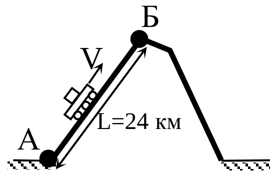
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 7 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. На заводе изготавливают беспилотные вездеходы и для испытаний запускают их по горному склону из т. А до вершины в т. Б и обратно (см. поясняющий рисунок не в масштабе). Вверх по склону вездеход едет с постоянной скоростью $\boldsymbol{V_B}$=6 км/ч, а вниз – со скоростью $\boldsymbol{V_H}$=15 км/ч.



В T_0=9-00 запустили первый вездеход, через час – второй и т.д. К обеду поднялся ураган и ровно в $\boldsymbol{T_X}$=13ч 20м всем вездеходам дали команду возвращаться в т. А. В какой момент времени в исходную точку уже прибудут все вездеходы? Считать, что длина склона равна 24 км.

Решение: Последним возвратится вездеход, который в момент времени T_X был выше всех по склону (+1 балл). Сначала определим, где был самый первый вездеход через время $T_X - T_0 = 4\frac{1}{3}$ *ч* . Он за 4 часа доехал до вершины и уже успел опуститься по склону на

$\boldsymbol{V_H}\cdot(\boldsymbol{T_X}$-$\boldsymbol{T_0}$-1/3)=5 км, т.е. находился на высоте L_1=19 км, считая вдоль склона (+2 балла). Следующий вездеход еще ехал вверх и находился в этот момент на высоте L_2=20 км (+ 2 балла). Последующие вездеходы находятся заведомо ниже. Таким образом, второй вездеход находился выше всех, и его возвращение будет самым длительным (+1 балл).

Этот вездеход затратит на возвращение время T_2=20/15 ч (+1 балл), т.е. момент его прибытия в т. А составит 14 часов 40 минут (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

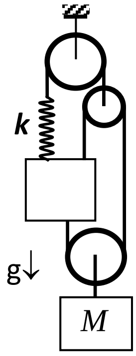
2. На тренировке тренер распределил N=12 бегунов равномерно по круговой беговой дорожке, и все они одновременно начали движение с одинаковыми и постоянными по величине скоростями. Тренер бежит рядом с одним из бегунов четверть длины дорожки, затем уменьшает свою скорость вдвое. Когда его нагоняет следующий бегун, тренер его сопровождает еще четверть круга и т.д. Тренировка заканчивается, когда тренера нагоняет бегун, рядом с которым тренер начал свое движение. Сколько кругов пробегает каждый бегун за время тренировки?

Решение: Введем обозначения: V - скорость бега спортсмена, L - длина круговой беговой дорожки. Тогда скорость движения тренера либо V (рядом со спортсменом), либо V/2 (при перемещении от одного спортсмена к другому). Расстояние между спортсменами вдоль дорожки L/N=L/12.

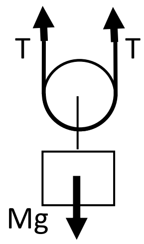
Тренировка длится столько, сколько бежит тренер. Тренер должен пробежать рядом с каждым из N спортсменов по четверти круга, т.е. он затратит на эту часть тренировки время T_1=N·(L/4)/V=3·L/V (+1 балл). Кроме этого, тренер тратит время на движение между бегунами. На этих участках бегун догоняет тренера со скоростью V/2. Так как тренера должен догнать каждый из бегунов (включая самого первого), то всего это потребует времени T_2=N·(L/N)/(V/2)=2·L/V (+1 балл). Т.е. время движения тренера составит T_1+T_2= 5·L/V (+4 балла).

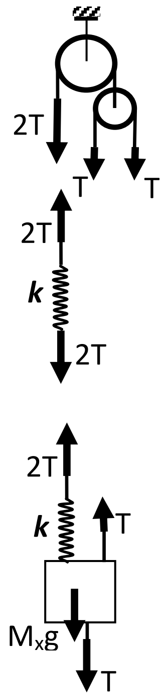
Каждый бегун пробегает круг за L/V (+1 балл), т.е. за время тренировки они пробегут по 5 кругов (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

3. Имеется три блока, пружина с жесткостью ***k***, груз с массой ***M*** и еще один груз с неизвестной массой. С помощью нитей собрали систему, показанную на рисунке справа, и подвесили ее к потолку. Чему равна деформация ***ΔL*** пружины, прикрепленной к грузу неизвестной массы, если известно, что вся система тел находится в равновесии? Считать, что массы всех тел, кроме грузов, пренебрежимо малы.



Решение:





Сначала найдем соотношения между весом груза с известной массой M и натяжением нити, охватывающей самый нижний блок. Если считать невесомый блок частью груза, то равновесие груза обеспечивается двумя силами натяжения нити T, т.е. верно соотношение Mg=2T (+3 балла).

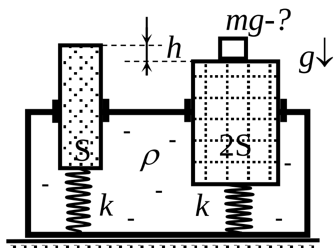
Равновесие двух верхних блоков требует, чтобы нить, охватывающая неподвижный блок и прикрепленная к пружине (см. поясняющий рисунок), имела натяжение 2T (+3 балла).

Таким образом, неподвижная пружина растягивается в разные стороны силами 2T=Mg (+1 балл), а ее растяжение определяется законом Гука: ***ΔL=Mg/k*** (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Заметим, что условия равновесия системы требуют выполнения равенства M_xg=2T (см. поясняющий рисунок), т.е. того, чтобы оба груза имели одинаковую массу. Если приводится неполное решение задачи, то за корректное установление этого факта ставится 1 балл.

Можно также заметить, что силы натяжения нити, охватывающей два подвижных блока, действуют на тело неизвестной массы и сверху, и снизу, т.е. их вклад в равнодействующую сил, приложенных к этому телу, равен нулю. Поэтому сила упругости пружины фактически удерживает в равновесии тело массы M.

4. На конкурсе на самую затейливую конструкцию весов третье место заняли "гидравлическо-пружинные весы", изображенные на рисунке справа. Внутрь коробки залита несжимаемая жидкость и вставлены два гладких и одинаковых по высоте цилиндра площадями сечения S и 2S. Цилиндры прикреплены к дну пружинами жесткости *k*. Взвешиваемый груз кладут на широкий цилиндр и измеряют установившуюся разность высот цилиндров. *Определите вес груза*, если такая разность высот равна *h*. Трения и пузырей в жидкости нет, жидкость из коробки не вытекает, в отсутствие груза высоты одинаковы, пружины не деформированы. Наличие атмосферного давления не учитывать.



Решение: *(приводится с учетом атмосферного давления P_A, от наличия которого ответ не зависит).*

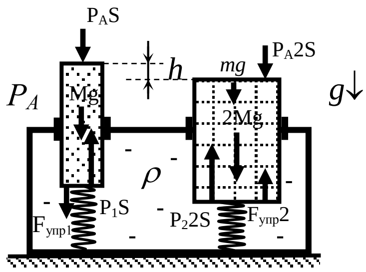
В исходной ситуации (в отсутствие груза) равновесие каждого из цилиндров описывается с помощью следующих уравнений:

$$M_1 \cdot g + S \cdot P_A = S \cdot P \qquad \text{(узкий цилиндр)}$$

$$M_2 \cdot g + 2S \cdot P_A = 2S \cdot P \qquad \text{(широкий цилиндр)}$$

Здесь учтено, что нижние торцы цилиндров находятся на одном уровне, т.е. давление в жидкости на уровне торцов одинаково и равно *P*. Таким образом, массы цилиндров различаются в 2 раза (+1 балл).

Из условия несжимаемости жидкости следует, что, если разность высот положений цилиндров равна *h*, то узкий цилиндр смещен на $2h/3$, а широкий - на $h/3$в другую сторону (+ 2 балла).



Изобразим силы, действующие на цилиндры после размещения груза (рис. справа). Сила, действующая на широкий цилиндр со стороны груза, равна по величине силе реакции опоры, действующей на груз (которая равна весу груза *mg* при неподвижных цилиндрах и грузе).

Условие равновесия узкого цилиндра в новом состоянии записывается как

$$M_1 \cdot g + S \cdot P_A + k \cdot 2h/3 = S \cdot P_1 \qquad \text{(+ 2 балла)}$$

Здесь M_1g- вес узкого цилиндра, а также учтено, что цилиндр площадью сечения S поднялся на $2h/3$, т.е. этой же величине равна деформация пружины. P_1 - давление на нижней грани этого цилиндра (оно не равно $P\text{-}\rho g\cdot 2h/3$, так как после смещения поршней давление внутри коробки в любой конкретной точке изменилось). Для дальнейшего использования перепишем это равенство как $M_1 \cdot g + S \cdot P_A - S \cdot P_1 = -k \cdot 2h/3$.

Для широкого цилиндра:

$$2M_1 \cdot g + 2S \cdot P_A + mg = k \cdot h/3 + 2S \cdot (P_1 + \rho gh) \qquad \text{(+ 3 балла)}$$

Здесь учтено, что массы цилиндров различаются вдвое, цилиндр площадью сечения 2S опустился на $h/3$, а $(P_1+\rho gh)$ - давление на нижней грани этого цилиндра. Сравнивая с переписанным предыдущим уравнением, получаем, что

$$2(M_1 \cdot g + S \cdot P_A - S \cdot P_1) = k \cdot h/3 + 2S \cdot \rho gh - mg$$

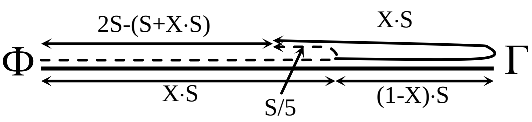
или, преобразуя, получаем искомое выражение для веса груза

$mg = h \cdot (2S\rho g + \frac{5}{3}k)$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 8 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. На удаленной от города ферме потребовалось как можно быстрее купить запчасти для ремонта оборудования. На ферме был мотоцикл, однако топлива было ровно на поездку до города, но не обратно. Для скорейшей доставки запчастей решили погрузить мотоцикл на телегу, провезти мотоцикл часть пути на ней, а потом, на обратном пути, когда мотоцикл догонит телегу, снова довезти мотоцикл до фермы. Какую часть пути до города надо проехать на телеге, чтобы уложиться в минимальное время и обойтись без дополнительного топлива? Скорость мотоцикла в 5 раз больше, чем скорость телеги. Считать, что затраты времени на закупку деталей и погрузку-разгрузку мотоцикла пренебрежимо малы.

Решение: Введем следующие обозначения: S - расстояние от фермы до города, X - искомая доля этого расстояния, при которой обеспечивается минимальное время всей поездки. Минимальным время поездки будет в том случае, когда телега сразу после отправки мотоцикла поедет обратно (+1 балл), а мотоцикл будет ехать максимально долго, т.е. проедет расстояние S (+1 балл).

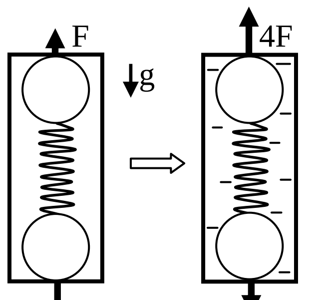


Мотоцикл, догнав телегу на обратном пути, должен всего проехать расстояние S, т.е. мотоцикл догонит телегу на расстоянии XS от города, а до фермы останется проехать S·(1-X) (+2 балла).

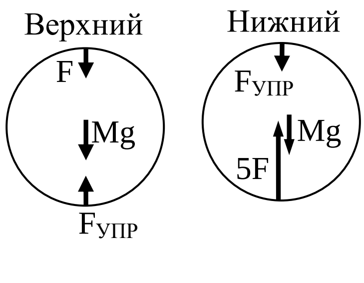
Поскольку скорости мотоцикла и телеги различаются в 5 раз, то за время езды мотоцикла телега успеет проехать в 5 раз меньше, чем мотоцикл, т.е. S/5 (+2 балла).

Таким образом, верно следующее соотношение $X \cdot S = S \cdot (1-X) + S/5$ (+2 балла за это или аналогичное уравнение, которое позволяет получить решение).
Т.е. X=3/5 или 60% (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ). Если в качестве ответа приводится значение 2/5 или 40%, которое также соответствует минимально возможному времени поездки, то ставилось 9 баллов, поскольку такая ситуация не согласуется с тем, что согласно условию мотоцикл должен догонять телегу.

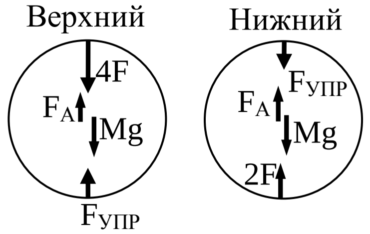
2. Внутри вертикального закрытого с обоих торцов сосуда находятся два одинаковых сплошных шара. Между шарами вставлена невесомая пружина, как показано на рисунке. В исходной ситуации шары давят на нижнюю и верхнюю крышки с силами 5F и F, соответственно. Внутренний объем сосуда заполнили жидкостью плотности ρ_0 , и после этого шары стали давить на эти крышки с силами 2F и 4F, соответственно. Найти *плотность* шаров ρ.



Решение: Обозначим массу шара M. Рассмотрим силы, действующие на каждый из шаров в исходной ситуации:



Здесь $F_{УПР}$ - величина сил упругости, действующих на шары со стороны пружин. Они одинаковы для разных шаров, так как пружина невесома (+1 балл). Так как деформация пружины всегда одна и та же, то $F_{УПР}$ не зависит от наличия жидкости (+1 балл). Заметим, что верхний шар давит на стенку в отсутствие жидкости, то есть пружина сжата. На рисунке также учтено, что сила, с которой шар давит на стенку, равна по величине силе, которая действует на шар со стороны стенки (+1 балл).



Таким образом, для начальной ситуации верны два уравнения: $F_{УПР}$ = F+Mg и $F_{УПР}$ = 5F-Mg. Отсюда легко получить, что 2F=Mg (+2 балла)

Теперь рассмотрим силы, действующие на шары в сосуде, заполненном жидкостью. В этом случае к силам, действующим на каждый из шаров, добавляется выталкивающая сила F_A, направленная вертикально вверх, и для этой ситуации верны такие уравнения:

$F_{УПР}$ = 4F+Mg-F_A и $F_{УПР}$ = 2F+F_A-Mg

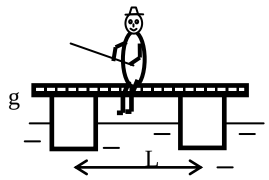
Отсюда получаем, что 2F_A=2F+2Mg=3Mg (+2 балла)

Поскольку F_A =$\boldsymbol{\rho_0 gV}$ (+1 балл), где V - объем шара, а Mg =$\boldsymbol{\rho gV}$, то $\boldsymbol{\rho = \rho_0 \cdot Mg/F_A = 2\cdot\rho_0/3}$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

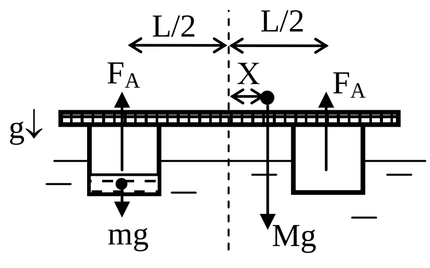
Решение может быть компактнее, если заметить, что для системы "шары+пружина" векторная сумма сил, действующих со стороны стенок, равна сумме других внешних сил - силы тяжести и выталкивающей силы. От величины $F_{УПР}$ ответ не зависит, поскольку для обсуждаемой системы это т.н. внутренняя сила.

К сожалению, условие этой задачи на заключительном этапе содержало опечатку. При наличии такой опечатки формально правильный ответ $\rho = 4\cdot\rho_0/5$ мог быть получен в рамках решения, в котором рассматривались только внешние для системы "шары+пружина" силы. Однако такое условие задачи соответствовало физически некорректной ситуации бесконечно жесткой пружины при слабо деформируемых шарах. Тем не менее, за такое решение ставилось 10 баллов. Если приводилось решение, которое опиралось на конкретное значение силы, действующей на тот или иной шар, то, при корректных вычислениях, ставилось 9 баллов (так как не было замечено, что использование другого условия приводило к другому ответу).

3. Чтобы не стоять весь день в воде, рыбак соорудил себе плавающую скамейку. Для этого он взял два одинаковых очень легких, тонкостенных и пустых внутри поплавка в виде параллелепипедов. Поплавки он прикрепил к легкой доске так, что расстояние между центрами поплавков равно L=3 м. Рыбак сел на середину доски, при этом каждый поплавок погрузился на две пятых от своего объема. Однако во время ловли выяснилось, что в одном из поплавков была маленькая течь. И чтобы доска оставалась горизонтальной, рыбаку пришлось все время смещаться в сторону одного из поплавков. Какая часть дырявого поплавка оказалась заполненной водой к тому моменту, когда рыбак сидел на расстоянии X=0.6 м от центра доски?



Решение: Обозначим объем одного поплавка V, массу рыбака M, массу натекшей воды m, V_X ее объем, плотность воды ρ. Судя по условию, внутренний объем поплавка можно тоже считать равным V. Запишем уравнения, описывающие условия равновесия всей системы. В начальный момент выполняется уравнение: Mg=2·ρg(2V/5) (+2 балла). Здесь учтено, что масса



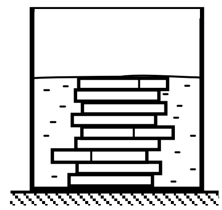
поплавков считается малой, и ею можно пренебречь, т.е. доля погруженной части поплавка, который плавает в воде сам по себе, много меньше, чем V. Условие равенства нулю суммы моментов сил, действующих на систему в начальной ситуации, разумеется, тоже выполняется, но пользы для решения данной задачи из этого уравнения извлечь не удастся.

Заметим, что условие горизонтальности доски означает, что поплавки погружены в воду на одинаковую глубину (+1 балл). Для случая, когда рыбак смещен на расстояние X от центра доски, запишем условие равенства нулю суммы моментов сил, действующих на систему относительно центра доски: $F_A \cdot L/2 - mg \cdot L/2 = F_A \cdot L/2 - Mg \cdot X$ (+3 балла). Здесь F_A - выталкивающая сила, действующая на один поплавок (одинаковая для обоих поплавков).

Отсюда следует, что $m = 2X \cdot M/L$ (+1 балл). Поскольку $V_X = m/\rho$, то, преобразуя уравнения, получаем $V_X = 2X \cdot M/\rho L = (2X/\rho L) \cdot (4 \cdot \rho V/5) = (2X/\rho L) \cdot (4 \cdot \rho V/5) = 1.6 \cdot V/5$ (+1 балл за какое-либо промежуточное выражение для связи между объемами).

Таким образом, искомая доля объема поплавка, V_X/V, занятая натекшей водой, составляет 0.32 или 32% (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

4. У школьника есть сосуд, который имеет форму параллелепипеда с прямоугольным дном площадью ***3S***. В него налита жидкость при температуре $\boldsymbol{T_1}$=+20 ^{o}C. Для изучения явления теплообмена школьник аккуратно складывает в сосуд друг на друга одинаковые горячие пластины площадью ***S***. Когда школьник положил некоторое количество пластин, то жидкость нагрелась до температуры своего кипения $\boldsymbol{T_2}$=+120 ^{o}C. Когда школьник уложил еще столько же пластин, то уровень жидкости в сосуде установился на высоте, практически равной высоте всей стопки из пластин. Чему равнялась начальная температура $\boldsymbol{T_X}$ пластин? Плотность пластин в 10 раз больше плотности жидкости, удельная теплоемкость жидкости $\boldsymbol{C_Ж}$=2 кДж/(кг·град), пластин $\boldsymbol{C_П}$=1 кДж/(кг·град), удельная теплота испарения жидкости ***L***=1 МДж/кг. Теплообменом, как пластин, так и жидкости с окружающей средой пренебречь, считать, что испарение жидкости начинается только при достижении температуры кипения.



Решение:

Обозначим начальную массу жидкости $M_Ж$, массу испарившейся жидкости m, массу всех сложенных в стопку пластин $M_П$, плотность жидкости $\rho_Ж$, плотность пластины $\rho_П$.

Запишем соотношение, которое описывает условие теплового баланса между пластинами и жидкостью к моменту, когда была сложена первая половина пластин:

$$\frac{M_П}{2} \cdot C_П \cdot (T_X - T_2) = M_Ж \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_1) \qquad \text{(+2 балла)}$$

Теперь запишем соотношение, которое описывает условие теплового баланса между пластинами и жидкостью к моменту, когда была сложена вторая половина пластин и необходимое количество жидкости уже испарилось (температура жидкости при этом не меняется):

$$\frac{M_П}{2} \cdot C_П \cdot (T_X - T_2) = m \cdot L \qquad \text{(+2 балла)}$$

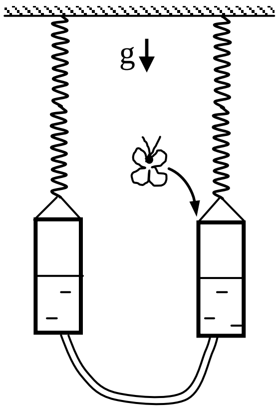
Из этих двух уравнений следует, что $m \cdot L = M_Ж \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_1)$, т.е. $\frac{m}{M_Ж} = \frac{C_Ж \cdot (T_2 - T_1)}{L} = \frac{1}{5}$ (+1 балл)

Заметим, что к тому моменту, когда необходимое количество жидкости испарится, то оставшийся объем жидкости будет вдвое больше, чем объем всех пластин, поскольку высоты столба жидкости и стопки пластин одинаковы: $2 \cdot \frac{M_П}{\rho_П} = \frac{M_Ж - m}{\rho_Ж}$ (+1 балл). Используя соотношение $\rho_П/\rho_Ж$=10 (по условию), получим такую связь между массами всей жидкости и пластинами $M_П = 4 \cdot M_Ж$ (+1 балл). Теперь, выбрав какое-либо уравнение теплового баланса, в которое входит разность (T_X-T_2), находим

$$(T_X - T_2) = \frac{2 \cdot M_Ж \cdot C_Ж \cdot (T_2 - T_1)}{M_П \cdot C_П} = (T_2 - T_1) = 100^o \quad \text{(+1 балл).}$$

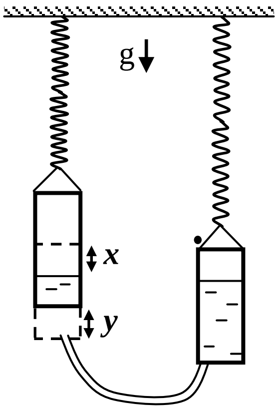
Т.е. искомая начальная температура пластин составляет 220 ^{o}С (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

5. На двух одинаковых пружинах с жесткостью ***k***=20 Н/м висят два одинаковых сосуда, соединенные тонкой и легкой трубкой, как показано на рисунке. Сосуды имеют форму параллелепипедов с внутренним сечением 4см×5см и высотой 10см. Каждый сосуд аккуратно заполняют жидкостью с плотностью $\boldsymbol{\rho}$=1кг/дм^3 ровно наполовину, и вся система находится в равновесии. На *правый* сосуд садится мошка массой 1 г. Насколько после этого сместится *левый* сосуд? Влиянием веса трубки с жидкостью на равновесие системы пренебречь. Считать, что вес груза с массой 1 кг равен 10 Н.



Решение:

Сначала найдем, как изменится уровень жидкости в сосуде, если в силу каких-либо причин для достижения равновесия сосуд (с жидкостью) сместится по высоте на некоторое расстояние относительно начального равновесного положения.



Очевидно, что левый сосуд поднимается вверх, когда жидкость перетекает в правый сосуд. Обозначим смещение левого сосуда в лабораторной системе отсчета вверх как $\boldsymbol{y}$, а сопутствующее уменьшение уровня жидкости в нем относительно начального положения как $\boldsymbol{x}$. В равновесии эти величины должны быть связаны между собой следующим образом:

$\boldsymbol{ky=xS\rho g}$ (+3 балла за связь между смещениями)

В этом уравнении S=20 см^3 - площадь сечения сосуда, ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободного падения (10 м/с^2). Левая часть этого уравнения дает изменение силы упругости пружины, а правая - изменение веса жидкости в сосуде. Для второго сосуда смещение уровня жидкости должно быть таким же по величине, но противоположно по знаку, так как жидкость несжимаема, и масса всей жидкости остается постоянной.

При равновесии всей системы должны одновременно выполняться условия равновесия как для каждого сосуда с соответствующей пружиной, так и для жидкости, находящейся в двух сообщающихся сосудах. Если подставить численные значения, то оказывается, что в условиях задачи, вплоть до полного перетекания жидкости, всегда будет выполняться

$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{x}$ (+1 балл),

Таким образом, хотя жидкость и перетекает из сосуда в сосуд при смещениях сосудов, но ее уровень относительно лабораторной системы отсчета в обоих сосудах остается неизменным, т.е. одновременно выполняется и условие равновесия жидкости в сообщающихся сосудах. Равновесие сосудов с такой жидкостью является безразличным, т.е. сосуды без каких-либо дополнительных грузов могут находиться в равновесии на разных высотах (+4 балла за выявление и обоснование особенностей равновесия в условиях задачи).

После того, как на правый сосуд сядет мошка, равновесие нарушится, и жидкость будет перетекать в правый сосуд до тех пор, пока не перетечет вся полностью. Вес жидкости в левом сосуде в исходной ситуации был равен $\boldsymbol{P=0.5hS\rho g}$ =1 Н (h=10см - высота сосуда), поэтому после перетекания жидкости левая пружина сожмется на $\boldsymbol{P/k}$=5 см, что и является искомым смещением левого сосуда (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 9 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Два поезда движутся в одном направлении по одним рельсам, с одинаковой и постоянной скоростью. Между ними находится дрезина. В некоторый момент времени оказалось, что поезд сзади приблизился к дрезине на опасно короткую дистанцию, и она увеличила скорость до v_1. Затем, через время $\boldsymbol{t}_1$, обнаружилось, что дрезина опасно сблизилась с поездом впереди, и она уменьшила скорость до v_2. После этого через время $\boldsymbol{t}_2$ дрезина снова сблизилась с поездом, идущим сзади. С какой скоростью двигались поезда? Дистанцией между дрезиной и поездом при их максимальном сближении пренебречь.

Возможное решение

Расстояние *S* между поездами не меняется. <2 балла>

Догоняя поезд, идущий впереди, дрезина прошла путь $\mathrm{v}_1 t_1 = S + u t_1$, где u – скорость поезда. <3 балла>

Отставая от поезда, она прошла путь $\mathrm{v}_2 t_2 = u t_2 - S$. <3 балла>

Ответ: $u = \dfrac{\mathrm{v}_1 t_1 + \mathrm{v}_2 t_2}{t_1 + t_2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Утверждение о неизменности расстояния между поездами		2
2	Определение пути дрезины, догоняющей впереди идущий поезд	$\mathrm{v}_1 t_1 = S + u t_1$.	3
3	Определение пути дрезины, движущейся от впереди идущего поезда	$\mathrm{v}_2 t_2 = u t_2 - S$	3
4	Получение ответа	$u = \dfrac{\mathrm{v}_1 t_1 + \mathrm{v}_2 t_2}{t_1 + t_2}$	2

2. Мяч радиуса $\boldsymbol{R}$ бросают с некоторой скоростью вертикально вверх. Затем из той же точки с той же скоростью вертикально вверх бросают второй такой же мяч, и мячи, двигаясь в противоположных направлениях, сталкиваются с относительной скоростью **v**. Определите разницу модулей скоростей второго и первого мяча непосредственно перед столкновением. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

Предположим, что начальная скорость мячей v_0, скорости первого и второго мяча непосредственно перед столкновением были соответственно v_1 и v_2, и второй мяч в момент столкновения находился на высоте *H*. Закон сохранения энергии для первого мяча: $\frac{m\mathrm{v}_1^2}{2}+mg(H+2R)=\frac{mv_0^2}{2}$, <2 балла> для второго мяча $\frac{m\mathrm{v}_2^2}{2}+mgH=\frac{mv_0^2}{2}$. <2 балла>. Поскольку мячи движутся навстречу, их относительная скорость $\mathrm{v}=\mathrm{v}_2+\mathrm{v}_1$, а разность модулей скоростей $\Delta\mathrm{v}=\mathrm{v}_2-\mathrm{v}_1$. Вычитая из второго уравнения первое, получаем $\mathrm{v}_2^2-\mathrm{v}_1^2=(\mathrm{v}_2-\mathrm{v}_1)(\mathrm{v}_2+\mathrm{v}_1)=4gR$, или $\Delta\mathrm{v}\cdot\mathrm{v}=4gR$ <4 балла>,. откуда получаем ответ.

Ответ: $\Delta\mathrm{v}=4gR/\mathrm{v}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Закон сохранения энергии для первого мяча	$\frac{m\mathrm{v}_1^2}{2}+mg(H+2R)=\frac{mv_0^2}{2}$	2
2	Закон сохранения энергии для второго мяча	$\frac{m\mathrm{v}_2^2}{2}+mgH=\frac{mv_0^2}{2}$.	2
3	Вывод соотношения относительной скорости и разности скоростей	$\mathrm{v}=\mathrm{v}_2+\mathrm{v}_1$, $\Delta\mathrm{v}=\mathrm{v}_2-\mathrm{v}_1$, $\Delta\mathrm{v}\cdot\mathrm{v}=4gR$	4
4	Получение ответа	$\Delta\mathrm{v}=4gR/\mathrm{v}$	2

3. В воду с температурой $\boldsymbol{T}_0=0\,^\circ\mathrm{C}$ опускают небольшое холодное тело с плотностью $\boldsymbol{\rho}$ и удельной теплоемкостью ***C***. Какой должна быть начальная температура тела, чтобы оно всплыло? Теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$, плотность воды $\boldsymbol{\rho}_0$, плотность льда $\boldsymbol{\rho}=0{,}9\boldsymbol{\rho}_0$.

Возможное решение

1) Пусть объем тела V_0. Тогда объем намерзшего за счет нагревания тела до T_0 льда равен

$$V=\frac{C\rho V_0(T_0-T)}{0.9\rho_0\lambda}.$$ <3 балла>

2) Суммарная масса тела и льда $M=\rho V_0+0.9\rho_0 V$ должна стать меньше, чем масса вытесненной воды $m=\rho_0(V+V_0)$, $M<m$.<3 балла>

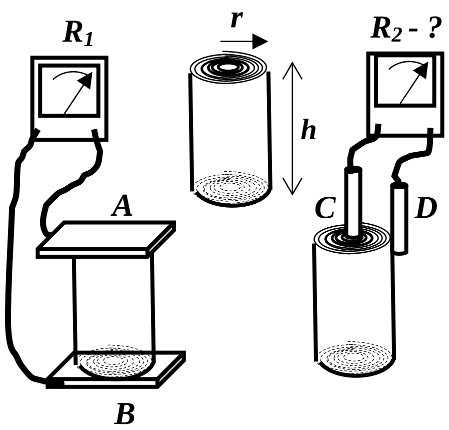
3) Выражаем условие плавания тела через данные задачи: $\rho V_0+\frac{C\rho V_0(T_0-T)}{\lambda}<\rho_0 V_0+\frac{C\rho V_0(T_0-T)}{0.9\lambda}$.<2 балла>

Ответ: $T<T_0-\frac{9\lambda(\rho-\rho_0)}{C\rho}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение объема намерзшего льда	$V=\dfrac{C\rho V_0(T_0-T)}{0.9\rho_0\lambda}$	3
2	Условие плавания тела с намерзшим льдом	$M=\rho V_0+0.9\rho_0 V$, $m=\rho_0(V+V_0)$, $M<m$	3
3	Условие плавания, выраженное через данные задачи	$\rho V_0+\dfrac{C\rho V_0(T_0-T)}{\lambda}<\rho_0 V_0+\dfrac{C\rho V_0(T_0-T)}{0.9\lambda}$	2
4	Получение ответа	$T<T_0-\dfrac{9\lambda(\rho-\rho_0)}{C\rho}$	2

4. На тонкую непроводящую ленту толщиной $\boldsymbol{d_1}$ и шириной $\boldsymbol{h}$ нанесено с одной стороны проводящее покрытие толщиной $\boldsymbol{d_2}$. Лента плотно свита в спираль с радиусом свитка $\boldsymbol{r}$ проводящим слоем наружу. Если щупы омметра прижать к противоположным торцам свитка (точки ***A*** и ***B*** на рис.), он показывает сопротивление $\boldsymbol{R_1}$. Какими будут показания омметра, если одним щупом коснуться центра свитка (точка ***C***), а другим – его края (точка ***D***)? Краевыми эффектами пренебречь.



Возможное решение

При первом измерении $R_1=\rho h/S$, где ρ - удельное сопротивление, а S – площадь поперечного сечения проводящего покрытия.

Площадь сечения проводника относится к площади торца свитка, как толщина покрытия к полной толщине ленты: $S/\pi r^2=d_2/(d_1+d_2)$, таким образом $R_1=\dfrac{\rho h(d_1+d_2)}{\pi r^2 d_2}$.<3 балла>

При втором измерении $R_2=\dfrac{\rho L}{d_2 h}$, где L – длина ленты. <2 балла>

Длину ленты определим из равенства объемов ленты и свитка: $\pi r^2 h=(d_1+d_2)hL$, откуда $R_2=\dfrac{\rho\pi r^2}{(d_1+d_2)d_2 h}$.<3 балла>

Ответ: $R_2=R_1\dfrac{\pi^2 r^4}{(d_1+d_2)^2 h^2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение сечения проводника и сопротивления в первом случае	$R_1 = \dfrac{\rho h(d_1 + d_2)}{\pi r^2 d_2}$	3
2	Связь сопротивления во втором случае с длиной ленты	$R_2 = \dfrac{\rho L}{d_2 h}$	2
3	Связь длины ленты с объемом свитка	$\pi r^2 h = (d_1 + d_2)hL$	3
4	Получение ответа	$R_2 = R_1 \dfrac{\pi^2 r^4}{(d_1 + d_2)^2 h^2}$	2

5. Легкая упругая резинка длиной ***L*** одним концом прикреплена к потолку на высоте ***H*** от пола, а другим концом – к маленькому шарику. Если шарик аккуратно опустить, то в равновесии резинка удлинится на величину ***l***. Затем шарик подняли на высоту подвеса ***H*** и из неподвижного состояния отпустили. Опускаясь, шарик порвал резинку и достиг пола со скоростью **v**. На какой высоте находился шарик в момент разрыва резинки? Ускорение свободного падения ***g***.

Возможное решение

Предположим, что жесткость резинки k, а масса шарика m, и она рвется при растяжении x. Баланс сил в равновесии шарика $mg - kl = 0$ <2 балла>. Закон сохранения энергии к моменту обрыва резинки $mg(L + x) = \dfrac{mu^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$ <2 балла>.. Закон сохранения энергии после обрыва резинки $\dfrac{mu^2}{2} + mg(H - L - x) = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$ <2 балла>.. Складываем последние два уравнения и получаем $mgH = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$, откуда находим $x^2 = l\left(2H - \dfrac{\mathrm{v}^2}{g}\right)$ <2 балла>. и ответ $h = H - L - x$

Ответ: $h = H - L - \sqrt{l\left(2H - \dfrac{\mathrm{v}^2}{g}\right)}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия шарика	$mg - kl = 0$	2
2	Закон сохранения энергии к моменту порыва резинки	$mg(L + x) = \dfrac{mu^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$,	2
3	Закон сохранения энергии после порыва резинки	$\dfrac{mu^2}{2} + mg(H - L - x) = \dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$,	2
4	Определение растяжения резинки в момент ее обрыва	$x^2 = l\left(2H - \dfrac{\mathrm{v}^2}{g}\right)$	2
5	Получение ответа	$h = H - L - \sqrt{l\left(2H - \dfrac{\mathrm{v}^2}{g}\right)}$	2

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

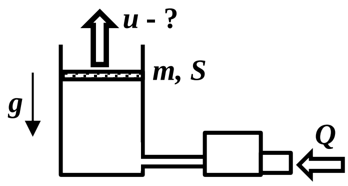
Заключительный этап

Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике

15 марта 2020 г.

Задачи 10 класса

***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**



1. Компрессор каждую секунду забирает атмосферный воздух объемом $\boldsymbol{Q}$ и подает его в вертикально стоящий цилиндр, закрытый подвижным поршнем сечением $\boldsymbol{S}$ и массой $\boldsymbol{m}$. Определите скорость, с которой будет подниматься поршень, если при движении он испытывает силу трения $\boldsymbol{F}$. Атмосферное давление P_0, ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

Скорость поршня постоянная, и сумма действующих на него сил равна нулю $PS - P_0S - mg - F = 0$, где P – давление воздуха под поршнем. <3 балла>

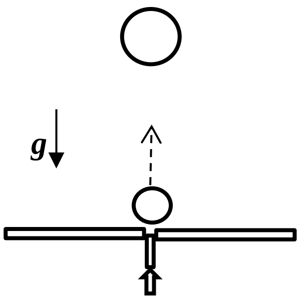
Объем воздуха под поршнем за время t увеличивается на $V = Sut$. <2 балла>

Этот объем связан с объемом поступившего в компрессор воздуха законом Бойля-Мариотта $PSut = P_0Qt$. <3 балла>

Ответ: $u = \dfrac{QP_0}{P_0S + F + mg}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Баланс сил, действующих на поршень	$PS - P_0S - mg - F = 0$	3
2	Связь приращения объема под поршнем с его скоростью	$V = Sut$	2
3	Закон Бойля-Мариотта для поступающего под поршень воздуха	$PSut = P_0Qt$	3
4	Получение ответа	$u = \dfrac{QP_0}{P_0S + F + mg}$	2



2. Ударом снизу лежащему на горизонтальной поверхности большому мячу сообщают некоторую вертикальную скорость, и он летит вверх. Затем маленькому мячу из этой же точки стола сообщают точно такую же скорость, и он летит вдоль той же вертикали, что и первый мяч. Мячи сталкиваются в воздухе, при этом первый мяч непосредственно перед столкновением имеет скорость $\boldsymbol{v}_1$, а второй - $\boldsymbol{v}_2$. Определите радиус маленького мяча. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

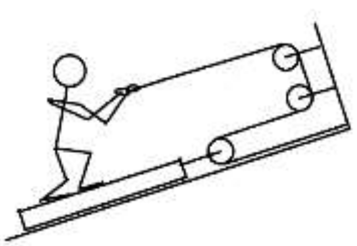
Пусть радиус большого мяча R, маленького – r, высота, на которой большой мяч столкнулся с маленьким, – H, а начальная скорость мячей v, массы мячей m_1, m_2.

Закон сохранения энергии для большого мяча $\frac{m_1v^2}{2}+m_1gR=\frac{m_1v_1^2}{2}+m_1gH$ <4 балла>, закон сохранения энергии для маленького мяча $\frac{m_2v^2}{2}+m_2gr=\frac{m_2v_2^2}{2}+m_2g(H-R-r)$. <4 балла>. Исключив массы и вычитая из первого полученного уравнения второе, получаем $4gr=v_2^2-v_1^2$, откуда находим ответ.

Ответ: $r=\frac{v_2^2-v_1^2}{4g}$ <2 балла>

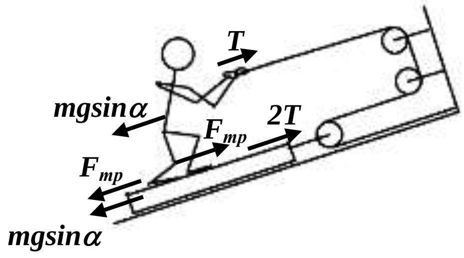
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Закон сохранения энергии для большого мяча	$\frac{m_1v^2}{2}+m_1gR=\frac{m_1v_1^2}{2}+m_1gH$	4
2	Закон сохранения энергии для маленького мяча	$\frac{m_2v^2}{2}+m_2gr=\frac{m_2v_2^2}{2}+m_2g(H-R-r)$	4
3	Получение ответа	$r=\frac{v_2^2-v_1^2}{4g}$	2



3. Человек массой $\boldsymbol{m}$ находится на платформе такой же массой $\boldsymbol{m}$ и подтягивает себя с помощью системы блоков по наклонной плоскости (угол α к горизонту), как показано на рисунке. При какой силе натяжения веревки он начнет проскальзывать по платформе? Коэффициент трения между человеком и платформой $\boldsymbol{\mu}$. Трение платформы о плоскость отсутствует. Веревка нерастяжимая и невесомая. Блоки невесомые. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение



Если сила натяжения веревки T, ускорение свободного падения g, то на человека действует вдоль наклонной плоскости сила T натяжения веревки, сила трения $F_{тр}$ и скатывающая сила $-mg\sin\alpha$. На платформу вдоль плоскости действует сила со стороны блока $2T$, сила трения $-F_{тр}$, скатывающая сила $-mg\sin\alpha$. <2 балла>

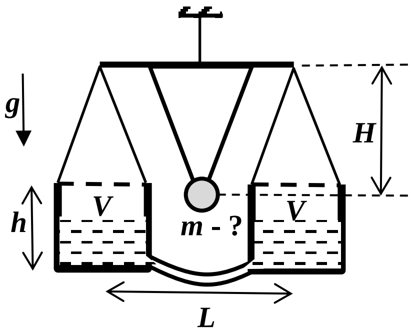
Предположим, что ускорение человека a_1, а ускорение платформы a_2. В таком случае $ma_1 = T + F_{тр} - mg\sin\alpha$ (1) <2 балла>, $ma_2 = 2T - F_{тр} - mg\sin\alpha$ (2) <2 балла>.

При отсутствии трения платформа будет двигаться вверх по плоскости с ускорением $a_2 = (2T - mg\sin\alpha)/m$, большим, чем ускорение человека $a_1 = (T - mg\sin\alpha)/m < a_2$, так что будет разумным полагать, что платформа будет проскальзывать вверх из-под ног человека и $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ <2 балла>

Ответ: $T_{\min} = 2\mu mg\cos\alpha$ <2 балла>

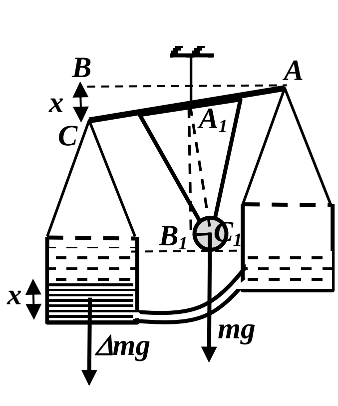
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение действующих вдоль склона сил		2
2	Формулировка II закона Ньютона для человека	$ma_1 = T + F_{тр} - mg\sin\alpha$,	2
3	Формулировка II закона Ньютона для платформы	$ma_2 = 2T - F_{тр} - mg\sin\alpha$,	2
4	Обоснование скольжения человека вниз и определение знака силы трения	$a_1 \le a_2$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$	2
5	Получение ответа	$T_{\min} = 2\mu mg\cos\alpha$	2



4. Два одинаковых массивных сообщающихся цилиндрических сосуда объемом ***V*** и высотой ***h*** каждый используются в качестве чаш рычажных весов (см. рис.). Сосуды частично заполнены жидкостью плотности ***ρ***. Какой минимальной массы груз должен быть закреплен на коромысле весов на высоту ***H*** ниже точки его подвеса, чтобы после небольшого отклонения от положения равновесия, они в это положение возвращались? Расстояние между чашами весов ***L***. Массой крепящих груз стержней пренебречь. Масса сосудов очень велика.

Возможное решение



При большой массе сосудов период собственных колебаний весов будет много больше времени перетекания жидкости, и ее уровень при движении весов будет успевать выравниваться <1 балл>. Предположим, что коромысло весов повернулось на некоторый угол и заняло положение *AC*, так что его левый конец опустился на высоту ≈*x*. В результате в левом сосуде объем жидкости будет на xS больше, чем в правом, где *S* – сечение сосуда. С учетом того, что $hS = V$ левый груз весов будет на $\Delta m \approx \rho Vx/h$ более массивным, чем правый. <2 балла>

Момент сил, вызванный разбалансом весов, $\approx \Delta mg\dfrac{L}{2}$ должен уравновешиваться моментом силы тяжести $\approx mg \cdot B_1C_1$ дополнительного груза. <3 балла>

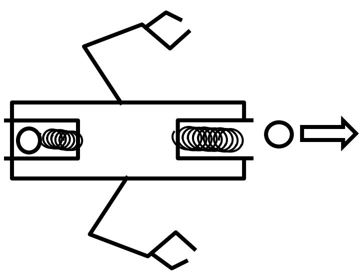
$\dfrac{B_1C_1}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{x}{L}$. Равновесие весов будет устойчивым при: $\dfrac{\Delta mgL}{2} = \dfrac{\rho VxgL}{2h} < \dfrac{mgHx}{L}$.
<2 балла>

Минимальная масса $m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$.

Ответ: $m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Обоснование достаточного времени для выравнивания уровня жидкости в сосудах		1
2	Определение разности масс жидкости в сосудах после отклонения весов	$\Delta m \approx \rho Vx / h$	2
3	Определение моментов сил, действующих на чаши весов и на балансировочный груз	$M_ч \approx \Delta mg\dfrac{L}{2}; M_{гр} \approx mg \cdot B_1C_1$	3
4	Условие устойчивости весов	$\dfrac{\Delta mgL}{2} = \dfrac{\rho VxgL}{2h} < \dfrac{mgHx}{L}$	2
5	Получение ответа	$m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$	2



5. Робот неподвижно висит в космическом пространстве в точке ***A*** около космического корабля. Масса робота, вместе с его оснасткой равна ***M***. Для того, чтобы переместиться из точки ***A*** в точку ***B***, он с помощью пружинной пушки выстреливает шариком массой ***m***. Для того, чтобы прекратить движение в точке ***B***, он через время ***τ*** выстреливает таким же шариком в противоположном направлении. Фиксация робота в точке ***B*** оказалась неполной, и он со временем ее покинул. Через какое время после второго выстрела робот вернется в точку ***A***? Энергия выстрелов одинаковая.

Возможное решение

После первого выстрела скорость u робота определяется из закона сохранения импульса $mv+(M-m)u=0$ и энергии $\frac{mv^2}{2}+\frac{(M-m)u^2}{2}=E$ <2 балла>, где v – скорость шарика, u – скорость робота, E – энергия выстрела. Решение уравнений: $u=\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{M(M-m)}}$. <2 балла>

В системе отчета, движущейся со скоростью u, второй выстрел отличается от первого направлением и уменьшившейся от величины M до $M-m$ массой робота. Скорость робота в этой системе после второго выстрела будет $u_1=-\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{(M-m)(M-2m)}}$.

В системе отчета, связанной с космическим кораблем скорость робота будет $u_2=u+u_1$ <2 балла>

Расстояние от А до В: $S=u\tau$. Обратный путь робот проделает за время $t=-\frac{S}{u_2}=\frac{-\tau}{1+u_1/u}$. <2 балла>

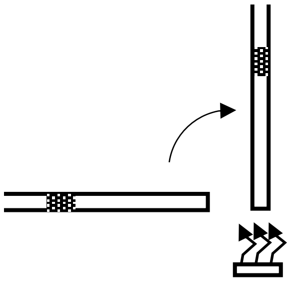
Ответ: $t=\frac{\tau\sqrt{M-2m}}{\sqrt{M}-\sqrt{M-2m}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка законов сохранения энергии и импульса	$mv+(M-m)u=0$, $\frac{mv^2}{2}+\frac{(M-m)u^2}{2}=E$	2
2	Определение скорости робота	$u=\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{M(M-m)}}$	2
3	Определение скорости робота после второго броска в системе отсчета, в которой он до него покоился. и в системе отсчета корабля	$u_1=-\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{(M-m)(M-2m)}}$, $u_2=u+u_1$	2
4	Соотношения времени движения и скорости перемещения	$S=u\tau$, $t=-\frac{S}{u_2}=\frac{-\tau}{1+u_1/u}$	2
5	Получение ответа	$t=\frac{\tau\sqrt{M-2m}}{\sqrt{M}-\sqrt{M-2m}}$	2

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!

Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 11 класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)



1. В лаборатории, где давление воздуха равно 750 мм рт. ст., провели следующий эксперимент. Взяли узкую трубку постоянного сечения, запаянную с одного конца. Поместили в трубку столбик ртути высотой 2,5 см и расположили трубку горизонтально так, что ртуть стала отделять воздух, заполняющий часть объёма трубки, от воздуха в лаборатории. Затем трубку расположили вертикально запаянным концом вниз, после чего воздух в трубке, находящийся под ртутью, нагрели на 10 °C. Объём воздуха в закрытой части трубки, при этом, оказался равен объёму воздуха в этой же части, когда трубка располагалась горизонтально. Рассчитайте температуру воздуха в лаборатории.

Возможное решение

Запишем уравнение Клапейрона –Менделеева для воздуха, находящегося в закрытой ртутью части трубки, в двух случаях:

$pV = \nu RT$ при горизонтальном положении трубки; <2 балла>

$(p + \Delta p)V = \nu R(T + \Delta T)$ при вертикальном положении трубки. <2 балла>

Здесь p – давление воздуха в лаборатории, Δp – давление столбика ртути, T – температура воздуха в лаборатории, ΔT – изменение температуры воздуха в закрытой части сосуда после нагрева. Поделив одно уравнение на другое, находим $T = \Delta T \frac{p}{\Delta p}$. <4 балла>

Ответ получаем, заметив, что Δp=25 мм рт. ст.

Ответ: T = 300 K <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Уравнение Клапейрона-Менделеева для горизонтального положения трубки	$pV = \nu RT$	2
2	Уравнение Клапейрона-Менделеева для вертикального положения трубки	$(p+\Delta p)V = \nu R(T+\Delta T)$	2
3	Получение аналитического выражения для температуры	$T = \Delta T \frac{p}{\Delta p}$	4
4	Получение численного ответа	T = 300 K	2

2. Ракета массой $\boldsymbol{m}$ стартует с горизонтальной поверхности земли. Ее двигатель создает постоянную по величине и направлению силу тяги и выключается через время $\boldsymbol{\tau}$ после старта на высоте $\boldsymbol{H}$ и на расстоянии $\boldsymbol{S}$ по горизонтали от точки старта. Определите силу тяги двигателя ракеты. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$. Сопротивлением воздуха и изменением массы ракеты пренебречь.

Возможное решение

Определим вертикальное ускорение ракеты: $\dfrac{a_y\tau^2}{2} = H$ и ее горизонтальное ускорение $\dfrac{a_x\tau^2}{2} = S$. <3 балла>

2-й закон Ньютона для движения по вертикали $ma_y = F_y - mg$ и по горизонтали $ma_x = F_x$, где F_y и F_x - вертикальная и горизонтальная составляющие силы тяги ракеты <3 балла>

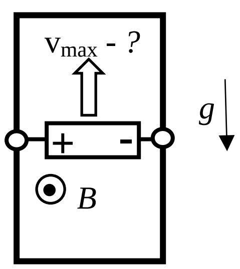
Определим силу тяги двигателя ракеты из ее составляющих $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$. <2 балла>

Ответ: $F = \dfrac{m}{\tau^2}\sqrt{4S^2 + \left(2H + g\tau^2\right)^2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение вертикального и горизонтального ускорения	$a_y = \dfrac{2H}{\tau^2}$, $a_x = \dfrac{2S}{\tau^2}$	3
2	Формулировка 2-го закона Ньютона для вертикального и горизонтального движения	$ma_y = F_y - mg$, $ma_x = F_x$	3
3	Определение силы тяги двигателя ракеты	$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$	2
4	Получение ответа	$F = \dfrac{m}{\tau^2}\sqrt{4S^2 + \left(2H + g\tau^2\right)^2}$	2

3. Боковые стороны вертикально стоящей идеально проводящей рамки соединены подвижной перемычкой, в виде батарейки с ЭДС $\boldsymbol{\varepsilon}$ и внутренним сопротивлением $\boldsymbol{r}$, выводы которой скользят вдоль этих сторон. Рамка находится в перпендикулярном ее плоскости однородном магнитном поле. Если поле достаточно велико, перемычка поднимается вверх с некоторой установившейся скоростью. Какое максимальное значение может иметь эта скорость при оптимальном магнитном поле? Масса перемычки равна $\boldsymbol{m}$. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.



Возможное решение

При движении перемычки со скоростью v в магнитном поле B, в контуре, состоящем из перемычки и нижней части рамки, наводится ЭДС индукции $\varepsilon_F = \mathrm{v}LB$. <2 балла>

В результате этого протекает ток $I = (\varepsilon - \varepsilon_F)/r$. <2 балла>

На перемычку действует сила Ампера F_A, которая должна уравновешивать действующую на перемычку силу тяжести $F_A = LIB = mg$. <2 балла>

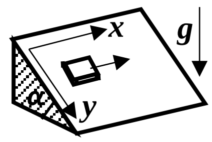
Значение скорости, получаемое из условия баланса сил
$\text{v} = \left(\varepsilon - \dfrac{mgr}{BL}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{BL}\right) = \left(\varepsilon - mgrx\right)\cdot x$, где $x = \dfrac{1}{BL}$. <2 балла>

Функция $\text{v}(x)$ отображается параболой и принимает максимальное значение
$\text{v}_{\max} = \varepsilon^2/(4mgr)$ при $x = \varepsilon/2mgr$.

Ответ: $\text{v}_{\max} = \varepsilon^2/(4mgr)$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

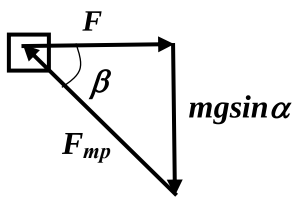
	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ЭДС при движении рамки	$\varepsilon_F = \text{v}LB$	2
2	Определение тока	$I = (\varepsilon - \varepsilon_F)/r$	2
3	Условие баланса сил Ампера и тяжести	$F_A = LIB = mg$	2
4	Определение зависимости скорости перемычки от магнитного поля	$\text{v} = \left(\varepsilon - \dfrac{mgr}{BL}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{BL}\right) = \left(\varepsilon - mgrx\right)\cdot x$, $x = \varepsilon/2mgr$	2
5	Получение ответа	$\text{v}_{\max} = \varepsilon^2/(4mgr)$	2



4. Вдоль наклонной плоскости с углом $\boldsymbol{\alpha}$ при основании под действием постоянной горизонтальной силы, параллельной наклонной плоскости, с постоянной скоростью движется брусок. Коэффициент трения бруска о плоскость равен $\boldsymbol{\mu}$, причем $\boldsymbol{\mu} > \boldsymbol{tg\alpha}$. На какое расстояние $\boldsymbol{y}$ сместится брусок по склону наклонной плоскости, если в направлении силы он смещается на расстояние $\boldsymbol{x}$?

Возможное решение

Вдоль наклонной плоскости на брусок действуют три силы:
проекция силы тяжести (скатывающая сила) $F_{ск} = mg\sin\alpha$,
сила F, с которой толкают брусок, и сила трения
$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$. <2 балла>



Сила трения направлена против направления скольжения.
При постоянной скорости 2-й закон Ньютона вдоль плоскости (см. рисунок)
$m\vec{\text{v}}\mu g\cos\alpha/\text{v} = \vec{F} + \vec{F}_{ск}$ <3 балла>.

Движение происходит под углом β к направлению силы F, причем
$\sin\beta = mg\sin\alpha/F_{тр} = \sin\alpha/\mu\cos\alpha$. <2 балла>

Смещение бруска по склону наклонной плоскости будет $y = x\cdot tg\beta$ <1 балл>.

Ответ: $y = \dfrac{x\cdot\sin\alpha}{\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение величины действующих сил	$F_{ск} = mg\sin\alpha$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$	2
2	2-й закон Ньютона для бруска	$m\vec{\mathrm{v}}\mu g\cos\alpha / \mathrm{v} = \vec{F} + \vec{F}_{ск}$	3
3	Определение направления движения	$\sin\beta = mg\sin\alpha / F_{тр} = \sin\alpha / \mu\cos\alpha$	2
4	Определение смещения вдоль склона	$y = x \cdot tg\beta$	1
4	Получение ответа	$y = \dfrac{x\cdot\sin\alpha}{\sqrt{\mu^2\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}}$	2

5. Автомобиль массой ***m*** трогается с места. Обе оси автомобиля ведущие. Его колеса вращаются синхронно и имеют радиус ***R***. Двигатель автомобиля выдает постоянную механическую мощность $\mathcal{P}$. Сколько оборотов ***N*** сделают колеса автомобиля до момента, когда прекратится их проскальзывание относительно дороги? Коэффициент трения колес о дорогу равен ***μ***. Ускорение свободного падения ***g***.

Возможное решение

Вначале колеса автомобиля проскальзывают и автомобиль испытывает постоянное ускорение *a*: $ma = F_{тр} = \mu mg$ <1 балл>. Скорость обращенной к дороге поверхности колес относительно автомобиля определяется мощностью двигателя $F_{тр}\cdot u = \mathcal{P}$ <3 балла>. Проскальзывание колес прекратится через время *t*, когда скорость автомобиля v сравняется с относительной скоростью точек колес $u = \mathrm{v} = at$ <2 балла>. За это время колеса проделают $N = \dfrac{ut}{2\pi R}$ оборотов. <2 балла>

Ответ: $N = \dfrac{\mathcal{P}^2}{(\mu g)^3 m^2 2\pi R}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение ускорения автомобиля	$ma = F_{тр} = \mu mg$	1
2	Связь относительной скорости внешней поверхности колес и мощности двигателя	$F_{тр}\cdot u = \mathcal{P}$	3
3	Условие прекращения проскальзывания колес	$u = \mathrm{v} = at$	2
4	Определение количества оборотов колес	$N = \dfrac{ut}{2\pi R}$	2
6	Получение ответа	$N = \dfrac{\mathcal{P}^2}{(\mu g)^3 m^2 2\pi R}$	2

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!