

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг**

**Первый этап**

**10 класс**

*Время написания работы 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**10.1.** Из Пахомово в Воробьёво шёл Иван. Ровно в полдень, когда он преодолел  $\frac{4}{9}$  всего пути, вдогонку ему из Пахомово выехал велосипедист Фома, а навстречу ему из Воробьёво вышел Ерёма. Фома обогнал Ивана в 13 часов, и встретил Ерёму в 13 часов 30 минут. Когда встретятся Иван и Ерёма?

**10.2.** Пусть  $x, y, z$  - действительные числа такие, что  $(x + y + z)(xy + yz + xz) = xyz$ . Докажите, что среди чисел  $x, y, z$  обязательно найдутся два, сумма которых равна нулю.

**10.3.** Набор из 35 прямоугольников, не являющихся квадратами, длины сторон которых являются целыми числами, таков, что из них можно составить 9 квадратов размера 10 см на 10 см. Докажите, что из прямоугольников этого набора можно составить два прямоугольника, площади которых различаются не более, чем  $80 \text{ см}^2$ . В обоих случаях используются все прямоугольники набора.

**10.4.** Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого числа. Найти все натуральные числа, у которых максимальный собственный делитель на 2 больше квадрата минимального собственного делителя.

**10.5.** Докажите, что для любой точки М внутри равностороннего треугольника ABC такой, что величина угла AMC равна  $150^\circ$ , из отрезков MA, MB и MC можно составить прямоугольный треугольник.

**Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2021-2022 гг**

**Первый этап**

**10 класс**

*Время написания работы 4 астрономических часа*

*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**10.1.** Из Пахомово в Воробьёво шёл Иван. Ровно в полдень, когда он преодолел  $\frac{4}{9}$  всего пути, вдогонку ему из Пахомово выехал велосипедист Фома, а навстречу ему из Воробьёво вышел Ерёма. Фома обогнал Ивана в 13 часов, и встретил Ерёму в 13 часов 30 минут. Когда встретятся Иван и Ерёма?

**10.2.** Пусть  $x, y, z$  - действительные числа такие, что  $(x + y + z)(xy + yz + xz) = xyz$ . Докажите, что среди чисел  $x, y, z$  обязательно найдутся два, сумма которых равна нулю.

**10.3.** Набор из 35 прямоугольников, не являющихся квадратами, длины сторон которых являются целыми числами, таков, что из них можно составить 9 квадратов размера 10 см на 10 см. Докажите, что из прямоугольников этого набора можно составить два прямоугольника, площади которых различаются не более, чем  $80 \text{ см}^2$ . В обоих случаях используются все прямоугольники набора.

**10.4.** Собственным делителем натурального числа называется любой его делитель, отличный от 1 и самого числа. Найти все натуральные числа, у которых максимальный собственный делитель на 2 больше квадрата минимального собственного делителя.

**10.5.** Докажите, что для любой точки М внутри равностороннего треугольника ABC такой, что величина угла AMC равна  $150^\circ$ , из отрезков MA, MB и MC можно составить прямоугольный треугольник.