Заключительный этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
Задачи 7 класс
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

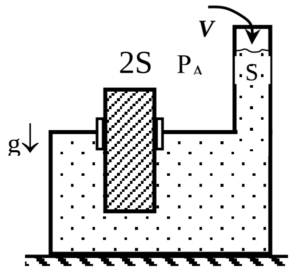
1. Между поселками А и Б есть грунтовая дорога длиной 280 км. Дорогу по всей длине размыли сильные дожди. Дорожная машина, которая выравнивает поверхность дороги от края до края за один проход, выезжает в 6-00 утра из гаража в п. А. В 24-00 машина должна заехать обратно в гараж на техобслуживание. Успеет ли эта машина за 2 рабочих дня выровнять всю дорогу до п. Б, если по ровной дороге машина едет со скоростью 40 км/ч, а по размытой - со скоростью, втрое меньшей?

Решение: Обозначим: T=18 ч - время работы машины, V_1=40 км/ч - скорость движения по ровной дороге, V_2 - скорость движения во время работы на размытой дороге, L_1 – длина участка дороги, который машина успевает разровнять за первый день, L_2 – за второй.

Поскольку машине надо вернуться в гараж через время T после начала работы, а возвращается она по уже выровненной дороге, то $T=L_1/V_1+L_1/V_2$ (+1 балл), отсюда находим $L_1=T\cdot V_1/4=180$ км (+1 балл). На второй день машина должна проезжать расстояние между гаражом и местом работы, равное L_1, поэтому на всю работу остается времени T/2, а выровненный участок будет иметь длину $L_2=L_1/2=90$ км (+ 2 балла). Можно также составлять уравнения вида $T=2L_1/V_1+L_2/V_2 + L_2/V_1$ и т.п. Т.е. всего за два дня будет выровнено $L_1+L_2=270$ км<280 км (+2 балла), т.е. при режиме работы, описанном в условии, за два дня машина всю дорогу отремонтировать не успеет (за явную формулировку ответа при наличии обоснования +2 балла).

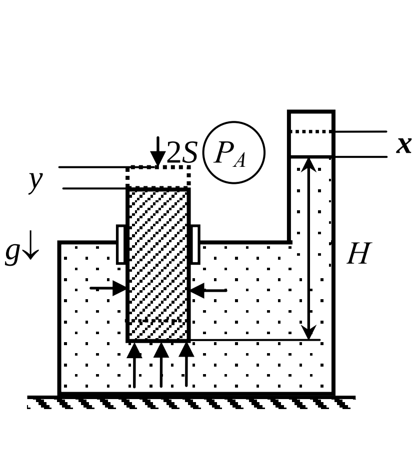
Если рассуждения и ответ правильные, но из-за ошибок округления длины отрезков дороги, ремонтируемой за день, рассчитаны неточно, то всего ставится 8 баллов.

2. Сосуд с жидкостью сверху имеет крышку, в которой есть два отверстия, с площадями сечения S и 2S. Из более узкого отверстия выходит вертикальная трубка такого же сечения. В широкое отверстие вставлен гладкий цилиндр, который может свободно двигаться по вертикали (жидкость при этом не вытекает и воздух не проходит). Известно, что в начальной ситуации (см. рисунок) система находится в равновесии. Насколько сдвинется цилиндр, если в вертикальную трубку дополнительно долить объем ***V*** той же жидкости, которая находится в сосуде?



Решение:

Обозначим искомое смещение цилиндра как ***y***, а сопутствующее изменение уровня жидкости в трубке как ***x***. Для промежуточных вычислений введем обозначение *H* для разницы уровня жидкости в трубке и нижнего края цилиндра в исходном состоянии, ρ - плотность жидкости.



Условие равновесия цилиндра в этом состоянии записывается как

$$M \cdot g = 2S \cdot (P_A + \rho g H) - 2S \cdot P_A = 2S \cdot \rho g H \quad \text{(+ 2 балла)}$$

Заметим, что формально вычислять силу, действующую на цилиндр, с помощью "закона Архимеда" $F=\rho g V$, неправильно, так как давление в жидкости у самой крышки не равно атмосферному - крышка дополнительно "давит" на жидкость сверху вниз.

После заливания в трубку дополнительной жидкости замещаемый цилиндром объем жидкости уменьшится на $2Sy$. В силу несжимаемости жидкости, т.е. постоянства ее объема, можно записать, что $2Sy+Sx=V$ (+2 балла).

В новом положении цилиндра условие его равновесия имеет вид

$$M \cdot g = 2S \cdot (P_A + \rho g H + x - y) - 2S \cdot P_A = 2S \cdot \rho g (H + x - y) \quad \text{(+ 2 балла)}$$

Комбинируя два условия равновесия, получаем, что x-y=0, т.е. $x=y$ (+ 2 балла).

Таким образом, получаем $y = \frac{V}{3S}$ (+ 2 балла).

Если в решении никак не учитывается наличие атмосферного давления и при этом не объяснено, что ответ от этого не меняется, то ставится максимум 8 баллов.

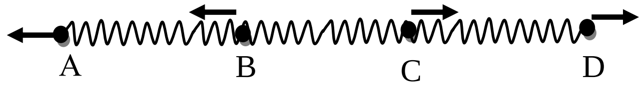
3. Группа из 22 туристов придумала развлечение на целый день. Туристы по очереди прыгают с обрыва в горную реку в спасжилетах, и их сносит на 400 м вниз по течению. Затем каждый турист сразу выходит по тропе к месту прыжка и снова прыгает. При этом средняя скорость движения туриста по тропе в 4 раза меньше скорости течения реки. Сколько туристов в среднем одновременно находится в реке, если длина тропы равна 1 км? Считать, что туристы распределены по реке и тропе равномерно.

Решение: Обозначим искомое число одновременно плывущих туристов как N_1, полное число «развлекающихся» туристов N_0=22, среднее время подъема по тропе вверх T_B, время спуска – T_C, длина участка реки для сплава – L, скорость течения V. Тогда T_C=L/V, $T_B=2.5 \cdot L/(V/4)=10 \cdot T_C$ (+1 балл).

Это означает, что за время T_C всего N_1 человек вылезают из воды (+ 1 балл), т.е. каждые T_C/N_1 единиц времени (часов) на берегу появляется новый человек (+ 1 балл). Аналогично, по тропе одновременно идут вверх (N_0-N_1) человек (+ 1 балл), и у каждого из них такой подъем занимает время T_B. Другими словами, каждые $T_B/(N_0-N_1)$ единиц времени (часов) наверху оказывается 1 человек (+ 1 балл).

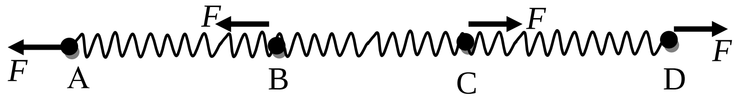
Поскольку все периодически повторяется, то есть количество людей в реке и на тропе остается постоянным, т.е. на каждого вылезшего должен приходится один спрыгнувший, то $T_C/N_1=T_B/(N_0-N_1)$ (+ 2 балла). Так как $T_B=10 \cdot T_C$, то $(N_0-N_1)=10 \cdot N_1$ (+ 1 балл) т.е. $N_1=N_0/11$ =2 человека (+ 2 балла)

4. Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Когда они взялись за пружину



в точках A, B, C и D (A и D – концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины, то между точками A и D расстояние увеличилось на L по сравнению с длиной нерастянутой пружины. Каково станет удлинение пружины, если жители возьмутся парами за ее концы и будут тянуть за них с прежними силами? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука.

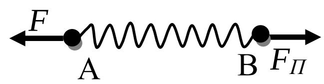
Решение: Обозначим для промежуточных вычислений величину силы, которую прикладывает к пружине один житель

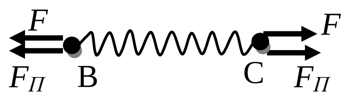


как F, коэффициент жесткости всей пружины обозначим k.

Представим всю пружину как три последовательно соединенных одинаковых пружины втрое меньшей длины, у которых концы соединены в точках B и C. Коэффициент жесткости каждой такой короткой пружины равен $3k$ (+2 балла), что непосредственно следует из того, что три последовательно соединенных части пружины имеют коэффициент жесткости k.

Для определенности будем считать, что силы, прикладываемые жителями к пружине в точках B и C, приложены к концам средней (воображаемой) пружины, а к концам крайних пружин приложены только силы со стороны концов средней пружины. Это деление условно, легко проверить, что ответ от этого не зависит. Например, можно считать, например, что в этих точках к обеим соединенным пружинам приложено по $F/2$ и т.п. От такого условного деления будет также зависеть величина $F_П$ силы взаимодействия между условными концами коротких пружин.





Таким образом, в начальной ситуации к концам средней части пружины между точками B и C приложены силы величиной по ($F+F_П$). Части всей пружины между точками A и B, а также точками C и D, растягиваются силами, равными F и $F_П$ (как показано на рисунке). Отсюда следует, что $F=F_П$ (+1 балл), т.е. удлинения крайних пружин равны $F/3k$ (+1 балл), а удлинение средней пружины равно $2F/3k$ (+1 балл). Будет нелишним напомнить, что в закон Гука входит величина каждой из двух сил, приложенных к концам пружины, а не их сумма.

Удлинение всей пружины в начальной ситуации составит

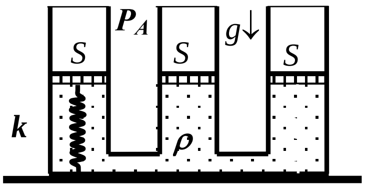
$L=(F/3k+2F/3k+F/3k)=4F/3k$ (+2 балла за установление связи между удлинением и пружины и ее характеристиками в начальной ситуации).

Если жители возьмутся парами за концы всей пружины, то ее искомое удлинение составит $2F/k$ (+1 балл), т.е. $3L/2$ (+2 балла).

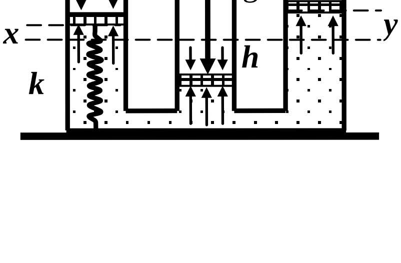
Заключительный этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
Задачи для 8-го класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Лаборанту надо подогреть жидкость, находящуюся в двух одинаковых колбах. В большой лаборатории установлено несколько одинаковых подогревателей (электрические плитки). Но только одна плитка работает исправно, а у каждой из оставшихся каждые 3-5 минут происходит временное отключение. Для ускорения дела лаборант включил все плитки и поставил одну колбу на ту, которая была исправна. Вторую колбу он поставил на другую плитку, но следил за нагревом и снимал колбу с плитки сразу, как только плитка отключалась. После этого он нес эту колбу на другую плитку, работающую в данный момент, и т.д. Через 20 минут жидкость в колбах нагрелась на 40^{o}С и 50^{o}С. Какое расстояние, пришлось пройти за это время лаборанту, если скорость его движения составляла V=1.5 м/с? Считать, что всегда есть свободная работающая плитка, и что такая плитка отдает колбе одно и то же количество энергии в единицу времени. Количество и исходная температура жидкости в обеих колбах одинаковы, испарением и теплообменом с окружающим воздухом пренебречь.

Решение: Обозначим T_1=50 ^{o}С и T_2=40 ^{o}С – изменения температуры жидкости в первой и второй колбах, соответственно. Порядок именно такой, так как в колбе, все время стоявшей на работающей плитке, нагрев больше (+1 балл). Время нагрева для первой колбы будет t_1=20 мин, а время нагрева второй обозначим t_2. Также обозначим массу жидкости в одной колбе как M, а количество теплоты, отдаваемое жидкости работающей плиткой в единицу времени как N. Уравнение теплового баланса для колбы №1 (С – удельная теплоемкость жидкости):
$M\cdot C\cdot T_1=N\cdot t_1$ (+2 балла). Для колбы №2: $M\cdot C\cdot T_2=N\cdot t_2$ (+2 балла)
Заметим, что в этих уравнениях можно было бы учесть и теплоемкость самой колбы, но, поскольку они одинаковые, то на решение это не повлияет.
Разделив уравнения друг на друга, найдем величину $t_2=t_1\cdot T_2/T_1$=16 мин (+1 балл).
Различие во временах нагрева связано с тем, что 4 минуты лаборант переносил колбу №2 между плитками (+1 балл). При скорости V=1.5 м/с он пройдет при этом расстояние L=V(t_1-t_2)=360 м (+3 балла). Заметим, что при таких расстояниях неточное соответствие между временами переноса колбы и перемещения лаборанта, связанное с длиной рук лаборанта, большого значения не имеет.



2. В три открытых сообщающихся цилиндрических сосуда одинакового сечения S налита жидкость плотности ρ. Поверх жидкости находятся одинаковые невесомые поршни, которые могут без трения двигаться вдоль сосудов так, что жидкость и воздух не соприкасаются. В левом крайнем сосуде поршень прикреплен к дну сосуда пружиной с жесткостью $\boldsymbol{k}$ (см. рисунок). Вначале поршни находятся на одном уровне. К среднему поршню прикладывают силу, направленную вниз, и медленно увеличивают ее величину до $\boldsymbol{F_0}$. Насколько при этом деформируется пружина, если жидкость несжимаема?



Решение: Обозначим искомую деформацию пружины, т.е. смещение поршня в левом по рисунку цилиндре как $\boldsymbol{x}$, а смещение поршня в правом цилиндре – как $\boldsymbol{y}$.

Для промежуточных вычислений введем обозначение h для изменения высоты поршня в среднем цилиндре, P_A – для атмосферного давления, P_1, P_2, P_3 - давления в жидкости непосредственно под левым, средним и правым (по рисунку) поршнями, соответственно.

Из условия сохранения объема жидкости следует, что $Sh=Sx+Sy$, т.е. $h=x+y$ (+1 балл).

В конечном состоянии давления под поршнями связаны соотношениями $P_2=P_1+\rho g(h+x)$ (+1 балл) и $P_2=P_3+\rho g(h+y)$ (+1 балл).

Условие равновесия поршней в среднем и правом цилиндрах в конечном состоянии записываются как $F_0+P_AS=P_2S$ (+1 балл) и $P_AS=P_3S$ (+1 балл), соответственно.

Заметим, что из условия одинаковой высоты поршней в начальном состоянии следует, что пружина исходно недеформирована (+1 балл). Поэтому для левого поршня условие равновесия имеет вид $P_AS+k\cdot x=P_1S$ (+1 балл).

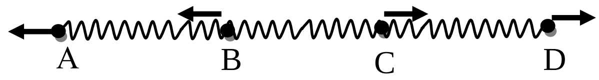
Из условия равновесия левого поршня получаем $F_0/S+P_A=P_1+\rho g(h+x)=(P_A+kx/S)+\rho g(2x+y)$. Для правого получается аналогично $F_0/S+P_A=P_3+\rho g(h+y)=P_A+\rho g(x+2y)$. Преобразуя, получаем $F_0=kx+\rho gS(2x+y)$, $F_0=\rho gS(2y+x)$, т.е.

$y=x\cdot(1+k/\rho gS)$ (+1 балл за нахождение связи между $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$).

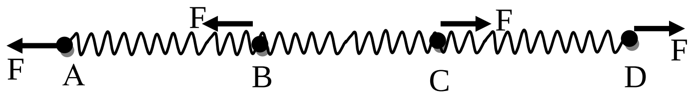
А для деформации пружины получаем $x=F_0/(3\cdot\rho gS+2k)$ (+2 балла).

Если в решении никак не учитывается наличие атмосферного давления и при этом не объяснено, что ответ от этого не меняется, то ставится максимум 7 баллов.

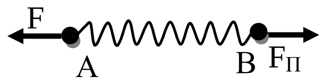
3. Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Вначале они взялись за пружину в точках A, B, C и D (A и D – концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины. В результате расстояние между точками A и D стало равным L_1. Потом жители взялись парами за ее концы в т. A и D, и длина пружины составила L_2. Какова была бы длина пружины, если бы за ее концы тянуло только по одному жителю? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука, а сила, с которой любой житель Цветочного города может действовать на пружину, всегда имеет одну и ту же величину.



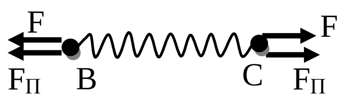
Решение: Обозначим для промежуточных вычислений величину силы, которую прикладывает к пружине один житель как F, коэффициент жесткости всей пружины обозначим k, длину нерастянутой пружины L_0.



Представим всю пружину как три последовательно соединенных одинаковых пружины втрое меньшей длины. Их концы соединены в т. B и C. Коэффициент жесткости каждой такой короткой пружины равен $3k$ (+1 балл), чтобы получить нужную жесткость всей составной пружины.



Для определенности будем считать, что силы, прикладываемые жителями к пружине в точках B и C, приложены к концам средней (воображаемой) пружины, а к концам крайних пружин в этих точках приложены только силы со стороны концов средней пружины. Это деление условно, легко проверить, что ответ от этого не зависит. Например, можно считать, например, что в этих точках к обеим соединенным пружинам приложено по F/2 и т.п. От такого условного деления будет также зависеть величина $F_П$ силы взаимодействия между условными концами коротких пружин.



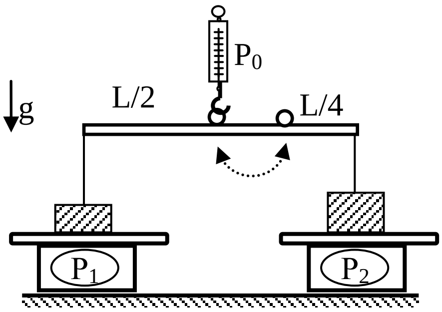
Таким образом, в начальной ситуации к концам средней части пружины между точками B и C приложены силы величиной по ($F+F_П$). Части всей пружины между точками A и B, а также точками C и D, растягиваются силами равными F и $F_П$ (как показано на рисунке). Отсюда следует, что $F=F_П$, т.е. удлинения крайних пружин равны $F/3k$ (+1 балл), а средней пружины $2F/3k$ (+1 балл). Значит, длина всей пружины в первой ситуации равна $L_1=L_0+(F/3k+2F/3k+F/3k)=L_0+4F/3k$.

Если жители возьмутся парами за концы пружины, то ее длина составит $L_2=L_0+2F/k$. (+1 балл). Будет нелишним напомнить, что в закон Гука входит величина каждой из двух сил, приложенных к концам пружины, а не их сумма.

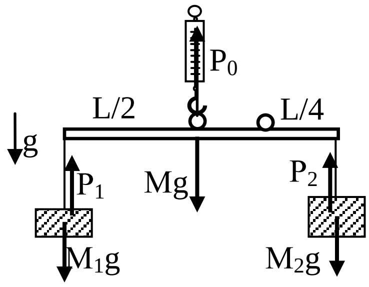
Отсюда следует, что $2F/3k=L_2-L_1$ (+2 балла за установление связи между жесткостью пружины и параметрами задачи) и $L_0=3L_1-2L_2$ (+ 2 балла за установление связи между собственной длиной пружины и параметрами задачи).

Если же жителей, растягивающих пружину за концы, будет только по одному, то искомая длина всей пружины составит $L_3=L_0+F/k=(3L_1-L_2)/2$ (+2 балла).

4. Школьник собрал конструкцию из динамометра, рычага, двух грузов, прикрепленных невесомыми нитями к концам рычага. Еще у школьника есть двое весов, которые показывают нагрузку в единицах силы. Грузы опускаются на весы, как показано на рисунке. В исходной ситуации динамометр прикреплен к середине рычага. Его показания составляют P_0, а весы показывают P_1 и P_2, соответственно (как на рисунке). Затем школьник перецепляет динамометр в точку, находящуюся на расстоянии четверти длины рычага от его правого края. Он тянет динамометр таким образом, что динамометр по-прежнему показывает P_0, а система находится в равновесии. Каковы при этом показания обоих весов? Считать, что центр тяжести рычага находится в его середине.



Решение: Обозначим искомые показания весов (в единицах силы) как P'_1 и P'_2. Для промежуточных вычислений введем обозначения M, M_1 и M_2 для масс рычага, левого (по рисунку) и правого грузов, соответственно.



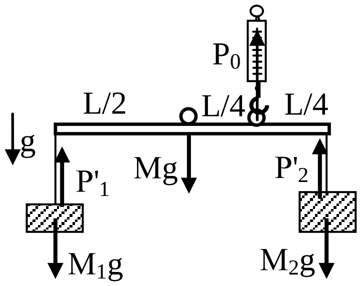
Прежде всего, заметим, что показания динамометра или весов дают величину силы, которая действует на измерительный прибор. По третьему закону Ньютона такая же по величине сила действует со стороны прибора на тело (+1 балл).

Определим условия равновесия рычага с грузами под действием внешних сил в первом случае (моменты сил рассчитываем относительно центра рычага):

$P_0+P_1+P_2=(M+M_1+M_2)g$ (+1 балл)

$(M_1g-P_1)\cdot L/2-(M_2g-P_2)\cdot L/2=0$ (+1 балл)

Условия равновесия рычага с грузами во втором случае, считая, что оба груза находятся на весах (моменты сил также рассчитываем относительно центра рычага):



$P_0+P'_1+P'_2=(M+M_1+M_2)g$ (+1 балл)

$(M_1g-P'_1)\cdot L/2+P_0\cdot L/4-(M_2g-P'_2)\cdot L/2=0$ (+1 балл)

Вычисление моментов относительно центра рычага несколько удобнее, так как в уравнение не входит неизвестная масса рычага.

Из уравнений для сил получаем, что $P_1+P_2=P'_1+P'_2$

Из разности второго и первого уравнений для моментов получаем $P_0+2\cdot(P_1-P'_1)-2\cdot(P_2-P'_2)=0$

Решая систему из этих двух уравнений, получаем $P'_1=P_1+P_0/4$ (+1 балл) и $P'_2=P_2-P_0/4$ (+1 балл).

Еще 3 балла может быть добавлено за анализ области применимости данного решения. Очевидно, что груз к весам не прикреплен и что весы отрицательного веса не показывают. Поэтому, если правый груз касается весов, то должно быть $P'_2>0$, т.е. приведенное выше решение будет верно при $P_2>P_0/4$. Если это условие не выполняется, то правый груз оторвется от весов, и их показания будут равны $P'_2=0$ (+1 балл), а левые весы будут показывать $P'_1=P_1+P_2$ (+2 балла). При этом не важно, будет ли натянута нить, прикрепленная к левому грузу. Если груз №2 висит в воздухе, а груз №1 просто лежит на весах (которые должны показать M_1g), то, согласно условию, это означает, что $P_0=(M+M_2)g$ или $P_1+P_2=M_1g$, т.е. в этой ситуации показания левых весов будут также равны $P'_1=P_1+P_2$.

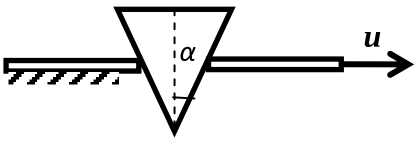
5. На лыжном курорте 180 человек с утра до вечера катались с горы. После спуска каждый лыжник сразу начинает подниматься на канатном подъемнике, а затем опять спускается вниз. При этом средняя скорость движения лыжника при спуске в 4 раза выше скорости подъемника. Сколько лыжников в среднем одновременно поднимается вверх, если длина лыжного спуска в 5 раз больше, чем длина канатного подъемника? Считать, что лыжники распределены по спуску и подъемнику равномерно.

Решение: Обозначим искомое число одновременно поднимающихся лыжников как N_1, полное число катающихся человек $N_0=180$, среднее время подъема вверх T_B, время спуска – T_C, длина подъемника – L, скорость подъема V. Тогда $T_B=L/V$, $T_C=5L/4V=5\cdot T_B/4$ (+1 балл).

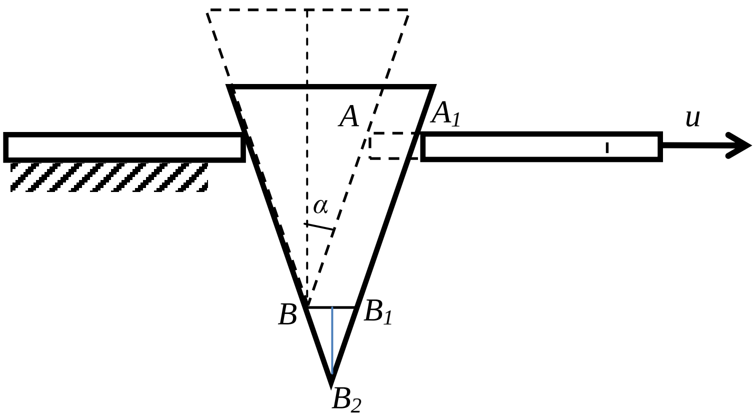
Это означает, что за время T_B всего N_1 человек оказываются наверху (+ 1 балл), а за время T_C вниз съезжает (N_0-N_1) человек (+ 1 балл). Другими словами, каждые (T_B/N_1) единиц времени (часов) наверху оказывается 1 человек (+ 1 балл). С другой стороны, столько же людей начинает спуск, а время появления нового человека внизу спуска составляет $T_C/(N_0-N_1)$ единиц времени (+ 1 балл).

Поскольку все периодически повторяется, то есть количество людей на подъемнике и на трассе остается постоянным, то $T_B/N_1=T_C/(N_0-N_1)$ (+ 3 балла). Так как $T_C=5\cdot T_B/4$, то $4\cdot(N_0-N_1)=5\cdot N_1$, т.е. $N_1=4\cdot N_0/9=80$ человек (+ 3 балла)

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
9 класс
Возможные решения и критерии оценки



1. Клин с сечением в форме равнобедренного треугольника опирается своими одинаковыми гранями на две одинаковые плиты (см. рисунок). Верхние поверхности плит находятся в одной горизонтальной плоскости. Левая плита неподвижна, а правая движется горизонтально со скоростью *u*. Определите величину скорости, с которой движется клин? Угол между боковыми гранями клина 2α. Верхняя грань во время движения остается горизонтальной.



Возможное решение

1) Изобразим положения клина и плит в некоторый момент и через небольшой промежуток времени Δt после этого момента <2 балла>.

2) Угол плиты за это время перемещается из точки A в точку A_1 и отрезок $AA_1 = u\Delta t$. Острие клина B за это время переместится в точку B_2 и $BB_2 = \mathrm{v}\Delta t$, где v – искомая скорость <2 балла>.

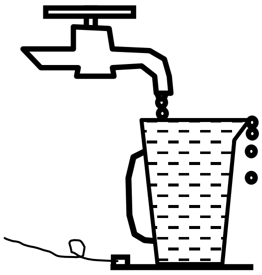
3) Построим отрезок BB_1, параллельный отрезку AA_1: $BB_1 = AA_1$, поскольку AB и A_1B_1 также параллельны <2 балла>.

4) Проведя в треугольнике BB_1B_2 высоту, получим соотношение $BB_1 = 2BB_2\sin\alpha$, откуда нетрудно найти ответ <2 балла>.

Ответ: $\mathrm{v} = u/2\sin\alpha$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Реалистичное отображение положения клина и плит в разные моменты времени		2
2	Связь скоростей и перемещений клина и плиты	$AA_1 = u\Delta t$, $BB_2 = \mathrm{v}\Delta t$	2
3	Построение геометрической фигуры, связывающей между собой перемещения клина и плиты		2
4	Вывод количественного соотношения величин перемещений клина и плиты	$BB_1 = 2BB_2\sin\alpha$	2
	Получение ответа	$\mathrm{v} = u/2\sin\alpha$	2



2. Из водопроводного крана с небольшим постоянным расходом течет вода с температурой T_0. Электрический чайник наполняется этой водой за время t_1. Если наполненный доверху чайник включить, он нагревает воду до температуры T_1 за время t_2. Какая температура установится в полном чайнике, если его включить и поставить под кран, позволяя лишней воде перетекать через край? Вода в чайнике перемешивается. Мощность чайника постоянная и потери его энергии во внешнюю среду пренебрежимо малы.

Возможное решение

1) Если расход воды из крана q, объем чайника V, то $V = qt_1$ <1 балл>.

2) Если мощность чайника N, плотность воды ρ, а удельная теплоемкость c, то $\rho cV(T_1 - T_0) = Nt_2$ <3 балла>.

3) Баланс тепла при нагревании проточной воды: $Nt = q\rho ct(T_x - T_0)$, где T_x – искомая температура. <3 балла>.

Ответ: $T_x = \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right)T_0 + \frac{t_1}{t_2}T_1$ <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Связь объема и расхода воды	$V = qt_1$	1
2	Связь времени нагревания непроточной воды с мощностью чайника	$\rho cV(T_1 - T_0) = Nt_2$	3
3	Баланс тепла при нагревании проточной воды	$Nt + q\rho ctT_0 = q\rho ctT_x$	3
	Получение ответа	$T_x = \left(1 - \frac{t_1}{t_2}\right)T_0 + \frac{t_1}{t_2}T_1$	3

3. Когда незадачливый рыбак устроился на плавающей льдине и пробурил в ней лунку, он обнаружил, что уровень воды в лунке на h_1 ниже верхней кромки льда. Через некоторое время на льдину забрался тюлень. Когда он расположился рядом с рыбаком, глубина незаполненной водой части лунки уменьшилась до h_2. Какой станет эта глубина, когда рыбака снимут с льдины, а тюлень с нее уплывет? Масса рыбака m_1, масса тюленя m_2. Льдина плоская, рыбак и тюлень находились в ее центре. Льдина не тает.

Возможное решение

1) Предположим, что масса льдины *M*, плотность льда ρ, плотность воды ρ_0, толщина льдины *H*. Условие плавания льдины без «пассажиров»: $Mg = S\rho_0 g(H - h_0)$, где *S* – площадь льдины <2 балла>.

2) При наличии рыбака на льдине условие ее плавания: $(M + m_1)g = S\rho_0 g(H - h_1)$

<2 балла>.

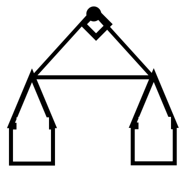
3) При наличии рыбака и тюленя на льдине условие ее плавания: $(M + m_1 + m_2)g = S\rho_0 g(H - h_2)$ <2 балла>.

Ответ: $h_0 = h_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - h_2\frac{m_1}{m_2}$ <4 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие плавания свободной льдины	$Mg = S\rho_0 g(H - h_0)$	2
2	Условие плавания льдины с рыбаком	$(M + m_1)g = S\rho_0 g(H - h_1)$	2
3	Условие плавания льдины с рыбаком и тюленем	$(M + m_1 + m_2)g = S\rho_0 g(H - h_2)$	2
	Получение ответа	$h_0 = h_1\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) - h_2\frac{m_1}{m_2}$	4

4. Из пластикового листа вырезали равнобедренный прямоугольный треугольник, вблизи его вершин просверлили отверстия. За отверстие у прямого угла подвесили треугольник, а к двум другим прикрепили две одинаковые массивные чашки. Когда в одну из чашек положили гирю массой 100 г, треугольник повернулся на 15° относительно симметричного положения. Когда в свободную чашку налили воды, треугольник принял положение с таким же наклоном, но в противоположную сторону. Определите массу воды. Массой треугольника пренебречь.



Возможное решение

1) В повернутом положении плечи сил натяжения нитей подвеса нагруженной и пустой чаши соответственно: $d_1 = L\sin 30^\circ, d_2 = L\sin 60^\circ$, где L – длина катета треугольника, m и m_0 - масса чаши и гири <2 балла>.

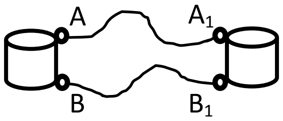
2) Из условия баланса моментов сил: $(m+m_0)L\sin 30^\circ = mL\sin 60^\circ$, откуда получаем массу чаши: $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{3}-1}$ <2 балла>.

3) После того, как в свободную чашу была добавлена масса M воды, условие равновесия стало: $(m+m_0)L\sin 60^\circ = (m+M)L\sin 30^\circ$ <3 балла>.

Ответ: $M = \dfrac{2m_0}{\sqrt{3}-1} = 273$ г <3 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение плеч	$d_1 = L\sin 30^\circ, d_2 = L\sin 60^\circ$	2
2	Условие баланса весов до наливания воды	$(m+m_0)L\sin 30^\circ = mL\sin 60^\circ$	2
3	Условие баланса весов после наливания воды	$(m+m_0)L\sin 60^\circ = (m+M)L\sin 30^\circ$	3
	Получение ответа	$M = \dfrac{2m_0}{\sqrt{3}-1} = 273$ г	3



5. Две одинаковых катушки соединены двумя отрезками провода длиной L = 1 м каждый (см. рисунок). Известно, что катушки намотаны тем же проводом, который использован для соединения их выводов. Определите длину этого провода в каждой из катушек, если омметр, подключенный к клеммам A и B, показывает сопротивление R_1 = 0,5455 Ом, а при его подключении к точкам A и B_1 он показывает R_2 = 0,55 Ом. Целостность схемы не нарушается.

Возможное решение

Обозначим сопротивление катушек r, а сопротивление каждого из соединительных проводов r_1.

1) Для первого подключения омметра получаем $R_1 = \dfrac{r(r+2r_1)}{2(r+r_1)}$ <2 балла>.

2) Для второго подключения омметра $R_2 = \dfrac{r+r_1}{2}$ <2 балла>.

3) Выразив r_1 через r из второго уравнения и поставив значение в первое, получим

$r^2 - 4R_2 r + 4R_1R_2 = 0$. Решаем $r = 2R_2\left(1 \pm \sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right)$, $r_1 = 2R_2 - r$ <2 балла>.

4) Решение со знаком «+» отвечает отрицательному значению r_1, поэтому исключается <1 балл>.

5) Сопротивление провода пропорционально его длине: $L_1 = Lr / r_1$ <1 балл>.

Ответ: $L_1 = \dfrac{L\left(1-\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}} \approx 10$ м <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Интерпретация первого измерения	$R_1 = \dfrac{r(r+2r_1)}{2(r+r_1)}$	2
2	Интерпретация второго измерения	$R_2 = \dfrac{r+r_1}{2}$	2
3	Определение сопротивления катушек и сопротивления соединительных проводов	$r = 2R_2\left(1 \pm \sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right), r_1 = 2R_2 - r$	2
4	Выбор корня уравнения		1
5	Пропорциональность длины провода его сопротивлению	$L_1 = Lr / r_1$	1
	Получение ответа	$L_1 = \dfrac{L\left(1-\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{R_1}{R_2}}} \approx 10$ м	2

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
10 класс
Возможные решения и критерии оценки

1. Хоккеист увидел посторонний предмет точно посредине хоккейной коробки и решил его убрать, толкнув в него от бортика шайбу со скоростью v. После упругого удара одновременно шайба вернулась к хоккеисту, а предмет ударился о противоположный бортик. Через какое время после толчка вернулась шайба, если ширина хоккейной коробки *L*, а движение шайбы и предмета происходили вдоль одной линии поперек коробки? Трения нет.

Возможное решение

1) Скорости шайбы и предмета после удара должны быть одинаковы <2 балла>.

2) Пусть масса шайбы *m*, предмета *M*, а скорость шайбы и предмета после удара *u*. Упругий удар сохраняет импульс $m\mathrm{v} = Mu - mu$ <2 балла>.

3) Упругий удар сохраняет энергию $\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$ <2 балла>.

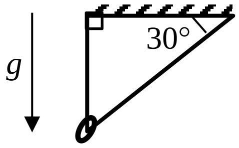
4) Решая уравнения п. (2) и (3), находим массу предмета: $M = 3m$ и скорость $u = \mathrm{v}/2$ <2 балла>.

5) Определяем время движения шайбы $t = \frac{L}{2\mathrm{v}} + \frac{L}{\mathrm{v}}$ <1 балл> и находим ответ.

Ответ: $t = \frac{3L}{2\mathrm{v}}$ <1 балл>.

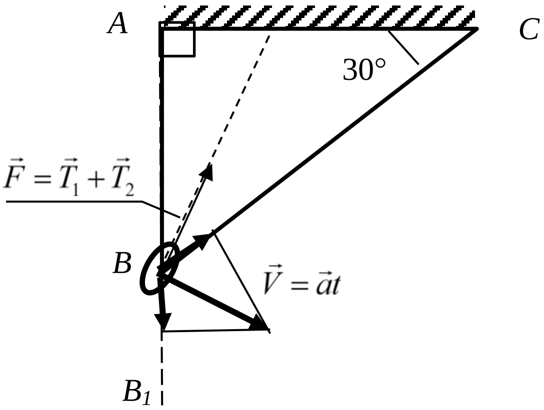
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равенства скоростей шайбы и предмета после удара		2
2	Закон сохранения импульса при ударе	$m\mathrm{v} = Mu - mu$	2
3	Закон сохранения энергии при ударе	$\frac{m\mathrm{v}^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mu^2}{2}$	2
4	Определение скорости шайбы после удара	$u = \mathrm{v}/2$	2
5	Определение времени движения шайбы	$t = \frac{L}{2\mathrm{v}} + \frac{L}{\mathrm{v}}$	1
	Получение ответа	$t = \frac{3L}{2\mathrm{v}}$	1



2. Кольцо подвесили на легкой нерастяжимой нити и отпустили в положении, когда нить образовывала прямоугольный треугольник с одной горизонтальной стороной и углами 90° и 30° при этой стороне (см. рисунок). Найдите ускорение кольца вначале его движения. Трения нет. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение



1) Из условия сохранения длины нити проекции скорости кольца на направления двух исходящих из нее отрезков нити должны быть равны по величине. Отсюда следует, что скорость, а также ускорение должны быть направлены вдоль биссектрисы угла B_1BC (см. рисунок). Таким образом, ускорение в начальный момент направлено под углом -30° к горизонту <4 балла>.

2) Силы натяжения нити слева и справа от кольца одинаковы по величине и их равнодействующая $\vec{F}$ направлена вдоль биссектрисы угла ABC или под углом 60° к горизонту <2 балла>.

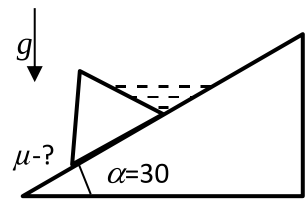
3) Направления силы $\vec{F}$ и ускорения взаимно перпендикулярны. Поэтому ускорение определяется исключительно проекцией силы тяжести $mg_{||}$ на направление движения: $ma = mg_{||} = mg\cos 60^{\circ} = mg/2$ <2 балла>.

Ответ: $a = g/2$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение направления ускорения		4
2	Определение направления равнодействующей сил натяжения		2
3	II закон Ньютона	$ma = mg_{\parallel}$	2
	Получение ответа	$a = g/2$	2

3. На склоне с углом относительно горизонтали 30° сооружена дамба, вытянутая поперек склона и имеющая сечение в форме правильного треугольника. Дамба подпирает ручей и создает запруду. При каком коэффициенте трения между дамбой и склоном, вода не сдвинет дамбу с места при любом уровне воды в образовавшейся запруде. Дамба сделана из прочного материала плотности ρ и не рассыпается, скользя по грунту. Плотность воды - ρ_0 .



Возможное решение

Примем, что длина дамбы равна L, а длина стороны треугольника в ее сечении - a.

1) Масса дамбы $m = \rho a^2 L\sqrt{3}/4$ <1 балл>.

2) Максимальная сила давление воды при условии, что вода доходит до кромки дамбы и давление линейно меняется от 0 до максимального значения, $P_{\max} = \rho_0 g a/2$: $F = aLP_{\max}/2 = \rho_0 g a^2 L/4$ <2 балла>.

3) Эта сила имеет составляющую вдоль склона $F_{||} = F\cos 30^\circ = F\sqrt{3}/2$, поперек склона $F_\perp = F\sin 30^\circ = F/2$ <2 балла>.

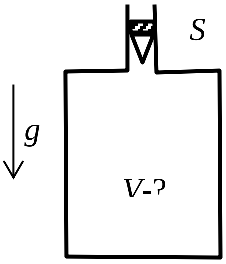
4) Из условия равновесия дамбы по нормали к склону находится сила реакции опоры $N = mg\cos 30° + F_\perp$ <1 балл>.

5) Условие равновесия вдоль склона $mg\sin 30° + F_{||} = F_{тр}$ и неравенство для силы трения $F_{тр} \le \mu N$ дают минимальное значение коэффициента трения $mg\sin 30° + F_{||} = \mu(mg\cos 30° + F_\perp)$ <2 балла>.

Ответ: $\mu_{\min} = \dfrac{\sqrt{3}(\rho + \rho_0)}{3\rho + \rho_0}$ <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение массы дамбы	$m = \rho a^2 L\sqrt{3}/4$	1
2	Определение максимальной силы давления воды	$F = \rho g a^2 L/4$	2
3	Определение составляющих силы давления вдоль и поперек склона	$F_{||} = F\sqrt{3}/2; F_\perp = F/2$	2
4	Определение действующей на дамбу силы реакции опоры	$N = mg\cos 30° + F_\perp$	1
5	Условие равновесия вдоль склона при минимальном коэффициенте трения	$mg\sin 30° + F_{||} = \mu(mg\cos 30° + F_\perp)$	2
	Получение ответа	$\mu_{\min} = \dfrac{\sqrt{3}(\rho + \rho_0)}{3\rho + \rho_0}$	2



4. Теплоизолированный сосуд был наполнен гелием при комнатной температуре и закрыт легким подвижным поршнем сечения S. Поршень взяли из холодного склада, и его нижняя поверхность была покрыта слоем намерзшего льда с температурой 0°С. Лед частично растаял, и температура в сосуде опустилась до 0°С – при этом поршень остался на своем месте. Определите объем сосуда. Ускорение свободного падения g, трение отсутствует. Теплоемкостью поршня пренебречь. Удельная теплота плавления льда λ. Изменение объема при плавлении льда является пренебрежимо малым эффектом.

Возможное решение

1) Равновесие поршня до таяния льда $P - P_0 = mg / S$, где P – начальное давление воздуха в сосуде, m – масса поршня и льда, P_0 – атмосферное давление <2 балла>.

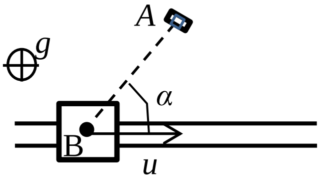
2) Равновесие после плавления льда $P_1 - P_0 = (m - \Delta m)g / S$, где Δm – масса растаявшего льда <2 балла>.

3) Первое начало термодинамики $\frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}P_1V + \lambda\Delta m$ <4 балла>.

Ответ: $V = \frac{2\lambda S}{5g}$ <2 балла>.

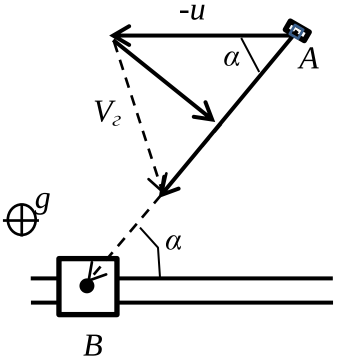
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия поршня до таяния льда	$P - P_0 = mg / S$	2
2	Условие равновесия поршня после таяния льда	$P_1 - P_0 = (m - \Delta m)g / S$	2
3	Применение первого начала термодинамики	$\frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}P_1V + \lambda\Delta m$	4
	Получение ответа	$V = \frac{2\lambda S}{3g}$	2



5. Подъемный кран высоты H движется по прямому рельсовому пути со скоростью u. Человек, находившийся внизу в точке A (см. рис., вид сверху), бросил крановщику мобильный телефон в момент времени, когда кран находился в точке B, и крановщик его поймал. Отрезок AB образует угол α с направлением рельсов. Определите минимальное возможное значение скорости броска в этих условиях. Какой длине AB отвечает минимальное значение скорости броска? Ускорение силы тяжести g.

Возможное решение



1) Чтобы брошенный предмет поднялся на высоту H, необходима начальная вертикальная скорость $V_H = \sqrt{2gH}$. Увеличивать вертикальную скорость явно невыгодно
<1 балл>.

2) Время подъема на эту высоту $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$ <1 балл>.

3) Горизонтальная скорость в системе отсчета, связанной с краном, должна быть направлена вдоль линии AB (см. рисунок). В этой системе предмет еще до броска имеет скорость u, и горизонтальная компонента скорости бросания телефона $V_г$ придает его полной горизонтальной скорости нужное направление <2 балла>.

4) Минимальное значение скорости бросания отвечает $\vec{V}_г \perp AB, V_г = u\sin\alpha$. При этом результирующая горизонтальная скорость получится $u\cos\alpha$ <2 балла>.

5) Минимальной скорости броска отвечает длина $AB = ut\cos\alpha = u\sqrt{\dfrac{2H}{g}}\cos\alpha$ <2 балла>.

6) Полная начальная скорость $V_0 = \sqrt{V_H^2 + u^2\sin^2\alpha} = \sqrt{2gH + u^2\sin^2\alpha}$ <1 балл>.

Ответ: $V_{\min} = \sqrt{2gH + u^2\sin^2\alpha}$, $AB = u\sqrt{\dfrac{2H}{g}}\cos\alpha$ <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение минимальной вертикальной скорости	$V_H = \sqrt{2gH}$	1
2	Определение времени подъема	$t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$	1
3	Определение направления результирующей горизонтальной составляющей скорости в системе отсчета крана		2
4	Определение минимальной горизонтальной скорости бросания	$\vec{V}_г \perp AB, V_г = u\sin\alpha$	2
5	Определение расстояния, отвечающего минимальной скорости броска	$AB = ut\cos\alpha$	2
6	Определение минимальной полной скорости бросания	$V_0 = \sqrt{V_H^2 + u^2\sin^2\alpha}$	1
	Получение ответа	$V_{\min} = \sqrt{2gH + u^2\sin^2\alpha}$, $AB = u\sqrt{\dfrac{2H}{g}}\cos\alpha$	1

Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г
Решения и критерии оценки 11 класс

1. Три маленьких заряженных шарика с зарядами q, q и $2q$ с одинаковыми массами m последовательно нанизали на горизонтальную спицу из непроводящего материала и расположили с одинаковыми расстояниями между соседними шариками. В начальный момент первому шарику (с зарядом q) придают такое переменное ускорение, что если остальные шарики отпустить, то они будут двигаться так, что расстояния между соседними шариками будут оставаться одинаковыми. Определите ускорение первого шарика и его направление в момент времени, когда расстояния между соседними шариками равно l. Спица неподвижна. Трение отсутствует.

Возможное решение

1) Пусть ускорения шариков равны соответственно a_1, a_2, a_3. Условия сохранения равного расстояния между соседними шариками дает $a_2 = (a_1 + a_3)/2$ <3 балла>.

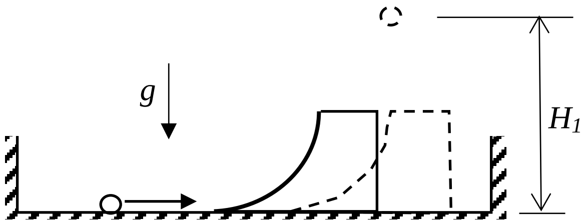
2) II закон Ньютона для второго шарика: $ma_2 = \frac{kq^2}{l^2} - \frac{k2q^2}{l^2}$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ <3 балла>.

3) II закон Ньютона для третьего шарика: $ma_3 = \frac{2kq^2}{4l^2} + \frac{k2q^2}{l^2}$ <2 балла>.

Ответ: С нулевой начальной скоростью и ускорением $a_1 = 4{,}5\ \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2 m}$ в направлении, противоположном направлению на второй шарик <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Нулевая начальная скорость первого шарика Определение связи ускорений	$a_2 = (a_1 + a_3)/2$	3
2	II закон Ньютона для второго шарика	$ma_2 = \frac{kq^2}{l^2} - \frac{k2q^2}{l^2}$	3
3	II закон Ньютона для третьего шарика	$ma_3 = \frac{2kq^2}{4l^2} + \frac{k2q^2}{l^2}$	2
4	Получение ответа	$a_1 = 4{,}5\ \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2 m}$, от других шариков	2



2. Внутрь горизонтально расположенного массивного ящика поместили маленький шарик и трамплин. Левая поверхность трамплина начинается горизонтально, а заканчивается вертикально. Шарик с некоторой скоростью толкнули навстречу неподвижному трамплину, в результате чего, двигаясь по левой стороне трамплина, он поднялся на максимальную высоту H_1. После приземления шарика трамплин и шарик имели противоположные скорости. Это привело их к упругому столкновению с вертикальными стенками ящика и к последующему сближению. На какую высоту H_2 шарик поднимется во второй раз? Трения нет.

Возможное решение

1) После отрыва шарик и трамплин двигались с одинаковой горизонтальной скоростью. Обозначим ее буквой u, а начальную скорость v <1 балл>.

2) Из закона сохранения горизонтальной компоненты импульса: $P_0 = (M+m)u$, где P_0 - начальный импульс шарика, M и m – массы трамплина и шарика <1 балл>.

3) Высота подъема шарика находится из закона сохранения энергии $mgH_1 = \frac{m\text{v}^2}{2} - \frac{(m+M)u^2}{2} = E - \frac{P_0^2}{2(m+M)}$, где E - полная энергия системы <2 балла>.

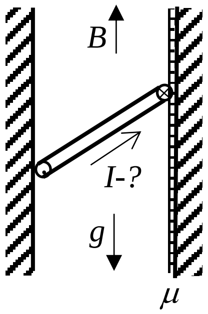
4) После "приземления" шарика он получит скорость $-\text{v}_1$, а трамплин u_1, причем, из закона сохранения импульса: $Mu_1 - m\text{v}_1 = P_0$ <2 балла>.

5) После упругих ударов о стенку скорости трамплина и шарика изменят свой знак – в итоге импульс их системы изменится на противоположный, а энергия останется прежней, в итоге высота подъема шарика при втором столкновении с трамплином $mgH_2 = E - \frac{(-P_0)^2}{2(m+M)} = mgH_1$ <3 балла>.

Ответ: шарик поднимется на прежнюю высоту, $H_2 = H_1$ <1 балл>.

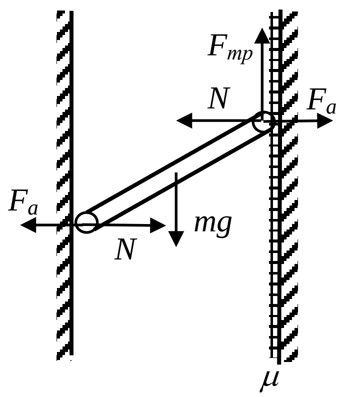
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Равенство горизонтальных скоростей шарика и трамплина после отрыва шарика		1
2	Закон сохранения импульса при первом подскоке	$P_0 = (M+m)u$	1
3	Закон сохранения энергии	$mgH_1 + \frac{P_0^2}{2(m+M)} = E$	2
4	Закон сохранения импульса после "приземления" шарика	$Mu_1 - m\text{v}_1 = P_0$,	2
5	Сохранение модуля полного горизонтального импульса при ударе о стенку ящика и применение закона сохранения энергии при втором подскоке	$mgH_2 = E - \frac{(-P_0)^2}{2(m+M)} = mgH_1$	3
6	Получение ответа	$H_2 = H_1$	1



3. В промежутке между двумя параллельными вертикальными стенками создано вертикальное магнитное поле с индукцией B. В промежуток между стенками шириной L вставлена прямоугольная рамка размера $a \times b$ и массы m (на рисунке вид сбоку). Стороны рамки длины b касаются стенок по всей своей длине и горизонтальны, и $a > L$. Рамка удерживается благодаря тому, что в ней создается ток. Определите минимальную величину этого тока, если трение между рамкой и левой стенкой отсутствует, а коэффициент трения между рамкой и правой стенкой равен μ. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение



1) На стороны рамки, упирающиеся в стенки, действует сила Ампера $F_a = IbB$, где I – ток в рамке <2 балла>.

2) Со стороны правой стенки на рамку действует сила реакции опоры N. Из баланса действующих на рамку горизонтальных сил следует, что сила реакции опоры со стороны левой стенки также равна N <2 балла>.

3) Баланс моментов сил относительно стороны рамки, упирающейся в правую стенку

$\frac{mgL}{2} = (N - F_a)\sqrt{a^2 - L^2}$. <2 балла>.

4) Баланс действующих на рамку сил по вертикали $F_{тр} - mg = 0$, где $F_{тр}$ – сила трения <1 балл>.

5) Неравенство для силы трения $F_{тр} \le \mu N$ <1 балл>.

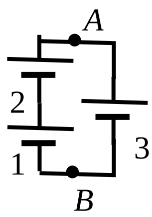
Ответ: $I_{min} = \frac{mg}{bB}\left(\frac{1}{\mu} + \frac{L}{2\sqrt{a^2 - L^2}}\right)$. <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение силы Ампера, действующей на стороны рамки, упирающиеся в стенки, и направление тока	$F_a = IbB$	2
2	Равенство по величине сил реакции опоры со стороны правой и левой стенки		2
3	Баланс моментов сил	$\frac{mgL}{2} = (N - F_a)\sqrt{a^2 - L^2}$	2
4	Баланс сил по вертикали	$F_{тр} - mg = 0$	1
5	Условие на силу трения	$F_{тр} \le \mu N$	1
	Получение ответа	$I_{min} = \frac{mg}{bB}\left(\frac{1}{\mu} + \frac{L}{2\sqrt{a^2 - L^2}}\right)$	2

4. Из 4 одинаковых батареек одна полностью разряжена, а остальные три полностью заряжены. Как при помощи двух измерений, произведенных идеальным вольтметром, определить разряженную батарейку? Считать, что внутреннее сопротивление батарейки при разряде не меняется.

Возможное решение



1) Измерим напряжение на первой батарейке – если получится U=0, то задача решена – первая батарейка разряжена, в противном случае она заряженная, и мы знаем ЭДС заряженной батарейки, $\varepsilon = U$ <1 балл>.

2) Собираем схему, в которой первая батарейка включена последовательно со второй, и параллельно подключена третья. Измерим напряжение между точками A и B <3 балла>.

3) Если разряжена четвертая батарейка, первые три батарейки заряжены и имеют внутреннее сопротивление r, ток в контуре I, то $U_{AB} = \varepsilon + Ir = 2\varepsilon - 2Ir$, или $U_{AB} = \dfrac{4}{3}U$ <2 балла>.

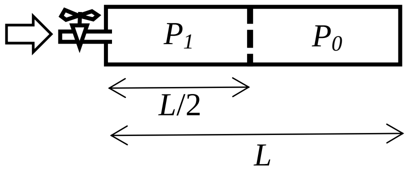
4) Если разряжена батарейка №2, тока в цепи не будет, и $U_{AB} = \varepsilon$ <1 балл>.

5) Если разряжена батарейка №3, то $U_{AB} = rI_1 = 2\varepsilon - 2rI_1$, откуда $U_{AB} = 2U/3$ <1 балл>.

Ответ: Первым измерением проверяется батарейка №1. Если она заряжена, и в изображенной на рисунке схеме $U_{AB} = \dfrac{4}{3}U$, то разряжена батарейка №4. Если при тех же условиях $U_{AB} = U$, то разряжена батарейка №2. Если $U_{AB} = \dfrac{2}{3}U$, то разряжена батарейка №3 <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	1-е измерение: проверка батарейки №1, определение ЭДС	$\varepsilon = U, U > 0$	1
2	Предложение схемы из двух последовательных батареек (включая №1) и одной параллельной		3
3	Напряжение U_{AB} при трех заряженных батарейках	$U_{AB} = \dfrac{4}{3}U$	2
4	Напряжение U_{AB} при разряженной батарейке №2	$U_{AB} = U$	1
5	Напряжение U_{AB} при разряженной батарейке №3	$U_{AB} = \dfrac{2}{3}U$	1
6	Получение ответа		2



5. Закрытый цилиндрический сосуд длины L перегорожен легким подвижным поршнем. Первоначально поршень находился в крайнем левом положении, а объем справа от него был заполнен воздухом. В объем слева от поршня через тонкую трубку с вентилем подали гелий, в результате чего поршень переместился и остановился посредине цилиндра. После этого вентиль закрыли. В этот момент давление воздуха справа от поршня было P_0, а давление гелия слева от поршня – P_1. Медленная диффузия гелия через поршень привела к тому, что поршень через большой промежуток времени начал менять свое положение. На каком расстоянии от левого конца цилиндра остановится поршень? Температура постоянная.

Возможное решение

1) Поршень испытывает силу трения $F = (P_1 - P_0)S$, где S – площадь поршня <2 балла>.

2) В результате диффузии парциальное давление гелия по обе стороны поршня выровняется <1 балл>.

3) Равновесие поршня после выравнивания давлений гелия, если поршень не упирается в левый край цилиндра $PS = F$, где P – давление воздуха справа <1 балл>.

4) Закон Бойля-Мариотта для воздуха справа от поршня $P_0 LS/2 = P(L-x)S$, где x – искомое расстояние поршня до левого края цилиндра <2 балла>.

5) Решение уравнений $x = L\frac{2P_1 - 3P_0}{2(P_1 - P_0)}$ при $x > 0$ <2 балла>.

6) Условие $P_1 > 3P_0/2$, при котором $x > 0$ <1 балл>.

Ответ: при $P_1 > 3P_0/2$ $x = L\frac{2P_1 - 3P_0}{2(P_1 - P_0)}$, при $3P_0/2 \geq P_1$ $x = 0$ <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Утверждение о наличии силы трения и определение ее величины	$F = (P_1 - P_0)S$	2
2	Утверждение о выравнивании парциального давления гелия		1
3	Условие равновесия поршня	$PS = F$	1
4	Закон Бойля-Мариотта для воздуха справа от поршня	$P_0 LS/2 = P(L-x)S$	2
5	Решение уравнений относительно позиции поршня после остановки	$x = L\frac{2P_1 - 3P_0}{2(P_1 - P_0)}$	2
6	Нахождение условия остановки поршня не у края цилиндра	$P_1 > 3P_0/2$	1
7	Получение ответа		1