сосуды одинаковы, то отсюда следует, что масса менее плотной жидкости в этот момент равна 1 кг. Значит, в начальный момент масса менее плотной жидкости была равна 2 кг, а более плотной – 3 кг. Отношение плотностей жидкостей $3/2$.

**Заочный этап всесибирской олимпиады школьников
по физике 2011 – 2012
8 класс**

1) Плывая с родителями на катере вверх по течению, мальчик отпустил в воду игрушечный кораблик. Катер проплыл после этого вверх по течению 15 мин., сделал 30 минутную остановку и поплыл вниз по течению. Пройдя 7,5 км от места остановки вниз по течению, катер догнал кораблик. Полагая режим работы двигателя катера неизменным, и пренебрегая временем на разворот катера, определите скорость течения в реке. Скорость катера в стоячей воде $v=10$ км/ч.

Ответ: $u=5$ км/час

Обозначим через u скорость течения воды относительно берега, через T – время, которое катер плыл вниз по течению. Тогда $T=L/(u+v)$, где $L=7.5$ км – перемещение катера относительно берега при его движении вниз по течению. Перемещения катера и кораблика относительно берега в конечном итоге оказались равными, и это можно записать в виде уравнения:

$(t_1+t_2+T) \cdot u = L - (v-u)t_1$ Здесь $t_1=1/4$ часа, $t_2=1/2$ часа.

Эти два уравнения сводятся к квадратному: $2 \cdot u^2 + 3 \cdot vu + (v^2 - 4Lv) = 0$. Здесь уже стоят безразмерные величины времен, скоростей и перемещения, выраженные в часах, км/час и км, соответственно. Решая это уравнение относительно неизвестной скорости u и, выбирая положительный корень, получаем $u=5$ км/час.

2) В большом стакане с водой плавает тонкостенный стакан меньшего сечения. В меньший стакан аккуратно наливают воду со скоростью V см³/минуту. С какой скоростью изменяется уровень воды в меньшем стакане h ? Что можно сказать об уровне воды H в большом стакане? Площади сечения, массы стаканов, плотность воды и т.п. считать известными.

Ответ: $u=V/S_B$.

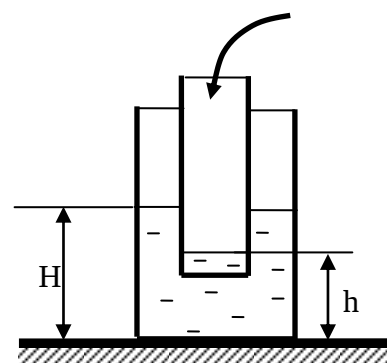
Заметим, что сила давления жидкости на дно большого стакана, равная $\rho g H \cdot S_B$, уравнивает силу тяжести, действующую на все тела в большом стакане, т.е. на малый стакан и воду в обоих стаканах. Здесь ρ – плотность воды, S_B – площадь дна большого стакана.

Сила тяжести, действующая на воду внутри стаканов, при наливании увеличивается на $\rho \cdot Vg$ каждую минуту, что будет приводить к постоянному подъему уровня воды в большом стакане. Сила давления на дно за время Δt изменится на $\rho g(H+u \cdot \Delta t) \cdot S_B - \rho g H \cdot S_B$, на столько же изменится и полный вес жидкости, т.е.

$$\rho g(H+u \cdot \Delta t) \cdot S_B - \rho g H \cdot S_B = \rho \cdot g V \Delta t$$

Здесь u – скорость подъема уровня жидкости. Решая уравнение, получим, что $u=V/S_B$.

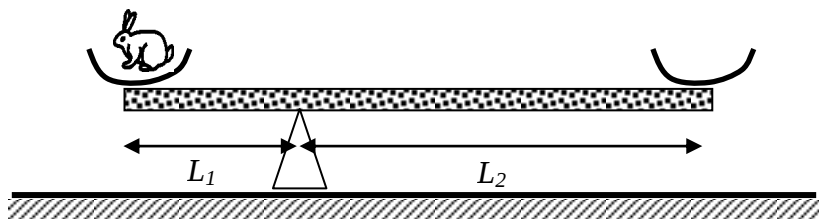
Далее, заметим, что разность уровней в большом и малом стаканах будет постоянной, так как разница давлений воды по обе стороны дна стакана уравнивает силу тяжести, действующей на малый стакан: $\rho g(H-h) \cdot S_M = M_M g$. Здесь S_M – площадь дна малого стакана (толщиной стенки пренебрегаем), M_M – масса малого стакана. Отсюда следует, что уровень воды в малом стакане изменяется с той же скоростью u . Скорость движения самого стакана направлена вниз и равна по величине $V(S_B - S_M)/(S_B S_M)$.



3) Жители одной планеты вместо погасшей звезды сделали себе три маленьких искусственных солнца. Их периоды обращения равны 12 часов, 36 часов и 120 часов. Считая, что сам планета не вращается и что бывает момент, когда все три солнца восходят одновременно, определите, сколько часов может длиться день на этой планете. День – это время, когда хотя бы одно солнце находится выше линии горизонта.

Ответ. максимум 90 часов, минимум 6 часов, также может быть 18 часов, 66 часов. Все повторяется через 360 часов.

4) Звери в лесу качаются на «неправильной» качели. Один заяц может качаться сам, как показано на рисунке. Когда лиса забралась на одну сторону, то понадобилось 7 зайцев, чтобы ее уравновесить, когда зайцы захотели поменяться с лисой местами, выяснилось, что достаточно трех зайцев, чтобы поднять лису вместе с волком. Во сколько раз волк тяжелее лисы, если заяц средней упитанности в 2 раза легче лисы? Чему равно отношение L_2/L_1 ?



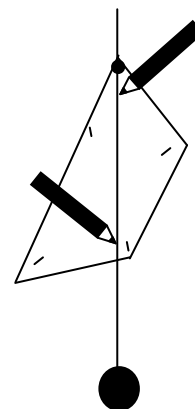
Ответ. Волк тяжелее лисы в 4 раза, $L_2/L_1=3$.

Заметим, что из условия следует, что если на коротком плече сидит один заяц, то качели можно считать невесомыми.

Когда лиса была уравновешена 7-ю зайцами, то лиса была на длинной части качелей. Это следует из того, что полная масса зайцев была равна 3.5 массам одной лисы, т.е. плечо силы тяжести, действующей на лису, должно быть меньше. Но один заяц на коротком плече уравновешивает более длинное плечо. Значит, момент силы тяжести, действующей на 6 зайцев с общей массой 3 массы лисы, равен моменту силы тяжести, действующей на одну лису на длинном плече (моменты рассчитаны относительно опоры качелей.) Отсюда следует, что $L_2/L_1=3$. Теперь легко посчитать, что 3 зайца на длинном плече были бы уравновешены $9+1=10$ зайцами на коротком (один заяц уравновешивает качели). Значит, один волк равен по массе 8-и зайцам, т.е. он тяжелее лисы вчетверо.

5) Центром тяжести тела называют такую точку, через которую проходит линия действия силы тяжести при любом положении тела. Знать, где находится центр тяжести какого-либо тела очень важно, например, при проектировании зданий или летательных аппаратов. У правильных фигур, таких как куб, шар и т.п., сделанных из однородного материала, центр тяжести находится в геометрическом центре фигуры. Если же форма тела неправильная, то для поиска места, где расположен центр тяжести, нужны специальные методы.

Цель работы: определить положение центра тяжести неправильной фигуры, вырезанной из нетолстого светлого картона. **Решением задачи считается описание процедуры и результатов измерений.**



Если иметь в виду приведенные в условии вопросы, то, по мнению авторов;

1) отметки карандашом для повышения точности измерений лучше делать с разных сторон нити на примерно одном и том же месте от примерного места расположения центра масс. Тогда линия, соединяющая эти точки, будет проходить ближе к искомому центру тяжести.

2) форма груза, прикрепленного к нити, вообще говоря, влиять на результаты не должна, если добиться неподвижности этого груза. Но если груз имеет вытянутую форму, он будет очень долго вращаться, что затруднит измерения и снизит их точность.

3) Размер кусочка пластилина, которым нить прикрепляется к картону, может заметно влиять на измерения, если он сравним по массе или размерам с куском картона. Также он будет влиять, если направление нити внутри пластилина (или под липкой лентой) будет заметно отличаться от направления других частей нити.

5) Если использованный кусок картон будет неплоским, то погрешность измерений увеличится, поскольку нить может испытывать трение о выпуклую сторону картона, а положение центра тяжести может быть вне картона.

6) Быстро проверить правильность определения положения центра тяжести можно, попытавшись положить кусок картона на острие иглки. Если иголка касается картона в стороне от центра тяжести, то картонка практически сразу упадет с острия.

7) Сравнить измерения, проведенные для разных сторон картона, например, можно, проткнув картонку тонкой иглкой в месте предполагаемого расположения цент

**Заочный этап всесибирской олимпиады школьников
по физике 2011 – 2012
9 класс**

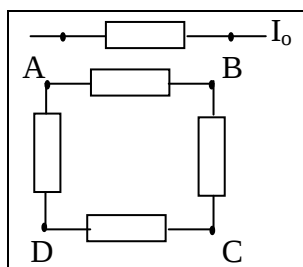
1. Пёс прогуливается по прямой дорожке рядом с хозяином, идущим со скоростью $u = 1$ м/с. В какой-то момент пёс вспоминает о мячике и бежит за ним. Пробежав назад по дорожке расстояние $L_1 = 12$ м, он хватается мячик и с той же скоростью догоняет хозяина, пробежав расстояние $L_2 = 18$ м. Найдите скорость пса v .

Решение

За время движения пса туда и назад хозяин прошёл расстояние $L_2 - L_1 = 6$ м, затратив время $\Delta t = (L_2 - L_1)/u = 6$ с. Скорость пса $v = (L_2 + L_1)/\Delta t = u(L_2 + L_1)/(L_2 - L_1) = 5$ м/с.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Нахождение перемещения хозяина	$\Delta L = L_2 - L_1 = 6$ м	3
Нахождение времени перемещения	$\Delta t = (L_2 - L_1)/u = 6$ с.	3
Нахождение искомой скорости	$v = (L_2 + L_1)/\Delta t = u(L_2 + L_1)/(L_2 - L_1) = 5$ м/с	4



2. Предохранитель, включённый в разрыв электрической цепи, перегорает при увеличении тока до значения I_0 . Четыре таких предохранителя соединены как показано на рисунке. Рассмотрите два варианта включения в разрыв цепи: вершинами АВ и АС. Каковы в этих случаях наибольшие токи в цепи? Считайте, что сопротивление предохранителя не зависит от температуры.

Решение

В первом случае три предохранителя соединены последовательно (общий ток, а напряжения складываются), а параллельно к ним одиночный предохранитель (общее напряжение, а токи складываются). $U = 3iR = I_1R$; $I = I_1 + i = (4/3)I_1$. Ограничивающим является больший ток $I_1 = I_0$. Таким образом наибольший ток в цепи $I = I_1 + i = (4/3)I_0$. (После перегорания одиночного предохранителя, оставшиеся перегорят при токе в цепи I_0 .)

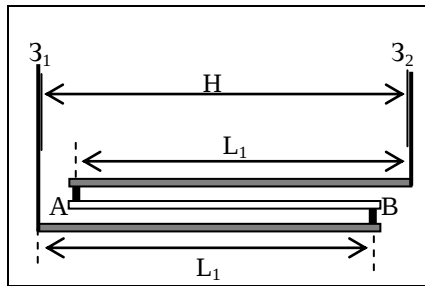
Во втором случае предохранители соединены по два последовательно и параллельно между собой. Токи во всех них одинаковые, так как ограничивающий ток I_0 , а ток в цепи сумма токов в ветвях, то наибольший ток в цепи $I = 2I_0$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание на характер соединения предохранителей при включении в цепь вершинами АВ (1-й случай)		2
Указание на характер соединения предохранителей при включении в цепь вершинами АС (2-й случай)		1
Вывод, что ограничивающим является наибольший ток (1-й случай)		1
Нахождение токов в предохранителях и в цепи (1-й случай)	$I_1 = I_0$; $U = 3iR = I_1R$; $I = I_1 + i = (4/3)I_1 = (4/3)I_0$.	4
Нахождение токов в предохранителях и в цепи (2-й случай)	$I = 2I_0$.	2

на
ры,

10
ни-



концом нижней пластины и левым – верхней. Коэффициенты линейного расширения иридия $\alpha_1 = 6,5 \cdot 10^{-6}$ 1/град; никеля $\alpha_2 = 13,4 \cdot 10^{-6}$ 1/град. При какой длине L_2 пластины из никеля расстояние H между зеркалами останется постоянным при изменении температуры? Чему равно H ?

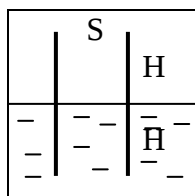
Решение

Выразим расстояние между зеркалами через длины стержней $H = 2L_1 - L_2$. Тогда для изменений расстояний $\Delta H = 2\Delta L_1 - \Delta L_2 = 0$ (по условию $\Delta H = 0$). Откуда, используя закон теплового расширения, получаем уравнение $2L_1\alpha_1 - L_2\alpha_2 = 0$ (после сокращения на Δt), тогда искомая длина $L_2 = 2L_1\alpha_1/\alpha_2 \cong 9,7$ см. А из выражения $H = 2L_1 - L_2$ находим значение $H = 2L_1(1 - \alpha_1/\alpha_2) \cong 10,3$ см.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Связь расстояния H с длинами пластин	$H = 2L_1 - L_2$	1
Связь изменений длин пластин	$\Delta H = 2\Delta L_1 - \Delta L_2 = 0$	2
Использование закона теплового расширения и вывод уравнения для L_2	$2L_1\alpha_1 - L_2\alpha_2 = 0$	3
Нахождение L_2	$L_2 = 2L_1\alpha_1/\alpha_2 \cong 9,7$ см	2
Нахождение H	$H = 2L_1(1 - \alpha_1/\alpha_2) \cong 10,3$ см.	2

гру-
сти
она
гра-



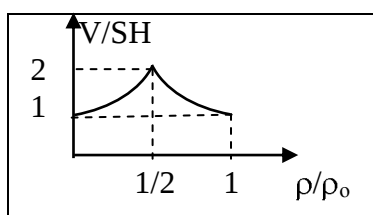
4. Вертикальная труба сечения S и высоты $2H$ наполовину погружена в воду. Сверху в неё наливают более лёгкую жидкость плотно. Какой наибольший объём жидкости V можно налить в трубу, чтобы не выливалась ни сверху, ни снизу? Плотность воды ρ_0 . Постройте график зависимости V от ρ .

Решение

Условие выливания снизу $\rho V = \rho_0 SH$ можно получить из равенства давлений снаружи и внутри на уровне нижнего торца или вывести его из закона Архимеда. Тогда $V = \rho_0 SH/\rho$. Поскольку высота столба жидкости $x = V/S$ не должна превосходить $2H$, то имеем ограничение $\rho > 0,5\rho_0$

При $\rho < 0,5\rho_0$ происходит выливание сверху. Поскольку свободная поверхность жидкости на уровне верхнего торца, то в трубе находится суммарная масса жидкости и воды $M = \rho V + \rho_0(2SH - V)$. Раз она уравнивается выталкивающей силой, то эта масса равна массе вытесненной воды $\rho_0 SH$. Тогда $\rho V = \rho_0(V - SH)$ и $V = \rho_0 SH/(\rho_0 - \rho)$.

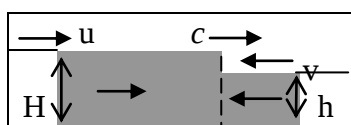
Со-
при-



ответствующий график (симметричные куски гипербол) ведён на рисунке в удобных относительных единицах.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Условие выливания снизу	$\rho V = \rho_0 SH$	1
Выражение для V в этом случае	$V = \rho_0 SH / \rho$	1
Указание на критическое значение высоты столба	$x = 2H$	1
Ограничение на плотность при выливании снизу	$\rho > 0,5\rho_0$	1
Ограничение на плотность при выливании сверху	$\rho < 0,5\rho_0$	1
Условие равновесия при выливании сверху	$\rho V + \rho_0(2SH - V) = \rho_0 SH$ или его аналог	2
Выражение для V в этом случае	$V = \rho_0 SH / (\rho_0 - \rho)$	1
Наличие качественно верного графика	Обе ветви, симметрия	2



5. Из-за морского прилива в канале постоянной ширины возникает возвратное течение со скоростью u . В области возвратного течения уровень воды H выше уровня воды h перед этой областью, где скорость прямого течения равна v .

Найдите скорость c , с которой движется граница области подъёма воды. Считайте, что в области прямого и возвратного течения скорость воды одинакова от поверхности до дна. Чему равно c при $u = v = 1,1$ м/с, $H = 10$ м и $h = 8$ м?

Решение

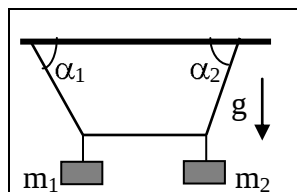
Рассмотрим фиксированные сечения по разные стороны от границы области подъёма воды. При ширине канала L через левое сечение каждую секунду поступает объём воды $q_1 = HLu$, а через правое $q_2 = hLv$. Сумма $q_1 + q_2 = q$ идёт на каждую секунду возрастание объёма за счёт расширения области подъёма. Так как $q = (H - h)Lc$, то из предыдущего равенства находим $c = (Hu + hv)/(H - h)$. При $u = v = 1,1$ м/с, а $H = 10$ м и $h = 8$ м $c \cong 10$ м/с.

Возможно решение, когда рассматривают сечения связанные с водой. Тогда c находится из равенства объёмов между ними через некоторое время t (оно сократится).

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Введение сечений по обе стороны границы		1
Выражения для потоков или объёмов за какое-то время	$q_1 = HLu$, $q_2 = hLv$, $q = (H - h)Lc$ или их аналоги	3
Уравнение баланса (сохранение объёма)	$q_1 + q_2 = q$ или аналог	2
Общее выражение для скорости c	$c = (Hu + hv)/(H - h)$	3
Нахождение числового значения	$c \cong 10$ м/с	1

**Заочный этап всесибирской олимпиады школьников
по физике 2011 – 2012
10 класс**



1. К горизонтальному потолку привязана нить, наклонные участки которой образуют углы α_1 и α_2 с потолком. К этой нити подвешены два груза. Найдите отношение их масс m_2/m_1 , если участок нити между точками подвеса грузов горизонтален.

Решение

Так как горизонтальные проекции натяжений одинаковы, то, выразив их через вес грузов, получим $m_1 g \tan \alpha_1 = m_2 g \tan \alpha_2$. Откуда $m_2/m_1 = \tan \alpha_1 / \tan \alpha_2$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание равенства горизонтальных проекций натяжения	$T_1 \cos \alpha_1 = T_2 \cos \alpha_2$	3
Равенство вертикальных проекций натяжений весу грузов	$T_1 \sin \alpha_1 = m_1 g$; $T_2 \sin \alpha_2 = m_2 g$	3
Исключение натяжений из предыдущих уравнений	$m_1 g \tan \alpha_1 = m_2 g \tan \alpha_2$	2
Нахождение отношения масс	$m_2/m_1 = \tan \alpha_1 / \tan \alpha_2$	2

Примечание: первые три этапа могут быть по разному объединены или разделены, при проверке обращать внимание на обоснованность выводов из условия равновесия.

2. Медные шары диаметров $d = 30$ см и $D = 31$ см лежат на горизонтальном дне закрытого ящика. При какой высоте ящика H на подъём шаров со дна до соприкосновения с крышкой потребуется одинаковая работа? Получите две значащие цифры в числовом ответе.

Решение

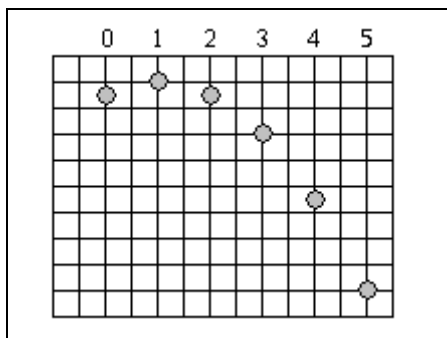
Высоты подъёма $H - d$ и $H - D$. Массы при том же материале пропорциональны объёму, то есть кубу диаметра. Из равенства работ имеем $(H - d)d^3 = (H - D)D^3$; а тогда

$$H = (D^4 - d^4)/(D^3 - d^3) \cong 4d/3 = 40 \text{ см.}$$

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Нахождение высот подъёма	$h_1 = H - d$; $h_2 = H - D$	2
Пропорциональность масс объёму и кубу диаметров	$m_1/m_2 = d^3/D^3$	2
Получение уравнения для H из равенства работ	$H = (D^4 - d^4)/(D^3 - d^3)$	3
Нахождение разумного приближения и числового значения	$H \cong 4d/3 = 40 \text{ см.}$	2 + 1

Примечание: Соотношение $H \cong 4d/3$ (2 балла) может быть получено неявным образом в арифметических расчётах (1 балл); но если следов этого соотношения вообще нет, то максимум суммы баллов должен быть 8.



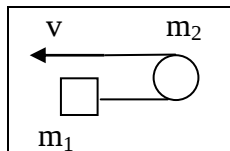
3. На фоне квадратной решётки приведены шесть положений летящего шарика, зафиксированные через равные интервалы времени. Определите по приведённому рисунку во сколько раз наибольшая кинетическая энергия шарика больше наименьшей.

Решение

Наименьшая скорость, а значит и энергия в высшей точке 1. Эта точка высшая ибо находится посередине между точками равной высоты 0 и 2 (из симметрии траектории). Тогда $K_{\min} = mv_x^2/2$; наибольшая энергия в низшей точке 5, где $K_{\max} = mv_x^2/2 + mv_y^2/2$. Таким образом $K_{\max}/K_{\min} = 1 + v_y^2/v_x^2$. Из кинематики $v_x = L/t$; $v_y = gt$, а $H = gt^2/2$, так что $v_y = 2H/t$. Отсюда $v_y^2/v_x^2 = 4H^2/L^2$, а $K_{\max}/K_{\min} = 1 + 4H^2/L^2 = 5$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание, что наименьшая энергия в высшей, а наибольшая в низшей точках		1
Нахождение высшей точки (обоснование)		1
Выражения отношения энергий через скорости	$K_{\max}/K_{\min} = 1 + v_y^2/v_x^2$ или аналог	1
Получение выражения для скоростей через время	$v_x = L/t$; $v_y = gt$, $H = gt^2/2$, $v_y = 2H/t$.	3
Нахождение отношения энергий	$v_y^2/v_x^2 = 4H^2/L^2$, $K_{\max}/K_{\min} = 1 + 4H^2/L^2$	2 + 1
Получение числа (учёт $H = L$)		1



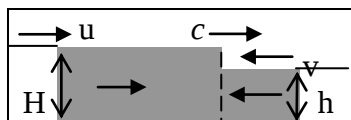
4. К бруску массы m_1 привязана невесомая нерастяжимая нить, охватывающая шайбу массы m_2 . Система находится на горизонтальном столе, на рисунке указан вид сверху. За свободный конец нити начинают тянуть. Какую скорость приобретёт брусок, когда скорость конца нити достигнет значения v ? Трения нет.

Решение

Пусть скорости бруска v_1 и шайбы v_2 . Из нерастяжимости нити $v = v_1 + 2v_2$. Из 2-го закона Ньютона $m_1 a_1 = T$; $m_2 a_2 = 2T$, откуда $2m_1 v_1 = m_2 v_2$. $v_1 = m_2 v / (4m_1 + m_2)$; $v_2 = 2m_1 v / (4m_1 + m_2)$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Связь скоростей из нерастяжимости нити	$v_1 + 2v_2 = v$	2
2-й закон Ньютона в применении к бруску и шайбе	$m_1 a_1 = T$; $m_2 a_2 = 2T$	4
Получение из ускорений соотношения для скоростей	$2m_1 v_1 = m_2 v_2$	2
Получение искомой скорости	$v_1 = m_2 v / (4m_1 + m_2)$	2



5. Из-за морского прилива в канале постоянной ширины возникает возвратное течение со скоростью u . В области возвратного течения уровень воды H выше уровня воды h перед этой областью, где скорость прямого течения v . Най-

дите скорость c , с которой движется граница области подъёма воды. Считайте, что в области прямого и возвратного течения скорость воды одинакова от поверхности до дна. Чему равно c при $u = v = 1,1$ м/с, $H = 10$ м и $h = 8$ м?

Решение

Рассмотрим фиксированные сечения по разные стороны от границы области подъёма воды. При ширине канала L через левое сечение ежесекундно поступает объём воды $q_1 = HLu$, а через правое $q_2 = hLv$. Сумма $q_1 + q_2 = q$ идёт на ежесекундное возрастание объёма за счёт расширения области подъёма. Так как $q = (H - h)Lc$, то из предыдущего равенства найдём $c = (Hu + hv)/(H - h)$. При $u = v = 1,1$ м/с, а $H = 10$ м и $h = 8$ м $c \cong 10$ м/с.

Возможно решение, когда рассматривают сечения связанные с водой. Тогда c находится из равенства объёмов между ними через некоторое время t (оно сократится).

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Введение сечений по обе стороны границы		1
Выражения для потоков или объёмов за какое-то время	$q_1 = HLu$, $q_2 = hLv$, $q = (H - h)Lc$ или их аналоги	3
Уравнение баланса (сохранение объёма)	$q_1 + q_2 = q$ или аналог	2
Общее выражение для скорости c	$c = (Hu + hv)/(H - h)$	3
Нахождение числового значения	$c \cong 10$ м/с	1

6. Твёрдую двуокись углерода CO_2 называют сухим льдом, потому что он превращается в газ, минуя жидкое состояние. В любом месте с единицы поверхности сухого льда испаряется постоянно одна и та же масса углекислого газа q в единицу времени. Найдите q , если подвешенный на нити кубик сухого льда со стороной L полностью испаряется за время t_0 (плотность сухого льда ρ). За какое время t испарится цилиндр радиуса $R = 3L$ и высоты $H = 4L$?

Решение

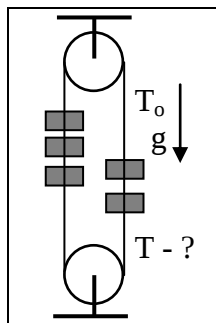
Если u – скорость перемещения границы по нормали к ней, то уменьшение массы для участка с площадью поверхности dS за время dt будет $dm = \rho u dt dS$, а с другой стороны $dm = u dt dS$. Таким образом $\rho u = q$! При постоянстве q скорость u постоянна.

Тогда $u = L/2t_0$ (2 – ибо со стороны каждой грани кубика размер сокращается со скоростью u). Отсюда $q = \rho L/2t_0$. У цилиндра со скоростью u сокращается радиус и со скоростью $2u$ высота, в данном случае высота сократится до нуля быстрее и время полного испарения $t = 4L/2u = 4t_0$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Установления связи скорости u и q из баланса массы для участка границы	$dm = \rho u dt dS = u dt dS$; $\rho u = q$	4
Нахождение скорости u и q по данным для кубика	$u = L/2t_0$; $q = \rho L/2t_0$	3
Указание на критичность высоты цилиндра при одинаковой скорости уменьшения диаметра и высоты.		1
Нахождение времени испарения цилиндра.	$t = 4L/2u = 4t_0$	2

**Заочный этап всесибирской олимпиады школьников
по физике 2011 – 2012
11 класс**



1. Лёгкая нерастяжимая замкнутая нить охватывает верхний и нижний закреплённые блоки. К левому вертикальному участку нити прикрепили три груза веса P каждый, а к правому два таких груза. Их отпускают.

а) С каким ускорением a движутся грузы, если трения нет, а ускорение свободного падения g ?

б) Чему равно натяжение нити T ниже грузов, если натяжение выше грузов $T_0 = 6,4P$?

Решение

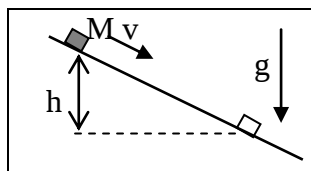
Из 2-го закона Ньютона в применении к левым и правым грузам имеем:

$3ma = 3mg - (T_0 - T)$; $2ma = (T_0 - T) - 2mg$; откуда ускорение $a = g/5$, а $T_0 - T = 2,4mg = 2,4P$. Тогда $T = T_0 - 2,4P = 4P$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Применение 2-го закона Ньютона к левым и правым грузам	$3ma = 3mg - (T_0 - T)$; $2ma = (T_0 - T) - 2mg$	2+2
Нахождение ускорения	$a = g/5$	3
Нахождение разницы натяжений	$T_0 - T = 2,4mg$	2
Нахождение натяжения нити ниже грузов.	$T = T_0 - 2,4P = 4P$	1

сти
из-
за-
кла-
сти?



2. Тело массы M толкнули вниз по наклонной плоскости с начальной скоростью v . Спустившись на h по вертикали, оно за трения остановилось. Какую наименьшую работу нужно затратить на возвращение тела в исходное положение, если прикладывать к нему силу, направленную вдоль наклонной плоскости? Ускорение свободного падения g .

Решение

Пусть работа силы трения (по модулю) $A_{тр}$. Раз тело остановилось, то его начальная кинетическая и потенциальная энергии пошли на работу против силы трения:

$$A_{тр} = Mv^2/2 + Mgh.$$

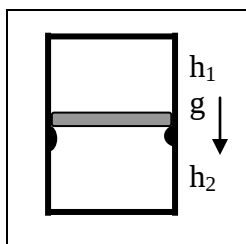
При возвращении тела в исходное положение при силе, направленной вдоль наклонной плоскости, сила трения не изменится и её работа останется прежней. Затраченная работа минимальна, если конечная кинетическая энергия равна нулю. Тогда затраченная работа идёт на прирост потенциальной энергии и работу против силы трения:

$$A = Mgh + A_{тр} = Mv^2/2 + 2Mgh.$$

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Баланс энергии при спуске	$A_{тр} = Mv^2/2 + Mgh$	3
Вывод о неизменности силы трения и одинаковости её работы при подъёме и спуске.		2
Указание на минимальность A при нулевой конечной кинетической энергии.		1
Баланс энергии при подъёме	$A = Mgh + A_{тр}$	2
Нахождение минимальной работы	$A = A_{тр} = Mv^2/2 + 2Mgh$	2

на
жет
 h_1 , а
чи-
пера-
вы-



3. В закрытом цилиндре поршень массы M исходно лежит тонком кольцевом выступе, герметично перекрывая цилиндр. При подъёме поршня образуется небольшой зазор, через который может проходить газ. Расстояние от поршня до верхнего торца цилиндра до нижнего – h_2 . При медленном повышении температуры газ начинает проходить из нижнего отсека в верхний по достижении температуры T_0 . Сколько молей газа ν перейдёт в верхний отсек при повышении температуры до T ? ($T > T_0$)

Решение

Разница давлений $\Delta P = Mg/S$ как при начале, так и при конце перетекания газа. Из уравнений состояния идеального газа можно найти давления при начальной и конечной температуре и получить соотношения

$$Mg = \nu_2 RT_0/h_2 - \nu_1 RT_0/h_1; Mg = (\nu_2 - \nu)RT/h_2 - (\nu_1 + \nu)RT_0/h_1,$$

где ν_1 и ν_2 начальное число молей. Откуда $\nu = Mg(T - T_0)h_1 h_2 / RTT_0(h_1 + h_2)$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Связь перепада давления с весом поршня	$\Delta P = Mg/S$	2
Использование уравнения состояния для нахождения всех давлений.		4
Получение системы уравнений.	$Mg = \nu_2 RT_0/h_2 - \nu_1 RT_0/h_1$ $Mg = (\nu_2 - \nu)RT/h_2 - (\nu_1 + \nu)RT_0/h_1$	2
Нахождение искомого ν	$\nu = Mg(T - T_0)h_1 h_2 / RTT_0(h_1 + h_2)$.	2

4. Между исходно неподвижными брусками массы M каждый находится шайба. Её толкнули в направлении правого бруска. Шайба упруго отскакивает от правого бруска, а затем от левого. При какой массе m шайбы она будет после этого двигаться за правым бруском на неизменной дистанции? Трения нет.

Решение

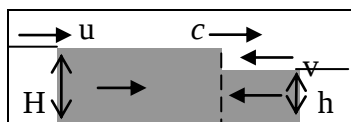
Из сохранения энергии и импульса при упругом ударе по начальным скоростям тел находятся конечные. При начальной скорости шарика v_0 после удара о правый брусок шарик полетит назад со скоростью $v_1 = (M - m)v_0/(M + m)$. После же упругого удара о левый брусок шарик полетит в сторону правого бруска со скоростью

$$v_2 = (M - m)v_1/(M + m) = (M - m)^2 v_0 / (M + m)^2.$$

Скорость же правого бруска $u = 2mv_0/(M + m)$. Раз шарик остаётся на постоянной дистанции от него $u = v_2$, то есть $(M - m)^2/(M + m)^2 = 2m/(M + m)$. Откуда получаем квадратное уравнение для m : $(M - m)^2 = 2m(M + m)$; $m^2 + 4Mm - M^2 = 0$. Годится только положительный корень $m = M(\sqrt{5} - 2) \cong 0,235M$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Применение сохранения энергии и импульса для последовательных ударов		4
Нахождение скоростей.	Формулы для v_1 , v_2 и u .	3
Получение уравнения для m из условия неизменности дистанции $u = v_2$.	$(M - m)^2/(M + m)^2 = 2m/(M + m)$ или аналог	2
Нахождение искомой массы	$m = M(\sqrt{5} - 2) \cong 0,235M$.	1



5. Из-за морского прилива в канале постоянной ширины возникает возвратное течение со скоростью u . В области возвратного течения уровень воды H выше уровня воды h перед этой областью, где скорость прямого течения v . Найдите скорость c , с которой движется граница области подъёма воды. Считайте, что в области прямого и возвратного течения, скорость воды одинакова от поверхности до дна. Чему равно c при $u = v = 1,1$ м/с, $H = 10$ м и $h = 8$ м?

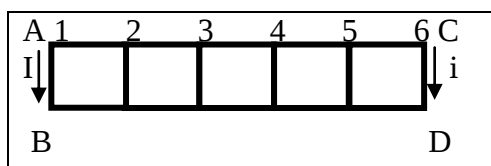
Решение

Рассмотрим фиксированные сечения по разные стороны от границы области подъёма воды. При ширине канала L через левое сечение каждую секунду поступает объём воды $q_1 = HLu$, а через правое $q_2 = hLv$. Сумма $q_1 + q_2 = q$ идёт на каждую секунду возрастание объёма за счёт расширения области подъёма. Так как $q = (H - h)Lc$, то из предыдущего равенства находим $c = (Hu + hv)/(H - h)$. При $u = v = 1,1$ м/с, а $H = 10$ м и $h = 8$ м $c \approx 10$ м/с.

Возможно решение, когда рассматривают сечения связанные с водой. Тогда c находится из равенства объёмов между ними через некоторое время t (оно сократится).

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Введение сечений по обе стороны границы		1
Выражения для потоков или объёмов за какое-то время	$q_1 = HLu$, $q_2 = hLv$, $q = (H - h)Lc$ или их аналоги	3
Уравнение баланса (сохранение объёма)	$q_1 + q_2 = q$ или аналог	2
Общее выражение для скорости c	$c = (Hu + hv)/(H - h)$	3
Нахождение числового значения	$c \approx 10$ м/с	1

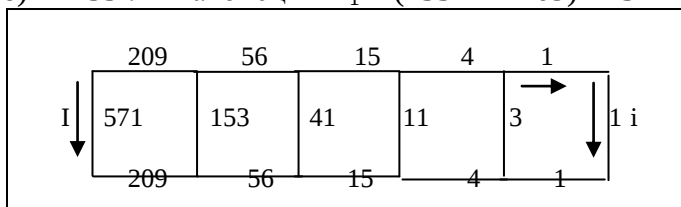


6. Из 16 одинаковых отрезков проволоки собрали «лестничную» схему, к углам АВ которой подключили источник тока. Во сколько раз ток I через первый вертикальный отрезок (АВ) больше тока i через последний вертикальный отрезок (CD)?

?

Решение

Надо начать с конца схемы. Напряжение на 5 вертикальном отрезке в три раза больше чем на шестом, соответственно ток в нём $3i$. Тогда ток через горизонтальный отрезок 4-5 равен сумме вытекающих, то есть $(3 + 1)i = 4i$. Напряжение на 4 вертикальном отрезке равно сумме напряжений на 5 вертикальном отрезке и на двух горизонтальных отрезках между ними $U_4 = (3 + 2 \times 4)ir$, где r сопротивление одного отрезка. Тогда ток по 4 вертикальному отрезку $I_4 = (3 + 2 \times 4)i = 11i$. Переход от 4 к 3 совершенно аналогичен и $I_3 = (11 + 2 \times 15)i = 41i$. $I_2 = (41 + 2 \times 56)i = 153i$. И наконец $I = I_1 = (153 + 2 \times 209)i = 571i$!



Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Идея начать с конца схемы		2
Использование равенства напряжений при параллельном соединении для нахождения токов		2
Равенство входящего тока сумме выходящих		2
Последовательное определение токов вплоть до начала		4

