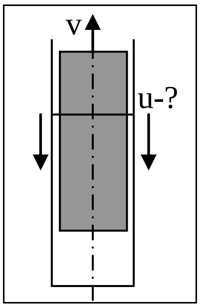
I этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
20 ноября 2011

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНОК

Рекомендации для жюри

Каждая задача оценивается из 10 баллов. Решение участников может отличаться от приведённых. Частичное решение оценивается по этапам разбалловки. Верные выводы из неверных допущений не добавляют баллов. Неполный этап или частично правильный оценивается частью баллов за этап. Если у участника этапы слиты в один, то оценка проводится из суммы баллов.

9 класс



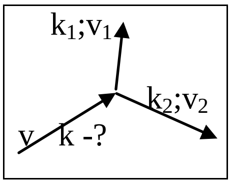
1. Брус квадратного сечения LxL ($L = 0{,}5$ м) поднимают по вертикали со скоростью $v = 2$ см/с из бака с водой (на рис. вид сбоку). Сечение бака также квадратное, зазоры между брусом и стенками бака $d = 5$ мм. С какой скоростью (в см/с) опускается уровень воды в зазоре? Изменится ли ответ, если брус будет сдвинут к одной из стенок бака?

Решение

Суммарный объём воды неизменен. Если брус за время t поднимается на h, то снизу добавляется объём hS_o, где $S_o = L^2$. Сверху же уходит вода из зазора, объём которой $H(S - S_o)$, где $S = (L + 2d)^2$ площадь сечения бака, а H опускание уровня воды в зазоре. Отсюда получаем $H = hS_o/(S - S_o)$, а так как $h/t = v$ и $H/t = u$, то имеем $u = vL^2/4d(L + d) \cong vL/4d = 50$ см/с. При смещении бруса к одной из стенок форма сечения зазора изменится, но площадь сечения останется прежней $S - S_o$, поэтому предыдущее решение остаётся в силе и ответ не изменится.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание неизменности общего объёма воды		1балл
Нахождение добавки объёма снизу	$HS_o = HL^2$	2балла
Нахождение убыли объёма сверху	$H(S - S_o)$; $S = (L + 2d)^2$	2балла
Связь скоростей с отношением смещений	$u/v = H/h$ или аналог	1балл
Выражения для u и числовое значение	$u = vL^2/4d(L + d) \cong vL/4d = 50$ см/с	3 балла
Объяснение независимости от сдвига в бок		1балл



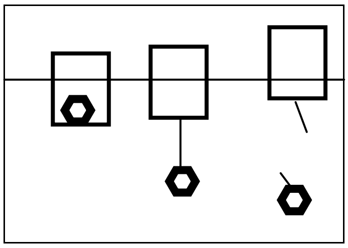
2. После разветвления дороги часть автомобилей сворачивает налево, а часть направо. На левой ветви их скорость $v_1 = 40$ км/час, а число их на 1 км дороги равно $k_1 = 10$; на правой – скорость $v_2 = 50$ км/час, а число их на 1 км дороги равно $k_2 = 4$. Скорость автомобилей до развилки равна $v = 75$ км/час. Сколько автомобилей находится на 1 км дороги до развилки? Автомобили движутся в указанных на рис. направлениях.

Решение

Найдём число автомобилей ν_1, свернувших налево за единицу времени. Передний автомобиль уходит за ед. времени на расстояние v_1, а ν_1 тогда равно числу автомобилей на отрезке длины v_1, то есть $\nu_1 = k_1v_1$. Аналогично находим, что для автомобилей, свернувших вправо, $\nu_2 = k_2v_2$, а число подъезжающих за ед. времени автомобилей $\nu = kv$. Поскольку автомобили не пропадают и не добавляются со стороны, то $\nu = \nu_1 + \nu_2$. Тогда имеем $kv = k_1v_1 + k_2v_2$, откуда $k = (k_1v_1 + k_2v_2)/v = 8$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Выражение числа выезжающих (въезжающих)за ед. времени машин через k и v для каждого случая	$\nu_1 = k_1v_1$; $\nu_2 = k_2v_2$; $\nu = kv$	6 баллов
Сохранение «числа автомобилей»	$\nu = \nu_1 + \nu_2$	2балла
Нахождение k и числовое значение	$k = (k_1v_1 + k_2v_2)/v = 8$	2 балла



3. Внутри плавающей банки лежит гайка, привязанная к ней тонкой невесомой нитью. Объём погружённой в воду части банки V_1 = 388 мл. Когда гайку вынули из банки и опустили в воду, то она повисла на нити, не касаясь дна водоёма. Объём погружённой в воду части банки стал V_2 = 372 мл. После обрыва нити объём погружённой в воду части банки уменьшился до V_3 = 220 мл. Во сколько раз плотность гайки больше плотности воды?

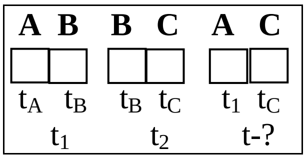
Решение

В первом и втором случаях объём вытесненной воды одинаков, ведь по закону Архимеда её вес равен суммарному весу гайки и банки. Если V объём гайки, то $V + V_2 = V_1$, откуда $V = V_1 - V_2$. Во первом и третьем случае масса вытесненной воды отличается на массу гайки, то есть $\rho V = \rho_0(V_1 - V_3)$, здесь ρ плотность гайки, а ρ_0 – воды. Откуда после подстановки $\rho/\rho_0 = (V_1 - V_3)/(V_1 - V_2) =10{,}5$.

Возможно решение из записи условий равновесия для каждого случая (M – масса банки) $\rho V + M = V_1\rho_0$, $(\rho - \rho_0)V + M = V_2\rho_0$, $M = V_2\rho_0$. Откуда получается тот же ответ.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Условия равновесия для каждого случая	$\rho V + M = V_1\rho_0$, $(\rho - \rho_0)V + M = V_2\rho_0$, $M = V_2\rho_0$ или аналоги	6 баллов
Решение уравнений		2балла
Нахождение искомого отношения	$\rho/\rho_0 = (V_1 - V_3)/(V_1 - V_2) =10{,}5$	2 балла



4. Если тело А с температурой $t_A = 10^o$ С привести в контакт с телом В с температурой $t_B = 25^o$ С, то при тепловом равновесии устанавливается температура $t_1 = 20^o$ С. Если третье тело С с температурой $t_C = 30^o$ С привести в контакт с телом В с температурой t_B, то устанавливается температура $t_2 = 28^o$ С. Какая температура установится при контакте тела А с температурой $t_1 = 20^o$ С и тела С с температурой t_C? Потерями тепла пренебречь.

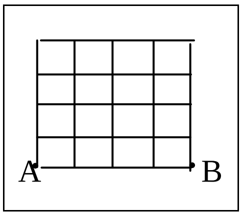
Решение

Из уравнений теплового баланса (C_A, C_B, C_C – теплоёмкости тел) имеем:
$C_A(t_1 - t_A) = C_B(t_B - t_1)$ и $C_B(t_2 - t_B) = C_C(t_C - t_2)$, откуда $C_B = 2C_A$; $C_C = (3/2) C_B = 3C_A$.

Искомая температура находится из соответствующего уравнения теплового баланса $C_A(t - t_1) = C_C(t_C - t)$, откуда $t = (C_A t_1 + C_Ct_C)/(C_A + C_C) = 27{,}5^o$ С.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Уравнения теплового баланса	$C_A(t_1 - t_A) =C_B(t_B - t_1)$, $C_B(t_2 - t_B) =C_C(t_C - t_2)$	4 балла
Связь теплоёмкостей	$C_B = 2C_A$; $C_C = (3/2) C_B = 3C_A$	2балла
Уравнение теплового баланса	$C_A(t - t_1) = C_C(t_C - t)$	2балла
Нахождение искомой температуры	$t = (C_A t_1 + C_Ct_C)/(C_A + C_C) = 27{,}5^o$ C	2 балла



5. Сетка с квадратными ячейками спаяна из 10 медных проволочек длины L_o и диаметра d_o. Какой длины L нужно взять 10 медных проволочек с диаметром $d = 2d_o$, чтобы у спаянной из них сетки сопротивление между нижними углами осталось прежним? (Сопротивлением в местах спайки считать пренебрежимо малым.)

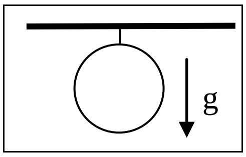
Решение

При изготовлении решётки из новых проволочек сопротивление каждого ребра решётки возрастёт в одно и то же число раз. Тогда во столько же раз возрастёт и сопротивление всей решётки между соответственными точками. Поскольку сопротивление одного ребра $R = \rho L/S$, то при том же удельном сопротивлении ρ сопротивление его пропорционально L/S, S пропорционально d^2, то есть R пропорционально L/d^2. Раз всё сопротивление остаётся прежним, то неизменно и сопротивление ребра. Тогда $L/d^2 = L_o/d_o^2$ и окончательно $L = L_o(d/d_o)^2 = 4L_o$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Вывод о изменении сопротивления решётки в то же число раз, что и одного ребра		2 балла
Формула для сопротивления ребра	$R = \rho L/S$	2 балла
Связь сопротивления ребра с длиной и диаметром	R пропорционально L/d^2	2балла
Условие неизменности сопротивления	$L/d^2 = L_o/d_o^2$	2балла
Нахождение искомой длины	$L = L_o(d/d_o)^2 = 4L_o$	2 балла

10 класс



1. Однородный шар радиуса R = 12 см на нити длины l = 1 см привязан к длинной горизонтальной доске. Доску привели в вертикальное положение. Определите во сколько раз теперь натяжение нити больше исходного. Трения между шаром и доской нет.

Решение

Нить направлена по прямой, проходящей от точки закрепления A на доске к центру шара O. Треугольник с вершинами AOB (B точка касания шара и доски) прямоугольный. Из теоремы Пифагора $AB^2 = (R + l)^2 - R^2 = 25$ см^2. AB = h = 5 см. Условие равновесия по вертикали $mg = Th/(R + l)$. Так как исходно натяжение $T_o = mg$, то $T/T_o = (R + l)/h = 2{,}6$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание направления нити (натяжения)		2 балла
Установление геометрических соотношений	$h^2 = (R + l)^2 - R^2$; $\cos\alpha = h/(R + l)$	3 балла
Условие равновесия по вертикали	$mg = T\cos\alpha = Th/(R + l)$	3 балла
Нахождение искомого отношения	$T/T_o = (R + l)/h = 2{,}6$	2 балла

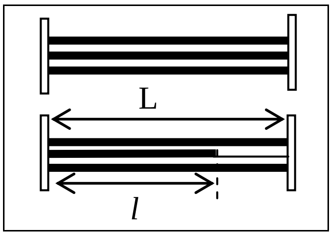
2. Два автомобиля ехали с одинаковой, но неизвестной скоростью v. Они одновременно начали разгоняться, задний с известным ускорением a_1, передний с известным ускорением a_2 ($a_2 < a_1$). Какова исходная скорость v, если в момент обгона скорости автомобилей равны v_1 и v_2?

Решение

Автомобили ускорялись до момента обгона одинаковое время t. Тогда $v_1 = v + a_1t$; $v_2 = v + a_2t$; исключая t находим $v = (v_2a_1 - v_1a_2)/(a_1 - a_2)$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание на равенство времени разгона до момента обгона		3 балла
Выражения для скоростей в момент обгона	$v_1 = v + a_1t$; $v_2 = v + a_2t$	4 балла
Нахождение исходной скорости	$v = (v_2a_1 - v_1a_2)/(a_1 - a_2)$	3 балла



3. Эспандер – спортивный снаряд, состоящий из двух ручек, соединённых резиновыми шнурами. Один из трёх резиновых шнуров эспандера оборвался. Обрывок длины l надставили стальной проволокой до длины L целого шнура и прикрепили к ручкам эспандера. Чтобы растянуть исправный эспандер на размах рук требуется сила F_o. Какая сила потребуется для такого же растяжения отремонтированного эспандера?

Решение

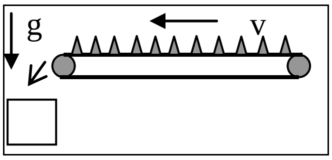
(Считаем стальную проволоку нерастяжимой.) Пусть растяжение x. Тогда относительные растяжения для целого шнура x/L, а для оборванного x/l. При одинаковых относительных растяжениях у шнуров одинаковые натяжения (можно сравнить участки шнуров одинаковой длины). Для оборванного шнура относительное растяжение больше в L/l раз, во столько же раз больше и сила. То есть, если x/L вызывается силой $F_o/3$, то для оборванного шнура сила будет $F_1 = (L/l)F_o/3$.

Тогда искомая сила $F = 2F_o/3 + F_1 = F_o(2 + (L/l))/3$.

Возможно решение с более явным использованием закона Гука, где устанавливается, как жёсткость оборванного шнура $k` = kL/l$ связана с жёсткостью k целого шнура.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Сравнение относительных растяжений или жёсткостей целого и оборванного шнуров	x/L и x/l или $k` = kL/l$	3 балла
Нахождения отношения сил для шнуров	$F_1 = (L/l)F_o/3$	4 балла
Нахождение искомой силы	$F = 2F_o/3 + F_1 = F_o(2 + (L/l))/3$	3 балла



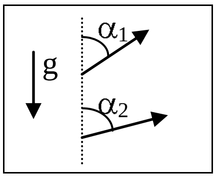
4. Горизонтальная лента транспортёра движется со скоростью v = 2 м/с. Она переносит детали, которые, дойдя до левого конца транспортёра, сваливаются в ящик. Расстояние между соседними деталями l = 10 см. Из-за поломки лента транспортёра почти мгновенно останавливается. Сколько деталей упадёт в ящик после остановки ленты, если коэффициент трения $\mu = 0{,}2$, а ускорение свободного падения $g \cong 9{,}8$ м/с^2 ?

Решение

Расстояние, которая деталь с начальной скоростью v пройдёт до остановки, будет равно $L = v^2/2\mu g$ (из рассмотрения торможения с ускорением $a = \mu g$ или из связи кинетической энергии и работы силы трения). Детали, исходно находящиеся ближе L от конца транспортёра, свалятся. Отношение $L/l = v^2/2\mu g\, l \cong 10{,}2$ даёт число отрезков l на этом расстоянии. Таким образом в L может войти 10 целых отрезков, что отвечает 11 деталям. При этом передняя деталь исходно должна находиться на расстоянии $x < 0{,}2l$ от края транспортёра. Если же $0{,}2l < x < l$, то свалится на одну деталь меньше, то есть 10.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Вывод расстояния затормаживания	$L = v^2/2\mu g$	3 балла
Условие, при котором детали свалятся		1 балл
Нахождение отношения L/l	$L/l = v^2/2\mu g\, l \cong 10{,}2$	2 балла
Нахождение наибольшего искомого числа	11	2 балла
Нахождение наименьшего искомого числа	10	2 балла



5. Два осколка, образовавшиеся при взрыве небольшого тела, одновременно пересекают вертикальную сетку под углами α_1 и α_2 к ней. Найдите отношение v_1/v_2 скоростей осколков при пролёте сетки. Влиянием воздуха на движение осколков пренебречь.

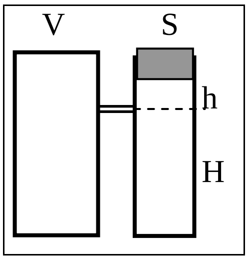
Решение

На движение по нормали к сетке (горизонталь) вертикальное ускорение g не сказывается. Раз осколки проходят за одно время одинаковое расстояние по горизонтали, то имеем: $v_1 sin\alpha_1 = v_2 sin\alpha_2$; $v_1 / v_2 = sin\alpha_2 / sin\alpha_1$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание, что движение по горизонтали, равномерное		1 балла
Одновременность пролёта до сетки		1 балл
Вывод о равенстве горизонтальных скоростей		2 балла
Выражения для горизонтальных скоростей	$v_1 sin\alpha_1$ и $v_2 sin\alpha_2$	4 балла
Нахождение искомого отношения	$v_1 / v_2 = sin\alpha_2 / sin\alpha_1$	2 балла

11 класс



1. Цилиндр сечения S соединён тонкой трубкой с сосудом объёма V. Трубка расположена на высоте H от дна цилиндра. Цилиндр закрыт подвижным поршнем, который при температуре T располагается на h выше трубки. Сосуд и цилиндр заполнены идеальным газом. Насколько нужно понизить температуру, чтобы в сосуде оказалось максимальная масса газа? Атмосферное давление неизменно, трением пренебречь.

Решение

Максимальная масса газа окажется в сосуде, когда поршень окажется на уровне трубки, то есть спустится на h. Из уравнения состояния идеального газа в применении к исходной и конечной ситуации выразим неизменность числа молей газа:

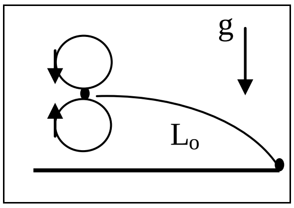
$$P(V + (H + h)S)/T = P(V + HS)/(T - \Delta T),$$

здесь $V + (H + h)S$ начальный, а $V + HS$ конечный объёмы газа, P неизменное давление. Откуда после сокращения на P находим:

$$\Delta T = ThS/(V + (H + h)S).$$

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Условие максимальности массы в сосуде		2 балла
Нахождение объёмов	$V + (H + h)S$; $V + HS$	2 балл
Вывод из уравнения состояния условия неизменности числа молей	$(V + (H + h)S)/T = (V + HS)/(T - \Delta T)$ или любой аналог	4 балла
Нахождение искомого ΔT	$\Delta T = ThS/(V + (H + h)S)$.	2 балла



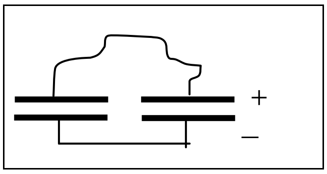
2. В устройстве для подачи теннисных мячей есть два одинаковых цилиндра, вращающихся с равной угловой скоростью. Мяч попадает между цилиндрами и, разогнавшись, вылетает по горизонтали. Дальность полёта равна L_o. Из-за повреждения механизма один из цилиндров стал вращаться вдвое медленнее. Какова теперь дальность полёта мяча L? На участке вылета проскальзывания между поверхностями цилиндров и мяча нет. Влиянием воздуха на движение мяча пренебречь.

Решение

Скорость центра мяча $v = (v_1 + v_2)/2$, где v_1 и v_2 скорости на поверхности цилиндров, равные скоростям верхней и нижней точки мяча. Время падения по вертикали с прежней высоты не меняется, поэтому дальность пропорциональна v. После перенастройки $v = (3/4)v_o$, откуда $L = (3/4)L_o$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Вывод скорости центра мяча при отсутствии проскальзывания	$v = (v_1 + v_2)/2$	3 балла
Указание на неизменность времени падения		2 балл
Указание на пропорциональность дальности v		1 балла
Нахождение отношения скоростей	$v = (3/4)v_o$	2 балла
Конечный результат	$L = (3/4)L_o$	2 балла



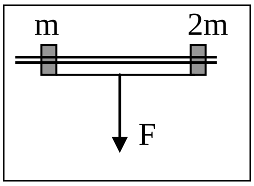
3. Пластины заряженных одинаковых плоских конденсаторов соединены, как показано на рисунке. Масса верхнего гибкого провода много меньше массы пластины. Исходно пластины закреплены. Верхнюю пластину левого конденсатора отпускают. Во сколько раз ускорение этой пластины перед столкновением её с нижней отличается от начального ускорения? Силу тяжести не учитывать, сопротивлением проводов пренебречь.

Решение

Поле в малом зазоре плоского конденсатора $E = \varepsilon_o Q/S$ при данном заряде пластин площади S не зависит от зазора! Сила, действующая на пластину, $F = QE/2$ (взято поле другой пластины). Важно, что она не зависит от зазора и пропорциональна q^2. В процессе сближения левых пластин на них переходит заряд с правых пластин. Ведь напряжения на конденсаторах одинаковы, а ёмкость левого увеличивается обратно пропорционально зазору. Непосредственно перед столкновением весь заряд с правых пластин перейдёт на левые. Поэтому их заряд удвоится, а сила и ускорение возрастут в 4 раза по сравнению с начальным значением.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Указание на независимость поля от зазора при данном заряде	$E = \varepsilon_o Q/S$	3 балла
Вывод пропорциональности силы квадрату заряда		2 балл
Указание на перераспределение заряда		1 балла
Нахождение конечного заряда	$Q_{кон} = 2Q_{нач}$	2 балла
Конечный результат	$a_{кон} = 4a_{нач}$	2 балла



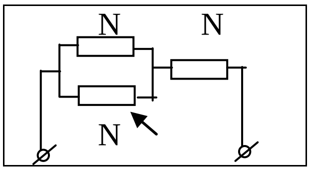
4. По горизонтальному стержню могут без трения двигаться шайбы масс m и 2m. Исходно они неподвижны и связаны невесомой нерастяжимой нитью длины L, равной расстоянию между шайбами. Нить цепляют лёгким крюком и прикладывают к нему вертикальную силу F. Трения между крюком и нитью нет. Какие скорости приобретут шайбы к моменту столкновения?

Решение

Так как внешних горизонтальных сил нет, то импульс по горизонтали остаётся нулевым, то есть $mv_1 = 2mv_2$. При отсутствии трения работа силы F идёт на приращение кинетической энергии. Перемещение точки приложения силы F по вертикали равно L/2 – нить сложится вдвое и будет вертикальна (при отсутствии трения сила F направлена по биссектрисе угла образованного отрезками нити). Тогда $FL/2 = mv_1^2 2 + 2mv_2^2/2$, откуда $v_2 = \sqrt{FL/6m}$; $v_1 = 2\sqrt{FL/6m}$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Сохранение импульса по горизонтали	$mv_1 = 2mv_2$	3 балла
Нахождение перемещения по вертикали точки приложения F	$h = L/2$	1 балл
Идея равенства работы F кинетической энергии		2 балла
Выражение этого равенства	$FL/2 = mv_1^2 2 + 2mv_2^2/2$	2 балла
Нахождение скоростей	$v_2 = \sqrt{FL/6m}$; $v_1 = 2\sqrt{FL/6m}$.	2 балла



5. На каждом резисторе схемы выделяется одинаковая тепловая мощность N. Указанный на рис. резистор отсоединяют. Какая суммарная мощность будет выделяться при прежнем напряжении на входе схемы?

Решение

В исходной схеме первые два резистора соединены параллельно, на них одинаковое напряжение, а значит при равной мощности одинаковый ток, равный половине тока I в третьем резисторе. Так как $N = I^2r$, где r сопротивление третьего резистора, и $N = (I/2)^2R$, где R сопротивление первого или второго, то $R = 4r$. Общее сопротивление схемы $R_1 = 3r$ (первые два резистора соединены параллельно, третье последовательно им. После отключения общее сопротивление схемы $R_2 = R + r = 5r$. Полная начальная мощность при напряжении U $N_1 = U^2/R_1$, а конечная $N_2 = U^2/R_2 = (3/5)N_1 = (9/5)N$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Соотношение токов в исходной схеме	$I_1 = I_2 = I/2$	1 балл
Нахождение соотношения сопротивлений	$R = 4r$	2 балла
Нахождение сопротивления исходной схемы	$R_1 = 3r$	2 балла
Нахождение сопротивления конечной схемы	$R_2 = R + r = 5r$	1 балл
Выражение мощностей через напряжение	$N_1 = U^2/R_1$; $N_2 = U^2/R_2$	2 балла
Конечный результат	$N_2 = U^2/R_2 = (R_1/R_2)N_1 = (9/5)N$	2 балла