**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЦЕНТР НГУ**

| РАССМОТРЕНО | СОГЛАСОВАНО | УТВЕРЖДЕНО |
|---|---|---|
| На заседании кафедры математических наук ММФ и СУНЦ НГУ | УО СУНЦ НГУ | Приказом директора СУНЦ НГУ |
| _____ | _____ | №221/1-ОД от 31.08 201__ г. |
| 28.08.2018 | И.И. Тахонов | |

Программа

курса

**«математика для учащихся второго года трехгодичного потока СУНЦ НГУ»**

(полное название курса)

_____10-1 трехгодичный _____

(класс/поток)

на 2018 – 2019 учебный год

Составитель программы
Ляпунов Игорь Борисович
кандидат экономических наук
доцент СУНЦ НГУ

Новосибирск
2018

**Программа по математике для учащихся второго года трехгодичного потока СУНЦ НГУ, 10-1 класса**

Лектор к.э.н. доцент Ляпунов И.Б.

Аннотация.

Настоящая программа по математике предназначена для учащихся 10 класса (второго года) трехгодичного потока СУНЦ НГУ, создана на основе федерального компонента государственного стандарта среднего (полного) общего образования, способствует углубленному изучению программы общеобразовательной школы, обеспечивает основы для получения фундаментального математического образования, способствует расширению математического кругозора и раннему развитию научных интересов школьников.

Курс второго года обучения содержит элементы логики, операции над множествами, свойства числовых множеств, свойства делимости, комбинаторные задачи, понятия функции, предела последовательности, предела функции, свойства непрерывных функций, понятие производной. В курсе рассматриваются элементы векторной алгебры и метод координат. Значительное внимание уделяется практическому применению теории при решении задач, геометрической интерпретации основных положений теории, получению практических навыков, совершенствованию общеобразовательной подготовки.

В результате освоения курса обучающийся должен: знать основные положения курса, формулировки определений и теорем, схемы и методы доказательств; уметь использовать приобретенные знания в практической деятельности и повседневной жизни, выполнять вычисления и преобразования, решать уравнения и неравенства, выполнять действия с функциями, с геометрическими фигурами, координатами и векторами, строить и исследовать математические модели, владеть калькулятором, компьютером, чертежными инструментами, чтением графиков функций.

Предусмотрены следующие формы организации учебного процесса: *лекции, практические занятия, контрольная работа, самостоятельная работа учащегося.*

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль успеваемости в форме *контрольной работы, месячного балла, промежуточный контроль в форме зачета, коллоквиума*. Формы итогового контроля определяются решениями Ученого совета, действующими в течение текущего учебного года.

В потоке предусмотрены две группы физико-математического профиля (701 и 702 класса 10-1).

Программой курса предусмотрены 68 часов лекционных и 204 часа практических занятий для физико-математического профиля, две экзаменационные сессии за год обучения (24 часа). Итого: 296 часов.

Содержание программы

## ЛЕКЦИИ

### 1 семестр (32 часа)

**1. Числовые функции (продолжение) (4 часа).**

Периодические функции. Примеры периодических функций: тригонометрические функции числового аргумента, постоянная, дробная часть, функция Дирихле. Примеры не периодических функций. Наименьший (основной) период. Примеры периодических функций, не имеющих основного периода. Лемма о множестве всех периодов функции, имеющей основной период. Основной период функции $f(kx+b)$, где $k \neq 0, f(x)$ - периодическая функция с основным периодом Т. Алгоритм поиска наименьшего периода для конкретной функции. Периодичность сложной функции. Сумма, произведение и частное функций с соизмеримыми периодами. Тригонометрические функции и их графики. Условие периодичности тригонометрического двучлена $f(x) = \cos(\alpha x) + \sin(\beta x)$. Обратная функция. Условие обратимости. Обратные тригонометрические функции и их графики.

**2. Тригонометрические уравнения и неравенства (6 часов).**

Решение простейших тригонометрических уравнений. Методы решения тригонометрических уравнений путем сведения к простейшим: сведение к квадратному уравнению, разложение на множители, понижение степени, использование формул приведения, преобразование произведений в суммы, введение дополнительного угла, сведение к однородному уравнению, использование ограниченности тригонометрических функций. Методы отбора корней в тригонометрических уравнениях: на тригонометрическом круге, с помощью графика, с помощью неравенств, перебор в серии, использование кратных множителей.

Решение простейших тригонометрических неравенств. Метод интервалов для тригонометрических неравенств.

**3. Целые числа. (6 часов)**

Множество целых чисел и операции на нем. Делимость, свойства делимости. Простые числа, бесконечность множества простых чисел. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики.

Деление с остатком. Системы счисления. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. "Китайская" теорема об остатках. Критерий разрешимости диофантовых уравнений вида $ax + by = c$. Применение диофантовых уравнений к отбору корней в тригонометрических уравнениях.

Сравнения по модулю $m$, арифметические операции над ними. Признаки делимости на 3, 9 и 11. Кольцо $\mathbf{Z} / m\mathbf{Z}$ вычетов по модулю $m$. Поле вычетов по простому модулю. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона.

**4. Элементы комбинаторики (3 час).**

Правило суммы и произведения (повторение). Задачи о числе перестановок, размещений, сочетаний. Перестановки, размещения и сочетания с повторениями. Примеры из теории вероятностей. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Мощность множества подмножеств конечного множества.

**5. Сравнение множеств по мощности. (1 час).**

Взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств. Теорема Кантора о мощности всех подмножеств данного множества (без доказательства). Счетные множества. Счетность множества целых чисел, множество рациональных чисел.

Несчетность множества действительных чисел. Другие примеры счетных и несчетных множеств.

**6. Границы числовых множеств (4 часа).**

Понятие точной верхней и точной нижней граней числового множества. Теорема Дедекинда о существовании точной верхней грани непустого ограниченного множества действительных чисел. Следствия: теорема Кантора-Больцано о непустом пересечении последовательности вложенных числовых отрезков, существование иррациональных чисел, теорема о существование корня n–й степени из положительного действительного числа. Примеры иррациональных чисел: а) $\sqrt{p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_{m,}}$ где $p_1, p_2, \ldots, p_m$ - попарно различные простые числа; б) $a_1\sqrt{p_1} + a_2\sqrt{p_2} + a_3\sqrt{p_3}$, где $p_1, p_2, p_3$ - различные простые числа, $a_1, a_2 a_3$ - рациональные числа, $a_1 \neq 0$.

**7. Числовые последовательности (4 часа).**

Числовые последовательности как функции натурального аргумента. График числовой последовательности. Ограниченные числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности. Понятие подпоследовательности. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной ограниченной последовательности. Бесконечно малые последовательности. Предел суммы, произведения, частного двух сходящихся последовательностей. Предел и неравенства. Лемма о двух милиционерах. Вычисление пределов $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a}$, где $a > 0, \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{n}$. Монотонные последовательности, определяющие число e.

**8. Степень с действительным показателем (2 часа).**

Степень с рациональным показателем, основные свойства. Степень с действительным показателем. Корректность определения. Предельный переход $\lim\limits_{n\to\infty} a^{x_n} = a^{\lim\limits_{n\to\infty} x_n}$. Равенство $(a^x)^y = a^{xy}$. Монотонность показательной функции, ее свойства и график.

**9. Понятие логарифма (2 часа).**

Теорема о существовании логарифма. Логарифмы произведения, степени, частного положительных выражений. Смена основания логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы. Монотонность логарифмической функции. Ее свойства и график.

**2 семестр (36 часов)**

**10. Понятие предела функции на бесконечности (2 часа).**

Определение предела функции на бесконечности, случаи $x \to +\infty$, $x \to -\infty, x \to \infty$. Виды окрестностей бесконечно удаленной точки. Единственность предела. Ограниченность в окрестности бесконечности функции, имеющий предел. Предел суммы, произведения, частного функций, имеющих пределы. Предел и неравенства. Лемма о двух милиционерах. Асимптота кривой на бесконечности, определение и способы вычисления. Примеры. Существование различных асимптот при $x \to -\infty$ и при $x \to +\infty$.

**11. Понятие предела функции в точке (6 часов).**

Предел функции в точке, определение в смысле Коши. Предел функции в точке, определение в смысле Гейне. Эквивалентность двух определений. Единственность предела. Ограниченность в точке функции, имеющий предел. Примеры функции, не имеющих предела в точке. Предел и неравенства. Лемма о двух милиционерах.

Односторонние пределы. Бесконечные пределы. Вертикальные асимптоты. Замечательные пределы $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}, \lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$.

**12. Непрерывные функции (10 часов).**

Непрерывность функции в точке, на множестве. Два определения. Примеры применения определения непрерывной функции для константы, линейной, тригонометрических функций. Арифметика непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Новые примеры непрерывных на своей области определения функций: многочлен, дробно-рациональная. Теорема о непрерывности на числовом интервале монотонной функции, значения которой полностью заполняют некоторый интервал. Следствия: непрерывность степенной, показательной, логарифмической, обратных тригонометрических функций. Применение непрерывности к вычислению пределов. Замечательные пределы $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log_a(1+x)}{x}(a>0,a\neq 1), \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^x-1}{x}(a>0), \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^\mu-1}{x}$. Теорема о непрерывности обратной функции к функции, непрерывной на некотором интервале. Теорема о сохранении знака непрерывной функции в некоторой окрестности нулевого значения. Теорема о нуле непрерывной функции, имеющей на концах отрезка значения разных знаков. Теорема о промежуточных значениях непрерывной на замкнутом отрезке функции. Первая теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на замкнутом отрезке функции. Вторая теорема Вейерштрасса о достижении непрерывной на замкнутом отрезке функцией наибольшего и наименьшего значений.

**13. Производная (12 часов).**

Таблица производных элементарных функций. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Непрерывность функции в точке как необходимое условие существования производной в точке. Производная суммы, произведения, частного. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие существования экстремума функции, имеющей производную (теорема Ферма). Теоремы Ролля и Лагранжа, достаточное условия возрастания функции на интервале. Приложение: доказательство неравенств с помощью производной. Производные высоких порядков. Геометрическое определение выпуклости функции. Точки перегиба. Достаточные условия выпуклости функции в терминах второй производной. Общая схема исследования функции.

**14. Понятие вектора в пространстве (6 часов).**

Нулевой вектор. Длина вектора. Операции над векторами. Коллинеарные и компланарные вектора. Разложение произвольного вектора в пространстве по трем некомпланарным векторам. Угол между двумя векторами. Скалярное произведение двух векторов. Условие перпендикулярности двух векторов. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты точки. Формула расстояния между двумя точками. Координаты вектора. Вычисление длины вектора по его координатам. Правила действий над векторами, заданными своими координатами. Вычисление скалярного произведения векторов, заданных своими координатами. Вычисление угла между векторами по их координатам. Уравнение плоскости. Условия совпадения плоскостей. Нормаль к плоскости. Угол между плоскостями. Сведения вычисления угла между плоскостями к вычислению угла между нормалями. Формула расстояния от точки до плоскости. Различные способы задания прямой в пространстве: параметрический, в виде пересечения двух плоскостей. Вычисление угла между прямой и плоскостью в прямоугольной системе координат. Применение координатного метода к решению вступительных задач. Уравнение сферы в пространстве. Пересечение сферы и плоскости. Пересечение двух сфер.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### 1 семестр (96 часов)

### Алгебра

**1. Повторение: уравнения и неравенства (4 часа).**

Уравнение и неравенства с модулем. Равносильные преобразования уравнений и неравенств. Метод интервалов. Иррациональные уравнения и неравенства.

**2. Числовые функции (2 часа).**

Числовые функции. Периодические функции. Вычисление наименьшего (основного) периода.

**3. Обратные тригонометрические функции (2 часа).**

Обратные тригонометрические функции. Простейшие тригонометрические уравнения.

**4. Тригонометрические уравнения и неравенства (18 часов).**

Преобразование тригонометрических выражений. Методы решения тригонометрических уравнений: сведение к квадратному, разложение на множители, понижение степени, преобразование произведений в суммы, введение дополнительного угла, однородные уравнения второй степени, специальные замены, использование ограниченности тригонометрических функций. Отбор корней в тригонометрических уравнениях, общая часть двух решений. Простейшие тригонометрические неравенства. Метод интервалов в тригонометрических неравенствах.

**5. Делимость (6 часов).**

Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики.

Деление с остатком. Алгоритм Евклида. "Китайская" теорема об остатках. Решение диофантовых уравнений вида $ax + by = c$.

Сравнения по модулю $m$, арифметические операции над ними. Признаки делимости на 3, 9 и 11. Малая теорема Ферма, теорема Эйлера, теорема Вильсона.

Применение диофантовых уравнений к отбору корней в тригонометрических уравнениях.

**6. Элементы комбинаторики (2 часа).**

Задачи о числе перестановок, размещений, сочетаний в том числе с повторениями.

**7. Предел последовательности (10 часов).**

Числовые последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. График последовательности. Вычисление пределов последовательностей. Монотонные последовательности. Число e.

**8. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства (16 часов).**

Показательные уравнения. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Вычисление логарифмов. Логарифмические уравнения. Показательные и логарифмические неравенства. Обобщенный метод интервалов.

### Геометрия

**9. Планиметрия (6 часов).**

Повторение курса планиметрии. Задачи на вычисление отношений. Решение треугольников. Прямоугольный треугольник. Теоремы синусов и косинусов. Окружность. Вписанные углы. Отрезки касательных. Касательная и секущая. Дополнительные построения. Конструкция из двух окружностей. Примеры переформулировок задач.

**10. Плоскости и прямые в пространстве (16 часов).**

Аксиомы стереометрии. Параллельность плоскостей. Параллельность прямой и плоскости. Понятие многогранника. Виды многогранников: призма, параллелепипед, пирамида, усеченная пирамида. Построение сечений многогранников по трем точкам,

параллельно прямой. Построение пересечения прямой и плоскости. Вычисление элементов сечений.

**11. Перпендикулярность в пространстве (10 часов).**

Построение перпендикуляра из точки на плоскость. Вычисление расстояний и двугранных углов. Угол между прямой и плоскостью.

**12. Скрещивающиеся прямые (4 часа).**

Проведение через данную точку прямой, пересекающей две данные скрещивающиеся прямые. Общий перпендикуляр, расстояние. Примеры переформулировок задач.

## 2 семестр (108 часов)

### Алгебра

**13. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами (6 часов).**

Показательные и логарифмические уравнения с параметрами. Показательные и логарифмические неравенства с параметрами. Задачи из ЕГЭ с параметрами с использованием свойств показательной и логарифмической функций.

**14. Тригонометрические уравнения и неравенства (12 часов).**

Равносильные преобразования тригонометрических уравнений, замены неизвестного, различные виды отборов корней. Задачи из ЕГЭ.

**15. Предел функции (18 часов).**

Вычисление пределов функций. Асимптоты. Использование непрерывности при вычисление пределов.

**16. Производная (22 часа).**

Дифференцирование по таблице. Уравнение касательной. Достаточные условия возрастания и убывания функций. Доказательства неравенств с помощью производной. Поиск локальных экстремумов. Геометрические задачи на экстремум. Вычисление наибольшего и наименьшего значения непрерывной на замкнутом промежутке функции. Достаточные условия выпуклости. Точки перегиба. Исследование функций по схеме. Решение задач из ЕГЭ с применением производной.

**17. Повторение и подготовка к экзаменам (4 часа).**

Повторение. Разные типы задач с параметрами.

### Геометрия

**18. Планиметрия (14 часов), в том числе.**

Применение тригонометрии в решении планиметрических задач. (6 часов). Решение задач с помощью векторов. (2 часа). Экстремальные задачи с применением производной (2 часа). Решение задач из ЕГЭ (4 часа).

**19. Стереометрия. (14 часов), в том числе.**

Проектирование (2 часа). Вычисление длины проекции отрезка на плоскость. Вычисление площади проекции через площадь сечения и двугранный угол (2 часа). Вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми через проектирование (2 часа). Экстремальные задачи в геометрии: геометрический подход и подход с использованием производной (4 часа). Решение задач ЕГЭ (4 часа).

**20. Метод координат в пространстве (14 часов).**

Расстояние между точками, углы между векторами, углы между плоскостями, угол между прямой и плоскостью, расстояние от точки до плоскости. Два способа задания прямой. Пересечение прямой и плоскости.

**21. Повторение и подготовка к экзаменам (4 часа).**

Повторение. Разные типы задач на вычисления элементов сечений, углов, расстояний.

Тематический план курса

| Наименование тем | Лекции | Семинары | | Контрольные работы | Всего часов |
|---|---|---|---|---|---|
| Повторение: уравнения и неравенства | | 3 | | 1 | 4 |
| Числовые функции | 4 | 2 | | | 6 |
| Обратные тригонометрические функции | | 2 | | | 2 |
| Тригонометрические уравнения и неравенства | 6 | 15 | | 3 | 24 |
| Целые числа. Делимость. | 6 | 5 | | 1 | 12 |
| Элементы комбинаторики | 3 | 2 | | | 5 |
| Сравнение множеств по мощности | 1 | | | | 1 |
| Границы числовых множеств | 4 | | | | 4 |
| Предел последовательности | 4 | 8 | | 2 | 14 |
| Степень с действительным показателем | 2 | 6 | | 2 | 10 |
| Понятие логарифма | 2 | 6 | | 2 | 10 |
| Предел функции на бесконечности | 2 | 3 | | 1 | 6 |
| Предел функции в точке | 6 | 4 | | 2 | 12 |
| Непрерывные функции | 10 | 6 | | 2 | 18 |
| Производная | 12 | 18 | | 4 | 34 |
| Понятие вектора в пространстве | 6 | | | | 6 |
| Планиметрия 1 семестр | | 4 | | 2 | 6 |
| Плоскости и прямые в пространстве | | 12 | | 4 | 16 |
| Перпендикулярность в пространстве | | 8 | | 2 | 10 |
| Скрещивающеся прямые | | 3 | | 1 | 4 |
| Стереометрия 2 семестр: проектирование и т.д. | | 10 | | 4 | 14 |
| Метод координат в пространстве | | 10 | | 4 | 14 |
| Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами | | 5 | | 1 | 6 |
| Тригонометрия 2 семестр | | 9 | | 3 | 12 |
| Планиметрия 2 семетр | | 10 | | 4 | 14 |
| Повторение алгебра | | 4 | | | 4 |
| Повторение геометрия | | 4 | | | 4 |
| Итого по лекциям и семинарам | 68 | 159 | | 45 | 272 |
| Письменные экзамены | | | | | 12 |
| Устные экзамены | | | | | 12 |

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины:

ЛИТЕРАТУРА основная


1. Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия: учебник для 10 класса общеобразовательных организаций. Базовый и углублённый уровни под ред. В.В. Козлова и А.А. Никитина. – М.: ООО «Русское слово – учебник», 2014. – 464 с. – (Инновационная школа).
2. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Базовый уровень. 10-11 классы: учебник. М., Дрофа, 2013 – 236 с.


ЛИТЕРАТУРА дополнительная


3. Банах С. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.:Наука, 1966.
4. Белоносов В.С. Вещественные числа. Методические указания. Новосибирск: НГУ, 1990.
5. Белоносов В. С., Фокин М. В. Задачи вступительных экзаменов по математике в НГУ. Новосибирск, Сибирское университетское изд-во, 2007.
6. Болтянский В.Г., Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Лекции и задачи по элементарной математике. М.:Альфа, 1994, М.:Наука 1974.
7. Гайнов А.Т. Математика: Курс лекции для одногодичного потока. В 3 ч.: Учеб. пособие. 2-е изд., испр. и доп. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2017 – 204 с.
8. Киселев А. П., Рыбкин Н. А. Геометрия. Планиметрия. 7-9 кл. М., Дрофа, 1995.
9. Киселев А. П. Геометрия. Стереометрия. 10-11 кл. М., Дрофа, 1995.
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М: Гос. изд-во физ.-мат. литературы. 1963.
11. Ляпунов И.Б. Варианты выпускных экзаменов по математике СУНЦ НГУ за 2018 год: учеб. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2018. – 49 с.
12. Ляпунов И.Б. Сборник экзаменационных задач по математике для одногодичного потока СУНЦ НГУ: учеб. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2017. – 32 с.
13. Ляпунов И.Б. Экономические задачи для подготовки к ЕГЭ по математике: учеб. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2018. – 28 с.
14. Никитин А. А., Михеев Ю. В., Ляпунов И.Б. Варианты выпускных экзаменов по математике СУНЦ НГУ: учеб. пособие. – Новосибирск, ИПЦ НГУ, 2017. – 92 с.
15. Никитин А. А. и др. Математика. 11 кл. Ч. 1 и 2. Новосибирск, НГУ, 2003.
16. Погорелов А.В. Геометрия 10-11 классы. Учебник для общеобразовательных учреждений. Базовый и профильный уровни. 11-е изд. М.: Просвещение, 2011 – 175 с.
17. Савельев Л. Я. Комбинаторика. Задачи и теория. Новосибирск, СУНЦ НГУ, 2006.
18. Созоненко Р. С. Задачи и теоремы по планиметрии. Новосибирск, Изд-во Ин-та математики СО РАН, 1998.
19. Хухро Е.И. Непрерывные функции действительного переменного. Методическое указания к курсу математики. Новосибирск: НГУ, 1990.
20. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. 11 кл. М., Просвещение, 1991 – 384 с.


Интернет-ресурсы

1. http://www.fipi.ru/ - Федеральный институт педагогических измерений;
2. http://www.it-n.ru/ - Сеть творческих учителей;
3. http://www.math.ru/ - Интернет-поддержка учителей математики;
4. http://www.proshkolu.ru/ - Бесплатный школьный портал. Все школы России.
5. http://sdamgia.ru/ - образовательный портал для подготовки к экзаменам.
6. http://www.terver.ru/ - Школьная математика. Справочник;

7. http://egeigia.ru/ - ЕГЭ и ОГЭ. Информационный образовательный портал. Подготовка к экзаменам.
8. http://www.school-collection.edu.ru — единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.
9. http://www.ege.edu.ru/ Единый Государственный экзамен
10. http://www.edu.ru/ - Российский образовательный портал
11. http://www.school.edu.ru/ - Российский общеобразовательный портал
12. http://fcior.edu.ru/ - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов
13. http://window.edu.ru/ - Единое окно доступа к образовательным ресурсам

Согласовано:
Заведующий кафедрой математических наук

Член-корреспондент РАН Миронов А.Е.

28 08 2018 г.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по тригонометрическим уравнениям

**1.** Решить уравнение $\dfrac{10\cos^2 x + 9\sqrt{2}\cos x + 8\sin^2 x}{\sqrt{5\pi x - x^2}} = 0.$

**2.** Числа $\cos 2x$, $\frac{1}{2}\cos 4x$, $\cos 6x$ являются последовательными членами арифметической прогрессии. Найти все возможные значения $x$ на отрезке $[\pi; 2\pi]$.

**3.** Решить уравнение $(\sqrt{\operatorname{tg} x})^2 \cdot \cos x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = \frac{1}{2}\sin 4x$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по логарифмическим уравнениям

**1.** Решить уравнение: $\lg^2(2x+3) = \lg^2(3x+2)$.

**2.** Решить уравнение $3\log^2_{\frac{1}{3}} x^2 - \log_3(-x) = 11$.

**3.** Решить уравнение $\log^2_4 x^2 + \log_4 x^4 = 8$.

**4.** Решить уравнение $\log_x 9 + \log_{3x} 27 = \log_{9x} 81$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по логарифмическим неравенствам

**1.** Решите неравенство $\log_x\left(\dfrac{6+x-2x^2}{x^2}\right) \leq -1$.

**2.** Решить неравенство $\log_{\sqrt{\frac{8}{9}}}(3^{x+1} - 9^x) \geqslant 2$.

**3.** Решить неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{x+4} - x + 6) \geqslant -4 + \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{5}{8}$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по стереометрии

**1.** Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с боковыми ребрами $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$, $DD_1$. Известно, что $AB = 6$, $BC = 4$, $AA_1 = 7$, точка $M$ лежит на ребре $AD$, причем $AM = 2$, точка $K$ лежит на ребре $DC$, причем $DK = 3$, точка $L$ лежит на ребре $A_1B_1$, причем $A_1L = 4$. Найти, в каком отношении плоскость $KLM$ делит ребро $CC_1$.

**2.** В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит равнобедренный треугольник $ABC$, причем $AC = BC = 30$, $AB = 10\sqrt{11}$. Все боковые ребра пирамиды имеют одинаковую длину. Двугранный угол при ребре $AB$ равен $\operatorname{arctg}\frac{9\sqrt{5}}{7}$. Найти угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

**3.** В основании прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит квадрат $ABCD$ со стороной $2\sqrt{2}$, высота параллелепипеда равна 4. Точка $M$ — середина ребра $AD$, точка $N$ — середина ребра $CD$, точка $K$ — середина ребра $B_1C_1$. Найти расстояние от вершины $C$ до плоскости $MNK$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Фонд оценочных средств за 2 семестр

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа предел функции

**1.** Вычислить $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^2-4x+4}$. **2.** Вычислить $\lim\limits_{x\to 81}\dfrac{\sqrt[4]{x}-3}{\sqrt{x}-9}$. **3.** Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\left(\frac{1}{x^2}\right)}$.

**4.** Вычислить $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[6]{64+x}-2}{x}$. **5.** Вычислить $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin 11\pi x}{\sin 4\pi x}$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа производная функции

**1.** Найти $f'(0)$, если $f(x)=x(x-1)(x-2)\cdot\ldots\cdot(x-1000)$.

**2.** Найти производную $y=\ln\sqrt[3]{\frac{e^x}{1+\cos x}}$, $x\neq\pi(2n+1), n\in Z$.

**3.** Найти производную $y=\sqrt[3]{x}\cdot\arccos x+2\cdot\log_2 x+\frac{e^x}{x^2}$.

**4.** Найти производную $y=\ln(\sqrt{2}\cos x+\sqrt{\cos 2x})$.

**5.** Найти производную $y=\ln\left(\frac{x^2+a}{\sqrt{x^4+b^2}}\right)+\frac{a}{b}\operatorname{arctg}\frac{x^2}{b}$.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по стереометрии-1

**1.** В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит параллелограмм $ABCD$, точки $E$, $F$, $G$, $H$ — середины ребер $AD$, $BC$, $SA$, и $SC$ соответственно. Найти объем пирамиды $SABCD$, если объем пирамиды $EFGH$ равен 2.

**2**. В основании треугольной пирамиды $SABC$ лежит прямоугольный треугольник $ABC$ с катетами $AB=3$, $AC=4$. Все боковые ребра пирамиды равны 5. На луче $AC$ выбраны точки $M$ и $N$ так, что $AM=1$, $AN=6$; на луче $BS$ выбраны точки $P$ и $Q$ так, что $BP=1$, $BQ=3$. Найти объем пирамиды $MNPQ$.

**3**. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник $ABC$ со стороной 2. Все боковые ребра призмы $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$ равны 1. Точки $K$ и $L$ — середины ребер $AB$ и $B_1C_1$ соответственно. Точки $M$ и $N$ — середины ребер $A_1B_1$ и $AC$ соответственно. Через прямые $KL$ и $MN$ проведены параллельные плоскости. Найти объем части призмы, содержащейся между этими плоскостями.

СУНЦ НГУ, класс 10–1 Контрольная работа по стереометрии-2

**1.** Угол между векторами $\vec{a}=(-\sqrt{2};\sqrt{6};\alpha)$ и $\vec{b}=(1;0;\sqrt{2})$ равен $\frac{\pi}{4}$. Найти $\alpha$ (базис прямоугольный).

**2.** Все ребра правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ с основанием $ABC$ и боковыми ребрами $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$ равны 1. Точка $M$ лежит на отрезке $AB_1$, причем $AM:MB_1=2:1$. Через $M$ перпендикулярно прямой $AB_1$ проведена плоскость $\alpha$. Найти расстояние от вершины C до плоскости $\alpha$.

**3.** В основании прямоугольного параллелепипеда с боковыми ребрами $AA_1$, $BB_1$, $CC_1$, $DD_1$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB=5$, $BC=1$. Точка $M$ — середина ребра $AB$. Найти объем параллелепипеда, если известно, что отрезки $MC_1$ и $B_1C$ образуют равные углы с плоскостью $A_1BCD_1$.